



***“Modelización del comportamiento de estructuras de mampostería mediante la teoría de homogeneización”***

***Ing. Ricardo Daniel Quinteros***

Tesis presentada como requerimiento parcial  
para acceder al grado académico de  
DOCTOR EN INGENIERÍA

Febrero de 2014

***Directores:***

Dra. Liz G. Nallim, Universidad Nacional de Salta, Argentina  
Dr. Sergio Oller Martínez, Universidad Politécnica de Cataluña, España

Facultad de Ingeniería  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA

## **AGRADECIMIENTOS**

Expreso mi gratitud a todas aquellas personas e instituciones que han contribuido, de una u otra forma, al desarrollo de esta tesis.

En especial a mis directores, Dra. Liz Nallim y Dr. Sergio Oller por estar permanentemente guiándome con una dedicación, paciencia y amabilidad invaluable. Los conocimientos que me han brindado y su desinteresada predisposición han sido fundamentales para lograr el objetivo de finalizar esta tesis. Su calidad humana y profesional han sido siempre dignas de admiración. A ellos mi más sincera gratitud.

A mis padres, hermanos, cuñados y mis queridos sobrinos y demás familiares y seres queridos que han sabido apoyar mis decisiones y han estado dispuestos a brindarme su ayuda y contención siempre que la he necesitado.

A mis compañeros y amigos, estudiantes de doctorado e integrantes del Aula CIMNE – UNSa: Facundo Bellomo, Rita Rango, Paul Kohan y Sergio Alejandro Oller, quienes transitaron y transitan este camino conmigo y me mostraron que puedo contar con ellos siempre que los necesite.

---

A las autoridades de la Facultad de Ingeniería a través del decano Ing. Edgardo Sham y el vice-decano Ing. Roberto Caro, a los docentes, personal de apoyo y compañeros de trabajo que me brindaron su apoyo.

Al personal del INIQUI y sus integrantes y al CONICET, que me permitió a través de las becas Tipo I y II contar con los medios para dedicarme al desarrollo de este trabajo. A mis compañeros y amigos becarios y doctorandos: Neli, Dolores, Norma, Ramiro, Cecilia y Héctor que han sabido a la perfección comprender y apoyar cada etapa por la que hemos pasado.

Al Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE) y a la Red de Aulas CIMNE donde he realizado varias estancias de investigación, así como a la Universidad Politécnica de Cataluña, a la Agencia Española de Cooperación Internacional (AECID) y a el Centro de Investigaciones de la Universidad Nacional de Salta (CIUNSa) que financiaron mis estadías en Barcelona.

A Andrés, Anita y María, por abrirme desinteresadamente las puertas de su casa y hacerme sentir como si estuviera en la mía.

A Fermín, Raquel y mis amigos doctorandos de la UPC que hicieron mis estancias lejos del hogar, más agradables y amenas cada vez.

*A Cami, Nico, Facu y Lucas, verlos crecer día a día me hace muy feliz.*

## **RESUMEN**

La mampostería es un material ampliamente utilizado en la construcción, prácticamente desde los comienzos de la humanidad. Puede ser considerada como un material compuesto constituido por unidades o mampuestos (ladrillos, bloques, etc.) y juntas de mortero. Debido a la naturaleza heterogénea que presenta la mampostería, el comportamiento mecánico de estructuras de mampostería es uno de los temas más desafiantes que afronta la ingeniería estructural, tanto desde el punto de vista científico como desde la aplicación profesional práctica. De hecho, la formulación de modelos que permiten reproducir el complejo mecanismo de comportamiento no lineal de la mampostería es un campo de investigación muy activo.

El desarrollo de procedimientos de análisis confiables que permitan predecir la evolución del daño y la falla en estructuras de mampostería representa una importante tarea no sólo para la verificación de construcciones de mampostería, como edificios históricos y estructuras monumentales, sino también para diseñar de manera apropiada y eficiente intervenciones de refuerzo y/o reparación. A lo mencionado se debe agregar que las tendencias actuales de diseño sísmico de estructuras, basadas en desempeño, requieren conocer con detalle el comportamiento no lineal de la mampostería hasta niveles altos de deformación lateral.

Una alternativa para el tratamiento de materiales compuestos y en particular para el tratamiento de la mampostería, es el empleo de la teoría de la homogeneización, la cual se utiliza en aquellos materiales que tienen una configuración periódica y con la que se trabaja en dos escalas: una micro-escala, donde quedan especificadas las propiedades mecánicas y geométricas de los materiales componentes, y una macro-escala en la cual el material es tratado como si fuese homogéneo.

En esta tesis se desarrolla la aplicación de una técnica de homogeneización acoplada a un modelo de daño, orientada al análisis de muros de mampostería constituidos por ladrillos y mortero (ubicado en las juntas verticales y horizontales), conformando una configuración periódica. Mediante la técnica de homogeneización es posible derivar el comportamiento global de la estructura a partir del comportamiento de los materiales constituyentes adoptando modelos constitutivos diferentes para cada uno de ellos. En particular, en el presente trabajo se propone un modelo de daño que permite degradar en forma diferenciada la parte volumétrica y desviadora del comportamiento constitutivo a nivel de los componentes. Este tipo de degradación selectiva busca capturar la diferencia que presentan las curvas volumétricas de tensión y deformación octaédricas  $\sigma_{oct} - \varepsilon_{oct}$ , y la distorsional de tensión y distorsión octaédricas  $\tau_{oct} - \gamma_{oct}$ .

Se presentan diversos ejemplos de validación del modelo propuesto, los cuales abarcan la simulación de ensayos sencillos y la obtención de curvas de falla de la mampostería. Se muestran simulaciones de estructuras de paneles de mampostería con diversas configuraciones geométricas y mecánicas, sometidos a varias tipologías de cargas, para analizar el comportamiento mediante la comparación con resultados experimentales presentes en la bibliografía y/o otros modelos desarrollados por otros autores. Finalmente, se muestran curvas carga – desplazamiento y gráficas de evolución del daño obtenidos a través de análisis *push-over* realizados en paneles de mampostería y en pórticos rellenos con mampostería. Adicionalmente, se presentan simulaciones de muros de mampostería sometidos a cargas perpendiculares al plano.

## ÍNDICE

<b>1. CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN</b>	
1.1. GENERALIDADES	1
1.2. PRESENTACIÓN DEL TEMA	1
1.3. DISTINTOS MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE LA MAMPOSTERÍA	4
1.3.1. GENERALIDADES	4
1.3.2. MACRO – ELEMENTOS	6
1.3.3. MICRO-MODELOS, MACRO-MODELOS Y HOMOGENEIZACIÓN	8
1.4. OBJETIVOS DE LA TESIS	13
1.5. CONTENIDO DE LA TESIS	14
<b>2. CAPITULO 2: COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA MAMPOSTERÍA</b>	
2.1. INTRODUCCIÓN	16
2.2. COMPONENTES DE LA MAMPOSTERÍA	17
2.3. PROPIEDADES DE LA MAMPOSTERÍA	19
2.3.1. MODO I – FALLA POR TRACCIÓN	20

2.3.2. MODO II – FALLA POR CORTANTE	22
2.3.3. COMPORTAMIENTO DE LA MAMPOSTERÍA A COMPRESIÓN UNIAXIAL	23
2.3.4. COMPORTAMIENTO DE LA MAMPOSTERÍA A TRACCIÓN UNIAXIAL	24
2.3.5. COMPORTAMIENTO BIAXIAL	26
2.3.6. COMPORTAMIENTO POST-PICO DE LA MAMPOSTERÍA. ABLANDAMIENTO O “SOFTENING”	28
2.4. ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA	29
2.4.1. RESPUESTA EXPERIMENTAL	30
2.5. PÓRTICOS RELLENOS CON MAMPOSTERÍA	31
<b>3. CAPITULO 3: TEORÍA DE HOMOGENEIZACIÓN: CONCEPTOS FUNDAMENTALES – ESTADO DEL CONOCIMIENTO</b>	
3.1. INTRODUCCIÓN	34
3.2. TEORÍA DE HOMOGENEIZACIÓN EN COMPUESTOS: GENERALIDADES	35
3.2.1. EL MÉTODO DE LOS PROMEDIOS	37
3.2.2. TEORÍA DE EXPANSIÓN ASINTÓTICA	42
3.2.3. EXTENSIÓN DEL MÉTODO DE LOS PROMEDIOS Y DEL MÉTODO DE EXPANSIÓN ASINTÓTICA AL PROBLEMA NO LINEAL	43
3.2.4. CONDICIONES DE CONTORNO Y SU IMPLEMENTACIÓN	43
3.3. MODELACIÓN DE LA MAPOSTERÍA MEDIANTE HOMOGENIEZACIÓN - ANTECEDENTES	45
3.3.1. GENERALIDADES	45
3.3.2. CLASIFICACIÓN GENERAL DE LAS LÍNEAS DE ACCIÓN SEGUIDAS PARA LA MODELIZACIÓN DE LA MAMPOSTERÍA MEDIANTE HOMOGENEIZACIÓN	46
3.3.3. MODELOS DE HOMOGENEIZACIÓN PARA MAMPOSTERÍA	49
3.3.3.1 MODELO DE PIETRUSZCZAK Y NIU (1992)	49

---

3.3.3.2. MODELO DE HOMOGENEIZADO DE ANTHOINE (1995 Y 1997)	51
3.3.3.3. MODELO DE HOMOGENIZACIÓN Y DAÑO PARA MAMPOSTERÍA (ZUCCHINI Y LOURENCO, 2004 Y 2009)	56
3.3.3.4. MODELO DE HOMOGENEIZACIÓN DE G. MILANI (2011)	59
3.4. BREVE REVISIÓN DE MODELOS EMPLEADOS PARA LOS COMPONENTES DE LA MAMPOSTERÍA	60
3.5. CONSIDERACIONES FINALES	61
<b>4. CAPITULO 4: MODELO DE HOMOGENEIZACIÓN Y DAÑO ACOPLADO PARA MAMPOSTERÍA: MODELO PROPUESTO</b>	
4.1. INTRODUCCIÓN	63
4.2. TÉCNICA DE HOMOGENEIZACIÓN	64
4.2.1. GENERALIDADES	64
4.2.2. DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS MECÁNICOS HOMOGENEIZADOS	65
4.3. FORMULACIÓN DEL MODELO DE DAÑO PARA LOS COMPONENTES	78
4.3.1. GENERALIDADES	78
4.3.2. MECÁNICA DEL DAÑO CONTINUO: FUNDAMENTOS Y DEFINICIONES BÁSICAS	79
4.3.2.1. VARIABLE DE DAÑO	81
4.3.2.2. CONCEPTO DE TENSIÓN EFECTIVA	83
4.3.2.3. BASES TERMODINÁMICAS	86
4.3.3. MODELO DE DEGRADACIÓN SIMPLE	89
4.3.4. MODELO PROPUESTO DE DEGRADACIÓN DIFERENCIADA	93
4.3.4.1. FACTOR DE REDUCCIÓN VOLUMÉTRICO	95
4.3.4.2. FACTOR DE REDUCCIÓN DISTORSIONAL	96



4.4. TRATAMIENTO DE LA ANISOTROPÍA	98
4.5. SUPERFICIE DE FALLA	101
4.6. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL	103
4.7. EJEMPLOS DE APLICACIÓN	105
4.7.1. RESULTADOS ELÁSTICOS	105
4.7.2. VALIDACIÓN DEL MODELO DE DEGRADACIÓN DIFERENCIADA	107
4.7.3. APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE HOMOGENEIZACIÓN A UN MODELO DE DAÑO UNILATERAL (FARÍA ET AL., 1998)	109
4.7.4. ENVOLVENTES DE FALLA	111
4.7.5. COMPARACIÓN CON OTROS MODELOS Y RESULTADOS EXPERIMENTALES (MUROS)	113
4.7.5.1. ENSAYOS DE COMPRESIÓN SIMPLE	113
4.7.5.2. ENSAYO DE FLEXIÓN	116
4.7.6. ENSAYOS <i>PUSH OVER</i> DE PANELES DE MAMPOSTERÍA (PREVIAMENTE COMPRIMIDOS)	118
4.8. ANÁLISIS DE PÓRTICO RELLENO CON MAMPOSTERÍA	122
4.9. MAMPOSTERÍA SOMETIDA A CARGAS PERPENDICULARES A SU PLANO	131
 <b>ANEXO A-4: MODELO DE DAÑO UNILATERAL (FARIA ET AL., 1998)</b>	
A.4.1 MODELO DE FARIA ET AL. (1988)	134
 <b>ANEXO B.4: TEORÍA DE MEZCLAS, APLICADA AL PÓRTICO DE HORMIGÓN ARMADO</b>	
B.4.1. INTRODUCCIÓN	138
B.4.2. TEORÍA DE MEZCLAS CLÁSICA	139
B.4.3. MODIFICACIÓN DE LA TEORÍA CLÁSICA. MODELO SERIE /PARALELO	142

---

B.4.3.1. TRATAMIENTO DE LAS ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE LOS MATERIALES COMPONENTES	144
<b>5. CAPITULO 5: CONCLUSIONES GENERALES Y SUGERENCIAS PARA TRABAJOS FUTUROS</b>	
5.1. CONCLUSIONES	148
5.2. PUBLICACIONES Y CONTRIBUCIONES DE ESTA TESIS	151
5.3. BECAS Y PARTICIPACIÓN EN PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN	152
5.4. SUGERENCIAS PARA FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	153
<b>6. REFERENCIAS</b>	156

# ÍNDICE DE FIGURAS

## CAPÍTULO 1

	Página
<b>Figura 1.1.</b> Macro-elemento propuesto por Chen et al. (2008)	7
<b>Figura 1.2.</b> Principales modos de falla de paneles de mampostería sometidos a cargas en el plano (en gris: porción del panel principalmente no comprimida): (a) flexión combinada con posible aplastamiento de los extremos, (b) cortante con deslizamiento a lo largo de la junta horizontal mortero – ladrillo y (c) cizalladura con agrietamiento diagonal a través de las unidades y el mortero. (Penna et al., 2013)	7
<b>Figura 1.3.</b> Macro-elemento básico de Calìo et al. (2012). (a) configuración no deformada, (b) configuración deformada	8
<b>Figura 1.4.</b> Estrategias de modelación para mampostería (Bayraktar et al., 2010)	9
<b>Figura 1.5.</b> Proceso de fractura para distintas cargas de pre-compresión obtenidos por Xu et al. (2012)	10

## CAPÍTULO 2

- Figura 2.1.** Curva experimental tensión – desplazamiento de fisura, obtenida por Van der Pluijm (1992). (a) esquema del ensayo. (b) curva típica tensión – desplazamiento de fisura para ladrillo macizo (el área sombreada representa la envolvente de tres ensayos) 21
- Figura 2.2.** Superficies de unión traccionadas, obtenidas por Van der Pluijm (1992): (a) Superficies de unión típicas, (b) Extrapolación de las superficies de unión 21
- Figura 2.3.** Comportamiento al corte de la unión, Van der Pluijm (1993). (a) Dispositivo de ensayo. (b) Curva tensión tangencial-desplazamiento para distintas presiones de confinamiento (el área sombreada representa la envolvente de tres ensayos) 22
- Figura 2.4.** (a) Tensiones en un prisma de mampostería bajo cargas de compresión. (b) Curvas experimentales tensión (vertical) – desplazamiento para prismas de  $600 \times 250 \times 600$  [mm<sup>3</sup>] obtenidos por Binda et al. (1988) 24
- Figura 2.5.** Montaje del ensayo para la resistencia a la tracción de la mampostería paralelo a las juntas horizontales, Backes (1985): (a) construcción de la muestra de ensayo; (b) muestra de ensayo. 25
- Figura 2.6.** Diagramas experimentales típicos tensión-desplazamiento, para tracción en la dirección paralela a las juntas horizontales, Backes (1985): (a) el fallo se produce por fisuración escalonada paralela a las juntas, (b) el fallo se produce verticalmente a través de las juntas verticales y ladrillos. 25
- Figura 2.7.** Envolventes de resistencia obtenidas por Page (1981 y 1983) para mampostería de ladrillos macizos y estados de tensión biaxial. 26
- Figura 2.8.** Patrones de fallas típicas en términos de tensiones principales, Dhanasekar et al. (1985). 27
- Figura 2.9.** Comportamiento típico de materiales cuasi-frágiles bajo carga uniaxial y definición de energía de fractura: (a) carga de tracción ( $f_t$  denota la resistencia a la tracción); (b) carga de compresión ( $f_c$  indica la resistencia a la compresión) 29
- Figura 2.10.** Comportamiento de la mampostería bajo tensión cortante y definición de la energía de fractura  $G_f''$  ( $c$  denota la cohesión) 29

---

<b>Figura 2.11.</b> Envolvente de falla para caso de carga combinada (corte – compresión), obtenida por Mann y Müller (1982)	30
<b>Figura 2.12.</b> Mecanismos típicos de falla: (a) a flexión; (b) por deslizamiento horizontal; (c) deslizamiento diagonal; (d) agrietamiento diagonal.	31
<b>Figura 2.13.</b> Ubicaciones de falla por cortante en columnas y patrones de fisuración experimental encontrado por Al-Chaar (2002).	33
<b>Figura 2.14.</b> Marcos de hormigón armado con y sin mampostería de relleno (Puglisi et al. 2009b)	33
 <b>CAPÍTULO 3</b>	
<b>Figura 3.1.</b> Escalas a analizar usando la teoría de homogeneización.	37
<b>Figura 3.2.</b> (a) Desplazamientos impuestos a una celda unidad. (b) Tensiones uniformes impuestas a una celda unidad. (Zalamea, 2001)	39
<b>Figura 3.3.</b> Celda Básica para mampostería utilizada por Zucchini y Lourenço (2002)	47
<b>Figura 3.4.</b> Panel de mampostería según el modelo de Pietruszczak y Niu (1992)	50
<b>Figura 3.5.</b> Celda básica para el análisis de mampostería periódica en dos y tres dimensiones (Anthoine, 1995 y 1997)	52
<b>Figura 3.6.</b> Curvas tensión-deformación bajo compresión uniaxial vertical (Anthoine, 1997)	56
<b>Figura 3.7.</b> Definición de los ejes en la mampostería, celda básica y componentes en el modelo de Zucchini y Lourenco (2004)	57

---

<b>Figura 3.8.</b> Geometría y componentes de la celda básica adoptada por Zucchini y Lourenço (2009)	58
<b>Figura 3.9.</b> Modelo propuesto por Milani (2011): subdivisión del volumen elemental representativo en 24 elementos triangulares	59
 <b>CAPÍTULO 4</b>	
<b>Figura 4.1.</b> Diversos tipos de celda unidad	65
<b>Figura 4.2.</b> Celda analizada. Parámetros geométricos (López et al, 1999)	66
<b>Figura 4.3.</b> Modos de deformación. (a) Modo 1, (b) Modo 2, (c) Modo 3, (d) Modo 4.	66
<b>Figura 4.4.</b> Modelo tridimensional de la celda analizada. Parámetros geométricos (Oller, 2003)	72
<b>Figura 4.5.</b> Modos de deformación en el plano yz. (a) Modo 5, (b) Modo 6, (c) Modo 7	72
<b>Figura 4.6.</b> Modos de deformación en el plano xz. (a) Modo 8, (b) Modo 9, (c) Modo 10	76
<b>Figura 4.7.</b> Interpretación del daño	81
<b>Figura 4.8.</b> Daño caso uniaxial	83
<b>Figura 4.9.</b> Tensión efectiva y deformación equivalente. De izquierda a derecha: material virgen, material dañado, material virgen equivalente	84

<b>Figura 4.10.</b> Evolución del daño en el Módulo de Young durante un proceso de carga axial	86
<b>Figura 4.11.</b> Curva uniaxial de tensión deformación con un período elástico no-lineal.	92
<b>Figura 4.12.</b> Curva uniaxial correspondiente a: (a) tensión-deformación octaédrica normal, (b) tensión-deformación octaédrica de corte.	94
<b>Figura 4.13.</b> Relación entre los espacios isótropos ficticios y anisótropo reales (Oller et al., 1996)	100
<b>Figura 4.14.</b> Configuración deformada resultante de la discretización detallada en EF de la celda unidad (Ejemplo para las direcciones x, y, xy).	106
<b>Figura 4.15.</b> Curvas de variación de (a) los módulos elásticos longitudinales y (b) los módulos de corte para la mampostería, comparación con modelo detallado de elementos finitos.	107
<b>Figura 4.16.</b> Validación del modelo propuesto. a) Caso hidrostático; b) Estado de cortante puro	108
<b>Figura 4.17.</b> Comparación de la respuesta a compresión uniaxial en la dirección paralela a la junta horizontal	109
<b>Figura 4.18.</b> Comportamiento del compuesto y de los componentes.	110
<b>Figura 4.19.</b> Comportamiento del mortero bajo carga cíclica de tracción-compresión.	110
<b>Figura 4.20.</b> Comparación entre el modelo propuesto y resultados experimentales	
a) con cargas perpendicular y paralela a la junta	111-
b) con una orientación de $\theta = 22,5^\circ$	112
<b>Figura 4.21.</b> Comparación entre el modelo propuesto y resultados experimentales,	112-
a) con $\sigma_y = -1.42$ MPa	113
b) con $\sigma_y = -0.92$ MPa	

c) con  $s_y = -2.25$  MPa

<b>Figura 4.22.</b> Comparación de curvas tensión-deformación para compuesto y componentes	114
<b>Figura 4.23.</b> Curvas de comparación fuerza perpendicular a la junta-desplazamiento vertical para un panel de mampostería	115
<b>Figura 4.24.</b> Curvas de comparación fuerza paralela a la junta-desplazamiento horizontal para un panel de mampostería	116
<b>Figura 4.25.</b> Diseño de ensayo a flexión de un panel de mampostería (Page, 1978)	117
<b>Figura 4.26.</b> Curva tensión-deformación para ensayo a flexión con carga de 20kN	117
<b>Figura 4.27.</b> Curva tensión-deformación para ensayo a flexión con carga de 60kN	118
<b>Figura 4.28.</b> Esquema de ensayo push over en muros de mampostería pre-comprimidos (Vermeltoort & Raijmakers (1993)	119
<b>Figura 4.29.</b> Distribución del daño para una carga de pre-compresión de 120 kN y diferentes niveles de desplazamientos horizontales	119
<b>Figura 4.30.</b> Distribución del daño para una carga de pre-compresión de 210 kN y diferentes niveles de desplazamientos horizontales	120
<b>Figura 4.31.</b> Curva Fuerza-desplazamiento horizontal de panel con carga de pre-compresión de 120 kN	121
<b>Figura 4.32.</b> Curva Fuerza-desplazamiento horizontal de panel con carga de pre-compresión de 210 kN	121



---

<b>Figura 4.33.</b> Casos analizados. a) Pórtico de hormigón simple, b) Detalle de armadura para el pórtico de hormigón armado, c) Pórtico armado con cerramiento de mampostería	123
<b>Figura 4.34.</b> Mallado de elementos finitos del pórtico de hormigón simple.	123
<b>Figura 4.35.</b> Mallado de elementos finitos del pórtico de hormigón armado.	124
<b>Figura 4.36.</b> Detalle de la geometría en el nudo de unión de viga y columna del pórtico de hormigón armado.	124
<b>Figura 4.37.</b> Detalle de la discretización y distribución de los materiales en el pórtico de hormigón armado (ver Tabla 4.1)	127
<b>Figura 4.38.</b> Mallado de elementos finitos del pórtico de hormigón armado con cerramiento de mampostería.	128
<b>Figura 4.39.</b> Daño en la estructura deformada de un pórtico de hormigón simple (a) y armado (b)	129 - 130
<b>Figura 4.40.</b> Curva Fuerza-desplazamiento horizontal de pórticos con y sin cerramiento de mampostería	130
<b>Figura 4.41.</b> Daño en la estructura de un pórtico de hormigón con cerramiento de mampostería	131
<b>Figura 4.42.</b> Daño en la estructura de un pórtico de hormigón con cerramiento de mampostería y abertura	131
<b>Figura 4.43.</b> Condiciones geométricas, de contorno y carga aplicada a un muro de mampostería (Lee et al., 1994)	132
<b>Figura 4.44.</b> Mapa y evolución del daño obtenido para un panel de mampostería sometido a una carga uniformemente distribuida perpendicular a su plano	132 - 133

**Anexo B-4**

<b>Figura B4.1:</b> Comportamiento esquemático serie-paralelo de un compuesto	143
<b>Figura B4.2.</b> Diagrama de flujo con la implementación de la teoría de mezclas serie/paralelo	147

# ÍNDICE DE TABLAS

Página

## CAPÍTULO 2

**Tabla 2.1.** Parámetros mecánicos típicos de ladrillo y mortero 18

## CAPÍTULO 4

**Tabla 4.1.** Propiedades de los materiales compuestos del Pórtico 125

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1. GENERALIDADES

En este capítulo se realiza una descripción general del tema abordado en esta tesis y de su importancia. Asimismo, se presenta una breve reseña de los antecedentes referidos a la modelación numérica de estructuras de mampostería en general, lo cual conduce a los objetivos planteados en este trabajo. En la Sección 1.5 se realiza una descripción del contenido de esta tesis.

### 1.2. PRESENTACIÓN DEL TEMA

Las construcciones basadas en el empleo de estructuras de mampostería son objeto de una importante y creciente atención por parte de la comunidad científica debido a variados motivos. Entre éstos cabe destacar la preponderancia que este material tiene como parte de las construcciones existentes, así como su continua utilización en nuevas estructuras. Gran parte de las edificaciones existentes en nuestras ciudades, incluyendo gran cantidad del patrimonio histórico, está formado por construcciones basadas en esta tipología estructural las cuales, en muchos casos, no se han diseñado y construido para resistir las acciones sísmicas. Es por ello que la

evaluación de la vulnerabilidad de estas estructuras, así como la posibilidad de diseñar refuerzos adecuados es un problema actual con importantes repercusiones socio-económicas. De igual manera, la planificación técnica de las operaciones de reparación y/o refuerzo resulta de importancia primaria en la conservación de edificios históricos de mampostería. Sin embargo estas operaciones requieren, como paso previo, de una estimación fiable de la resistencia residual, que permitan estudiar la seguridad real de tales construcciones, especialmente ante acciones horizontales, para analizar y optimizar las consecuencias de las diferentes técnicas de reparación. Por lo expuesto, resulta clara la importancia que tiene el desarrollo de metodologías para el análisis estructural de estructuras de mampostería, que permitan la predicción de su comportamiento, incluyendo los rangos lineal y no lineal hasta completar la falla, con una adecuada identificación de los posibles mecanismos de falla.

Por otra parte, las tendencias actuales de diseño sísmico de estructuras, basadas en desempeño, requieren conocer con cierto nivel de detalle el comportamiento no lineal hasta niveles altos de deformación lateral. Los métodos de análisis elásticos lineales no proporcionan la información suficiente para el diseño, por lo que deben ser sustituidos por técnicas y programas de análisis no lineal. En este sentido, se puede decir que el comportamiento de estructuras aperticadas es mejor entendido que el de otros sistemas estructurales, ya que en general se emplean elementos barra, que suelen ser suficientemente precisos para el análisis, tanto para los intervalos lineal como no lineal. Sin embargo, el análisis de estructuras de mampostería debido a múltiples razones es mucho más complejo y presenta hoy en día numerosas incertidumbres, a pesar de que la mampostería es uno de los materiales constructivos más antiguos. Entre las razones principales del desconocimiento de su comportamiento se pueden mencionar: la complejidad de su comportamiento mecánico; el gran número de variables que es necesario tomar en cuenta para su estudio; y que algunas de ellas, como las propiedades de los materiales, la calidad de la mano de obra, las condiciones de contacto entre el muro y el marco o la adherencia entre mortero y los ladrillos, son muy difíciles de controlar y/o cuantificar.

La complejidad del análisis del comportamiento mecánico de las estructuras de mampostería puede resumirse en, al menos, dos aspectos: el material presenta un marcado comportamiento no lineal, de manera que el análisis elástico lineal no es

adecuado y, por otra parte, los esquemas estructurales que pueden adoptarse para el análisis estructural de la mampostería son más complejos que aquellos adoptados para estructuras aporricadas (de hormigón o acero), ya que la mampostería debe modelarse empleando elementos bi- o tri-dimensionales. Como consecuencia de lo anterior, el comportamiento y el análisis de estructuras de mampostería aún representan uno de los más importantes campos de investigación en la Ingeniería Civil.

Además, muchas de las construcciones que emplean en su estructura pórticos de hormigón armado están usualmente rellenos con paredes de mampostería. El sistema resultante se conoce como pórticos rellenos (*infilled frame*), los cuales tienen alta rigidez y resistencia en el plano. A niveles bajos de cargas laterales, el pórtico y la pared de relleno actúan como un todo, de manera conjunta. Sin embargo, cuando las fuerzas laterales crecen el marco intenta deformarse en un modo flexional, mientras que el relleno intenta deformar en un modo de cortante. La interacción entre el marco y el panel de relleno aumenta significativamente la rigidez lateral del pórtico relleno y altera drásticamente la respuesta dinámica esperada de la estructura. A pesar de lo dicho, el efecto de los paneles de mampostería de relleno es a menudo descuidado en el análisis, situación que puede conducir a inexactitudes sustanciales en la predicción de la rigidez lateral, la fuerza y la ductilidad del sistema (Tasnimi y Mohebkah, 2011; Montserrat, 2011). Incluso en el presente es costumbre común en el diseño de edificios despreciar la contribución de los muros de relleno. Se argumenta que si el marco está diseñado para resistir las acciones laterales a las que estará sujeto durante su vida útil, la presencia de los muros es una reserva de resistencia. Sin embargo, como se expresó anteriormente, la presencia de muros de relleno modifica drásticamente el comportamiento de los pórticos ante carga lateral respecto al que se observaría en su ausencia. Los muros de relleno incrementan sustancialmente la rigidez de los marcos, lo que reduce los períodos naturales de vibración y por tanto, se produce una modificación de las acciones sísmicas a las que estará sujeto. Además, la interacción entre muro y marco puede ser relevante en el comportamiento propio y en el del conjunto. Sin embargo, este aspecto no ha sido estudiado con detalle, la mayoría de las investigaciones se han concentrado en el comportamiento global de este tipo de estructuras. El problema de interacción marco-muro de relleno está aún lejos de ser resuelto. Una interesante alternativa de estudio lo constituye el desarrollo de procedimientos numéricos que permitan simular experimentos (que serían muy costosos de realizar) y, a partir de ellos, proponer

modelos de análisis menos elaborados para su uso en aplicaciones cotidianas de la ingeniería estructural. Estos modelos deben nutrirse de información experimental adecuada con sus necesidades, relativa a las propiedades mecánicas de los materiales, y deben validarse con resultados experimentales en modelos completos. El desarrollo que han tenido los métodos numéricos y la computación en las últimas décadas ha permitido la aplicación del Método de los Elementos Finitos (MEF) al análisis de estructuras de formas y comportamientos complejos. Estos estudios han dado lugar a elementos estructurales equivalentes a los muros (bielas o diagonales) que, si bien permiten incluir su efecto en el comportamiento global de la estructura, no permiten conocer su comportamiento local aún en el intervalo lineal.

En síntesis se puede concluir que una de las principales dificultades que plantea el estudio del comportamiento de edificaciones con estructura portante de mampostería, concretamente ante acciones horizontales, reside en su modelación y tratamiento analítico, dada la naturaleza frágil de sus componentes. Así como para el dimensionamiento y verificación de estructuras de hormigón armado, hormigón pretensado y de acero es posible, en muchos casos, partir de las envolventes de esfuerzos obtenidos de un análisis elástico lineal, en estructuras de mampostería este tipo de análisis es solamente útil desde un punto de vista cualitativo, resultando en general inapropiado o insuficiente para determinar sus auténticos mecanismos resistentes y en consecuencia, su capacidad portante.

A continuación se hace una breve reseña de los antecedentes referidos al tratamiento numérico de estructuras de mampostería, relacionados con esta investigación, lo cual conduce a los objetivos planteados en esta tesis.

## **1.3. DISTINTOS MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE LA MAMPOSTERÍA**

### **1.3.1. Generalidades**

El análisis de las estructuras de mampostería es una tarea compleja, ya que el material presenta un comportamiento mecánico muy particular originado, principalmente, en su falta de homogeneidad y estandarización. La respuesta estructural de un material compuesto de este tipo se deriva de la interacción compleja entre las unidades y las juntas de mortero.

Los métodos tradicionales de análisis simplificado no pueden contemplar todos los fenómenos complejos inherentes a la mampostería, tales como apertura de grietas, falla por compresión y deslizamiento por cortante. Las incompatibilidades entre el comportamiento estructural verdadero observado y las predicciones derivadas de los métodos de análisis convencionales llevaron a la necesidad de utilizar estrategias de cálculo refinados y avanzados. El enfoque numérico es, especialmente en los últimos tiempos, una posibilidad efectiva frente a tan complicado problema. Varios métodos y herramientas computacionales están disponibles para la evaluación del comportamiento mecánico estructural de la mampostería. Los enfoques utilizan diferentes teorías, lo que resulta en diferentes niveles de complejidad y coste computacional. Algunas de las estrategias de análisis siguen estando en una fase de estudio, por lo tanto, el problema sigue abierto. Hoy en día, se observa un esfuerzo significativo para desarrollar modelos computacionales de análisis que puedan ser utilizados con éxito para determinar la capacidad estructural y establecer los niveles de daño alcanzado por las estructuras de mampostería bajo diferentes acciones, entre ellas acciones sísmicas. En este caso particular, la determinación de la capacidad debería considerar con precisión el desarrollo del daño localizado y global, normalmente experimentados por las estructuras de mampostería en la condición final. El análisis del fenómeno de agrietamiento también es útil para entender las causas de las fisuras existentes y visibles en estructuras históricas.

En las últimas décadas, la comunidad científica mostró gran interés en el desarrollo de herramientas numéricas sofisticadas para el análisis de estructuras de mampostería, en oposición a la tradición reinante respecto al empleo de reglas prácticas y fórmulas empíricas, en las que frecuentemente se basan las normativas vigentes en cada país. Estas normativas intentan simplificar los mecanismos de comportamiento de la mampostería de ladrillo, lo que trae como consecuencia un sobredimensionamiento de la estructura. Otra de las consecuencias del uso del uso de este tipo de reglas de cálculo es la formación de mecanismos y fisuras no previstas por la simplificación de los procedimientos de evaluación estructural.

Debido a las características particulares que presenta la mampostería surgen numerosas dificultades a la hora de adoptar o adaptar herramientas numéricas ya existentes, que provienen de otros campos de investigación (mecánica del hormigón,



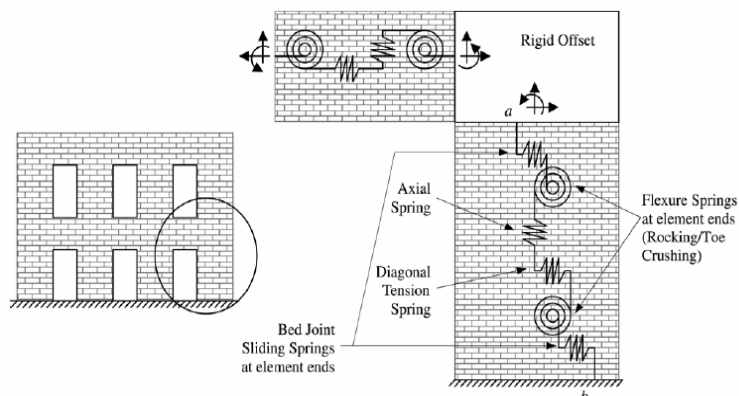
roca y materiales compuestos). Todos los factores antes mencionados llevaron a la necesidad de desarrollar herramientas adecuadas y específicas para el análisis de estructuras de mampostería.

La gran cantidad de investigaciones realizadas en este tema hacen hincapié en la poca importancia dada en el pasado a los aspectos numéricos, proponiendo entonces varios modelos numéricos para el análisis estructural de construcciones de mampostería. Tales modelos se caracterizan por diferentes fundamentos teóricos y niveles de detalle. La causa de estas diferencias es la gran variedad de aspectos que podrían ser estudiados, lo que hace que tratar de lograr un modelo único de aplicación absoluta y validez general no sea realista. Varias formas de análisis pueden resultar viables y la elección del analista depende de la información que busca (daño, colapso, mecanismos de falla, etc.), del nivel de precisión requerido (comportamiento local o global de la estructura), de los datos de entrada necesarios (información detallada o aproximada acerca de las características del material) y de los costes (principalmente el tiempo permitido para el análisis) (Pelá, 2009).

### **1.3.2. Macro - Elementos**

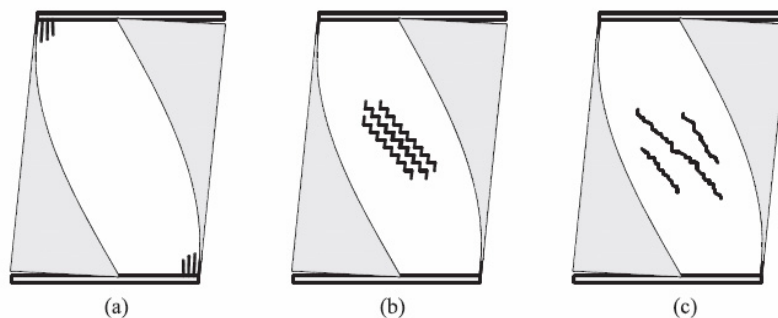
El método más sencillo para el modelado de estructuras de mampostería se basa en representar la misma como una combinación de elementos estructurales, tales como barras, vigas, placas o láminas. Este es el caso de los métodos simplificados a través de *macro-elementos*. En la literatura se pueden encontrar varios modelos basados en el concepto del método de marco equivalente (Magenes y Della Fontana, 1998; Roca et al., 2005; Penelis, 2006; Chen et al., 2008; Belmouden y Lestuzzi, 2009; Grande et al., 2011), donde los muros de la construcción se modelan empleando elementos tales como barras, vigas de antepecho y elementos de unión (ver Figura 1.1). Tal como se presenta en la Figura 1.2, es importante que los macro-elementos sean capaces de simular tanto el modo de falla por cizallamiento, como los modos de falla por flexión, incluyendo el efecto de la deformación flexional sobre los modos de falla de cizallamiento, con una posible parcialización de la sección transversal (Penna et al., 2013). También se desarrollaron macro-elementos bidimensionales, como se ilustra en la Figura 1.3. En particular, Calì et al. (2012) identificó algunas limitaciones en el uso de macro elementos unidimensionales, ocasionadas por la imprecisa simulación de la interacción entre macro-elementos y debido al débil modelado de la condición de fisuración de los

paneles. Este autor propuso la utilización de macro elementos bidimensionales, incorporando el empleo de un conjunto de resortes no lineales (Fig. 1. 3).

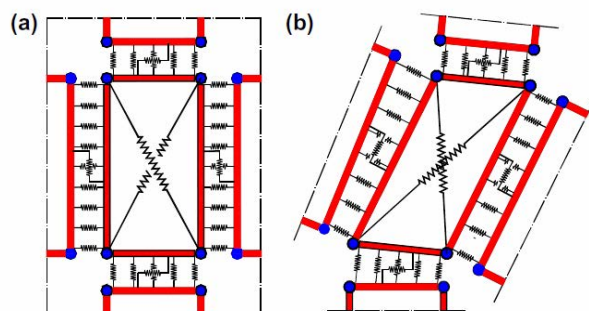


**Figura 1.1.** Macro-elemento propuesto por Chen et al. (2008)

Todos los enfoques simplificados citados se caracterizan por un coste computacional muy bajo, ya que cada macro-elemento representa todo un panel de la pared, lo que reduce drásticamente el número de grados de libertad de la estructura. Sin embargo, tales elementos simplificados por lo general proporcionan una descripción gruesa del comportamiento del elemento de mampostería real.



**Figura 1.2.** Principales modos de falla de paneles de mampostería sometidos a cargas en el plano (en gris: porción del panel principalmente no comprimida): (a) flexión combinada con posible aplastamiento de los extremos, (b) cortante con deslizamiento a lo largo de la junta horizontal mortero – ladrillo y (c) cizalladura con agrietamiento diagonal a través de las unidades y el mortero. (Penna et al., 2013)



**Figura 1.3.** Macro-elemento básico de Calìo et al. (2012). (a) configuración no deformada, (b) configuración deformada

### 1.3.3. Micro-modelos, Macro-modelos y Homogeneización

En este apartado se hace una rápida mención de las familias de métodos basados en el empleo del Método de Elementos Finitos, que se utilizan para el cálculo del comportamiento mecánico de la mampostería.

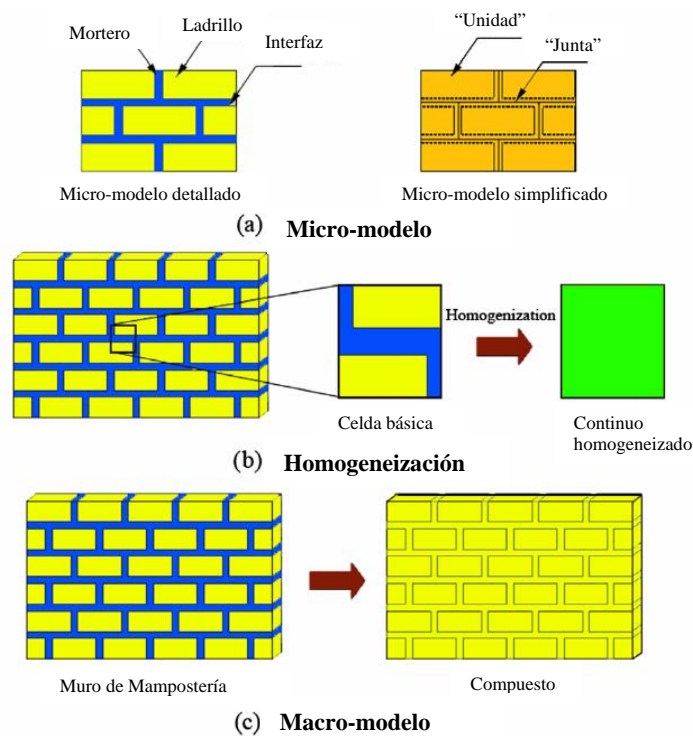
La mampostería es un material compuesto formado por unidades o mampuestos (ladrillos cerámicos, bloques, etc.) y juntas de mortero que actúan como planos de debilidad, confiriendo al material compuesto diferentes propiedades direccionales (Lourenço, 1996). En particular, se hace referencia a trabajos destinados a mampostería de ladrillo que es la tipología analizada en esta tesis.

Dependiendo del nivel de precisión y la simplicidad que se desea, es posible utilizar las siguientes estrategias de modelado (ver Fig. 1.4):

- *Micro-modelos* (por ejemplo: Lourenço y Rots, 1997; Lotfi y Shing, 1994; Xu et al., 2012; entre otros): analizan la mampostería como un ensamblaje discontinuo de unidades o ladrillos conectados por juntas en su posición real. Se distinguen:
  - Micro-modelos detallados: Los ladrillos y morteros se representan mediante elementos finitos de comportamiento continuos, mientras que el comportamiento de la interfaz mortero-ladrillo se representa con elementos finitos discontinuos;
  - Micro-modelos simplificados: las unidades están representadas a través de elementos de comportamiento continuo mientras que el comportamiento de

las juntas de mortero y la interfaz ladrillo-mortero se agrupa en elementos discontinuos;

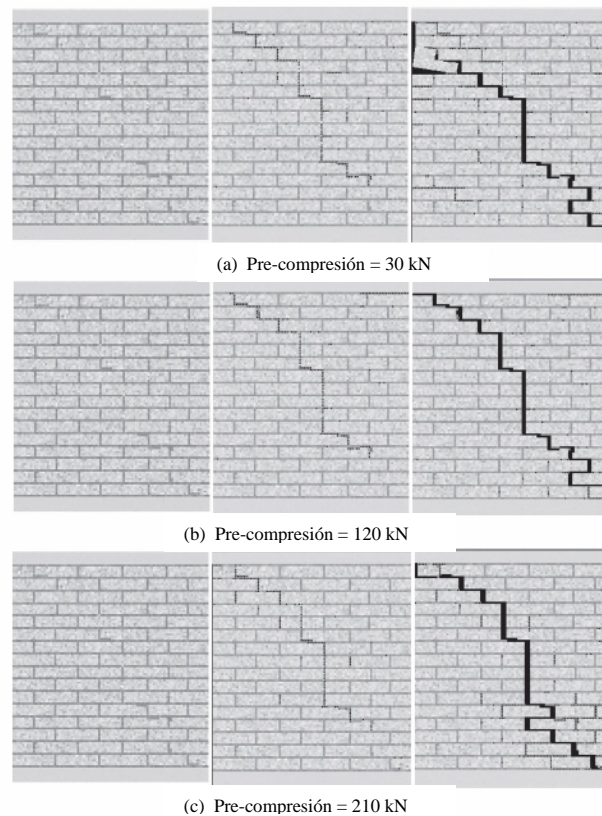
- *Macro-modelos* (por ejemplo: Lourenço et al., 1997; Lourenço et al., 1998; Lourenço, 1997): en este caso ladrillo, mortero e interfaz ladrillo-mortero están representados por un mismo elemento finito. Dentro de este tipo de discretización suele englobarse a las *técnicas de homogeneización*. Las que básicamente consisten en sustituir la compleja geometría de la celda básica por una geometría simplificada de modo que es posible una solución cerrada del problema homogeneizado. Una revisión más completa de este tipo de modelos se presenta en el Capítulo 3, ya que la formulación propuesta en esta tesis se basa en este tipo de técnica.



**Figura 1.4.** Estrategias de modelación para mampostería (Bayraktar et al., 2010)

En el enfoque de micro-modelo detallado, el módulo de Young, el coeficiente de Poisson y, opcionalmente, las propiedades inelásticas de ambos materiales se han de tener en cuenta para cualquier tipo de modelo que se utilice. La interface junta-ladrillo representa una superficie de fisuración potencial con una rigidez ficticia inicial para representar el contacto y evitar la penetración de un material en otro. Esto produce la

acción combinada de ladrillo, mortero e interfaz, (ver Figura 1.5 a modo de ejemplo). En el enfoque a través de micro-modelo simplificado, cada junta, formada por el mortero y dos interfaces unidad-mortero, se une en una interfaz “promedio” que recoge estos tres componentes con el fin de simplificar el problema sin cambiar la geometría. En consecuencia, la mampostería es considerada como un conjunto de bloques elásticos unidos por potenciales líneas de fractura / deslizamiento en las juntas. Sin embargo, al no estar incluido el efecto de Poisson del mortero, se pierde precisión en los resultados (Lourenço, 1996). Los *micro-modelos* son probablemente la mejor herramienta para entender el comportamiento de la mampostería. El provecho de su utilización como aproximación se basa en la posibilidad de consideración de diferentes mecanismos de falla (fisuración, deslizamiento). Tienen su campo de aplicación en el estudio del comportamiento local de detalles estructurales de mampostería, como estudio del comportamiento real de la interface (discontinuidades en la estructura). Este tipo de discontinuidades generalmente son determinantes en el comportamiento global de las estructuras de mampostería. Este tipo de modelización aplica una notable discretización en elementos, lo que comporta un coste computacional muy alto respecto a la escala para la que se utiliza.



**Figura 1.5.** Proceso de fractura para distintas cargas de pre-compresión obtenidos por Xu et al. (2012)

En el enfoque de macro-modelos no se hace distinción geométrica entre las unidades individuales y las juntas, ya que se trata a la mampostería como un continuo homogéneo y anisótropo. Son aplicables cuando la estructura está compuesta por muros con dimensiones lo suficientemente grandes que hacen que las tensiones a través y a lo largo de los elementos sean esencialmente uniformes y de los cuales sólo se requiere el conocimiento del comportamiento de conjunto (Oller ed., 2002). Ejemplos de este tipo de aproximación se encuentran en las formulaciones basadas en la teoría de mezclas y en la teoría de homogeneización (Oller, 2003). Evidentemente, la macro-modelización es mucho más práctica debido al reducido tiempo y memoria requerida (desde el punto de vista de la computación) así como una mayor facilidad en la generación de malla. Este tipo de modelización tiene mayor valor cuando el compromiso entre precisión y eficiencia es necesario.

Tanto los *micromodelos* como los *macromodelos* de estructuras de mampostería exigen una descripción de los materiales a través de experimentación. Sin embargo, las propiedades de la mampostería están influenciadas por un gran número de factores como las propiedades intrínsecas del ladrillo y el mortero, la calidad de la mano de obra, el grado de curado, desarrollo, edad, etc.

Por otra parte, dentro de los macro-modelos, las técnicas de homogeneización (esquemáticas en la Figura 1.4), permiten establecer relaciones constitutivas en términos de tensiones y deformaciones promedio a partir de la geometría y de las relaciones constitutivas de los componentes individuales; sin duda significan un avance en el modelado de la mampostería, sobre todo debido a la posibilidad de utilizar modelos de materiales estándar y códigos desarrollados originalmente para materiales isotrópicos. A pesar de la complejidad de la mampostería, se puede obtener mucha información del estudio de las estructuras de mampostería regulares, en las que se produce una repetición periódica de la microestructura debido a una disposición constante de las unidades o ladrillos. El enfoque de homogeneización más popular sustituye la compleja geometría de la celda básica por una geometría simplificada de modo que es posible obtener una solución de forma cerrada del problema homogeneizado (Pande et al., 1989; Maier et al., 1991). La homogeneización generalmente ha sido llevada a cabo en dos pasos, la junta vertical y la junta horizontal se introducen sucesivamente. El uso de dos etapas separadas en la homogeneización no

tiene en cuenta de manera explícita la compensación regular de las juntas de mortero verticales pertenecientes a dos capas consecutivas de unidades, lo que resulta en errores significativos en el caso de análisis no lineal. Recientemente, las técnicas de homogeneización se han aplicado de manera efectiva al análisis límite (Milani et al., 2006a, 2006b y 2006c; Milani et al., 2007; Zucchini and Lourenço, 2009; Zucchini and Lourenço, 2002; Zucchini and Lourenço, 2004; Zucchini and Lourenço, 2007; Addessi y Sacco, 2012).

A pesar de los considerables esfuerzos invertidos en investigación referidos a los enfoques numéricos de modelización de la mampostería, aún existe una brecha entre sus representaciones a niveles de la micro y de la macro-escalas, lo que complica la explotación de la información obtenida a través de enfoques micro-mecánicos a los cálculos estructurales. El desarrollo de un marco computacional multi-escala acoplado, que permita la interacción entre ambas escalas constituye, por tanto, un importante paso en la conexión de estas dos clases de modelos. En este sentido, la teoría de homogeneización, que es ampliamente utilizada en materiales compuestos en general (Oller, 2003) y en mampostería en particular (López et al., 1999), consiste básicamente en dividir el problema en dos o más escalas de diferente orden, denominadas macroscópica o global y microscópica o local. La escala microscópica se utiliza con el objetivo de analizar la estructura interna o micro-estructura del material compuesto y obtener las variables de estado del problema micro-mecánico. Estas variables de estado permiten luego determinar las macro-variables del problema. La escala macroscópica se utiliza para analizar el problema global y en ella se considera al material compuesto como un material homogéneo.

Las técnicas de homogeneización aplicadas a nivel estructural, fundamentadas en los conceptos básicos de la teoría de homogeneización, han suscitado un interés creciente. El objetivo de las mismas es obtener una representación continua del comportamiento de dominios periódicos, al mismo tiempo que se preserve la información de las propiedades y la geometría de sus componentes. Debido a la periodicidad que presenta la configuración de la mampostería, es posible utilizar estas herramientas o técnicas para representar y modelar su comportamiento.

Lo descrito anteriormente debe ser complementado mediante la implementación de modelos constitutivos acordes a las características de cada material

componente que reproduzcan de la manera más fiel posible su comportamiento no lineal. Es por ello que se enfoca el problema en la formulación y/o adaptación de modelos constitutivos de daño, con el fin de su aplicación a los componentes marcadamente friccionantes correspondientes a la mampostería.

#### **1.4. OBJETIVOS DE LA TESIS**

El objetivo de la presente tesis doctoral consiste en la formulación de un modelo general adecuado para el análisis del comportamiento, tanto lineal como no-lineal, de estructuras de mampostería de ladrillo, mediante el desarrollo de una formulación basada en técnicas de homogeneización acoplada con un modelo de daño. Para ello, se plantea el desarrollo de una herramienta numérica que trate en diferentes escalas a esta tipología estructural con distintos parámetros geométricos y mecánicos. El desarrollo de esta herramienta está también orientado al análisis de estructuras mixtas, de mampostería y mampostería encadenada, de manera de obtener bases ciertas de comportamiento, que permitan establecer criterios fiables para modelos simplificados cuando se trabaje en estructuras a mayor escala.

Partiendo del objetivo general descrito, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Particularización y adecuación de las teorías de múltiple escala para el tratamiento de microestructura de mampostería, con el fin de desarrollar una metodología que permita el análisis de sistemas estructurales constituidos por muros de mampostería periódicos. Se busca obtener, mediante el desarrollo de formulaciones que utilizan la Mecánica de Medios Continuos, el comportamiento global de estructuras de mampostería, a través de los campos de tensiones y deformaciones que se producen en cada uno de los materiales componentes.

- Formulación y/o implementación de modelos de daño que consideren el comportamiento diferenciado, ya sea en los límites de tracción y compresión o en el comportamiento volumétrico y desviador de las relaciones constitutivas.

- Incorporación en un código de elementos finitos general no lineal del modelo de homogeneización acoplado con daño.



- Validación del modelo y de la herramienta numérica a través del desarrollo de ejemplos y comparación con resultados experimentales, así como con resultados numéricos publicados por otros autores.

- Análisis del comportamiento de estructuras de mampostería sometidas a cargas en su plano (análisis *push-over*) y perpendiculares a su plano.

- Estudio del comportamiento de pórticos rellenos con mampostería.

## 1.5. CONTENIDO DE LA TESIS

Esta tesis está orientada al análisis y desarrollo de técnicas de homogeneización ad-hoc para resolver el problema de representar el comportamiento estructural de muros de mampostería, aprovechando la configuración periódica que sus materiales y distribución le confieren. Estas técnicas de homogeneización permiten representar el comportamiento del compuesto sorteando las heterogeneidades presentes, tratando al compuesto como un material homogéneo anisótropo con propiedades medias (homogeneizadas). Mediante estas técnicas, es posible derivar el comportamiento global de la estructura a partir del comportamiento de los materiales constituyentes (ladrillo y mortero) adoptando modelos constitutivos diferentes para cada uno de ellos.

En el Capítulo 1 se presenta la importancia del tema y se plantea un panorama general de los antecedentes en modelización de mampostería, así como los objetivos propuestos y el contenido de este documento.

En el Capítulo 2 se detallan las características del comportamiento de la mampostería, en particular se establecen las propiedades de sus componentes, de manera de clarificar la influencia que el comportamiento mecánico de éstos tiene en la respuesta global de la mampostería. Asimismo se presenta una breve reseña del comportamiento experimental de pórticos o marcos rellenos con mampostería.

En el Capítulo 3 se desarrollan los conceptos fundamentales de la teoría de homogeneización, tanto de la teoría de los promedios como de la expansión asintótica. Se plantea el desarrollo de la micro-escala y la macro-escala, la periodicidad material y su consecuente celda unidad. Se detalla el estado de arte y antecedentes más importantes que provienen de desarrollos de diversos autores para la modelización de estructuras de mampostería mediante técnicas de homogeneización.

En el Capítulo 4 se presenta la formulación de un modelo original de degradación diferenciada acoplado con una técnica de homogeneización *ad hoc*, considerando una celda unidad o elemento de volumen representativo, que tiene en cuenta los modos de deformación tanto en el plano como fuera de él. El modelo de daño propuesto permite degradar en forma diferenciada la parte volumétrica y desviadora del comportamiento constitutivo del material y está basado en una generalización del modelo de degradación simple de Kachanov (1986) y el modelo de daño escalar de Oller (2001). Análogamente a la degradación simple, el modelo permite diferentes grados de degradación del módulo volumétrico secante y del módulo de corte secante (Oller, 1988). Para una mejor comprensión del modelo planteado se presenta un marco conceptual que incluye la definición de daño, tensión efectiva y bases termodinámicas. Se detalla además en el presente Capítulo el análisis del tratamiento de la anisotropía de los parámetros constitutivos del material, y su estado tensional y deformacional, mediante la técnica de transformación de espacios que simula el comportamiento del sólido anisótropo real mediante un sólido ficticio isótropo (Betten, 1981 y Oller, 1991). Se detalla además la implementación numérica y calibración del modelo en un programa marco de elementos finitos [PLCD4.05] desarrollado por el Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras de la Universidad Politécnica de Cataluña (PLCD Manual, 1991-presente). Se particulariza también el algoritmo desarrollado para su implementación con el fin de la obtención de resultados numéricos. Finalmente, se muestran ejemplos de validación y aplicación del modelo desarrollado. Los ejemplos incluyen simulaciones de ensayos, comparación con resultados experimentales y numéricos publicados por otros autores. Se muestran también resultados obtenidos a través de análisis estáticos no lineales (*push-over*) de estructuras más complejas. Este Capítulo se completa con dos Anexos. En el primero se explica el modelo de daño unilateral de Faria et al. (1998), ya que este modelo también ha sido implementado en conjunto con la técnica de homogeneización presentada en esta tesis. En el segundo Anexo se describe brevemente la teoría de mezclas serie-paralelo (S/P) (Rastellini et al., 2008) empleada para modelar el hormigón armado en el estudio de pórticos rellenos con mampostería.

Finalmente, en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones generales de la Tesis, las contribuciones y publicaciones realizadas durante el desarrollo de la misma, y las sugerencias para líneas de investigación futura.

# **CAPÍTULO 2**

## **COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA MAMPOSTERÍA**

### **2.1. INTRODUCCIÓN**

En este Capítulo se definen los elementos que constituyen la mampostería y se realiza una descripción de las propiedades de los mismos. El comportamiento mecánico de estos componentes tiene una gran influencia en la respuesta de la mampostería analizada mediante la técnica de homogeneización presentada en esta tesis. Asimismo, es sumamente importante el conocimiento de la respuesta de los componentes ante diferentes solicitaciones a efectos de justificar el modelo de daño diferenciado propuesto en el Capítulo 4. Además, se presenta un resumen que permite apreciar el

comportamiento de la mampostería como material compuesto ante diferentes acciones mecánicas.

Como se dijo, por mampostería se entiende al conjunto de dos fases materiales constituidas por unidades, como los ladrillos, y una sucesión de juntas de mortero dispuestas en forma irregular o regular. En el último caso, las juntas siguen la disposición del contorno de los ladrillos, formando dos grupos principales: horizontales y verticales. Particularmente, las formulaciones planteadas en la presente tesis están dirigidas al estudio de la mampostería compuesta por ladrillos de forma regular y paralelepípeda.

La mampostería es un material que presenta diferentes propiedades en función de la dirección en la que estén orientadas las juntas de mortero. Éstas constituyen planos de debilidad. La falla de la estructura de mampostería va precedida generalmente por un desarrollo masivo de fisuración en dichas juntas, por lo que éstas son las limitantes en la capacidad resistente final.

Las propiedades de los materiales se determinan a partir de ensayos experimentales individualizados de cada una de las partes que conforman la mampostería.

A continuación se describen algunas propiedades de los componentes de la mampostería.

## **2.2. COMPONENTES DE LA MAMPOSTERÍA**

En las últimas décadas se llevaron a cabo varias campañas experimentales con muestras de mampostería con el objetivo de caracterizar sus principales propiedades y las de sus componentes, logrando interesantes resultados. Ensayos experimentales sencillos sobre especímenes de mampostería a pequeña escala proporcionan información tanto a la mampostería en su totalidad como de los componentes en forma individual. Es importante subrayar, en efecto, como afirman Van der Pluijm (1999) y Massart (2007), que las propiedades de los morteros están considerablemente influenciadas por la presencia de los ladrillos debido a la adsorción de agua, por lo tanto, las pruebas realizadas en prismas compuestos únicamente de mortero no son representativos del comportamiento efectivo.

Los ensayos de tracción-compresión uniaxial estándar en especímenes de mampostería muestran los siguientes rasgos distintivos:

- ✓ ambos componentes muestran resistencias a la tracción notoriamente inferiores a los de compresión;
- ✓ la resistencia a la compresión y el módulo de Young de los ladrillos son considerablemente más altos que para el caso del mortero;
- ✓ los ladrillos exhiben respuestas casi lineales seguida de falla frágil;
- ✓ las juntas de mortero muestran un comportamiento fuertemente no lineal;
- ✓ la mampostería muestra un comportamiento no lineal típico caracterizado por una resistencia a la compresión aproximadamente media entre la de sus componentes. La rama lineal termina cuando aparecen fisuras e inician los mecanismos de daño. La resistencia a la tracción es generalmente del orden de 2 - 7% la resistencia a la compresión.

En la Tabla 2.1 se muestran valores indicativos de los parámetros mecánicos para ladrillos y juntas de mortero, obtenidos como resultado de varias pruebas experimentales (De Bellis, 2009).

Material	Resistencia a la Compresión [MPa]	Resistencia a la Tracción [MPa]	Módulo de Young [MPa]	Coefficiente de Poisson
Mortero	3 – 30	0.2 – 0.8	$(8 - 20) 10^3$	0.1 – 0.35
Ladrillo	6 – 80	1.5 - 9	$(15 - 25) 10^3$	0.1 – 0.25

**Tabla 2.1.** Parámetros mecánicos típicos de ladrillo y mortero

En la Tabla 2.1 es posible observar una gran dispersión en los resultados experimentales. Es notable que los parámetros mecánicos de los ladrillos y del mortero dependen en gran medida tanto de las características naturales de los materiales, como del proceso de elaboración. Para el mortero, en particular, la resistencia depende de sus componentes y dosificación. Las diferentes posibilidades de apilamiento de los ladrillos, junto con la cantidad y la calidad del mortero de las juntas conducen a una amplia gama de tipologías de mampostería. Incluso si los ladrillos y las juntas de mortero pueden ser catalogados como homogéneos e isótropos, el comportamiento global depende de sus respectivos mecanismos y de sus interacciones. Esta es esencialmente la razón por la

que la mampostería puede ser considerada como una “estructura mixta”, más que un “material compuesto”, pero el límite entre una y otra lo establece sólo la escala de los componentes y por lo tanto, en este caso, puede decirse que la mampostería cumple con ambas clasificaciones.

En particular, la interacción entre el mortero y los ladrillos está influenciada por varios factores mecánicos y físico-químicos que se pueden resumir de la siguiente manera:

Ladrillos:

- Compresión y resistencia a la tracción para pruebas uniaxiales y multiaxiales;
- Módulo de Young, ductilidad y fluencia;
- Rugosidad superficial;
- Características de adsorción de agua;
- Resistencia a los agentes químicos;
- Variación de volumen debido a la humedad, la temperatura y reacciones químicas;
- Peso, forma, distribución de poros (en elementos artificiales).

Mortero:

- Resistencia a la compresión para ensayos multiaxiales;
- Módulo de Young, ductilidad y fluencia;
- Adherencia;
- Trabajabilidad y plasticidad.

Método de construcción:

- Geometría y disposición de los ladrillos;
- Espesor de la junta de mortero en comparación con las dimensiones del ladrillo;
- Falta de uniformidad en el grosor de las juntas de mortero.

### **2.3. PROPIEDADES DE LA MAMPOSTERÍA**

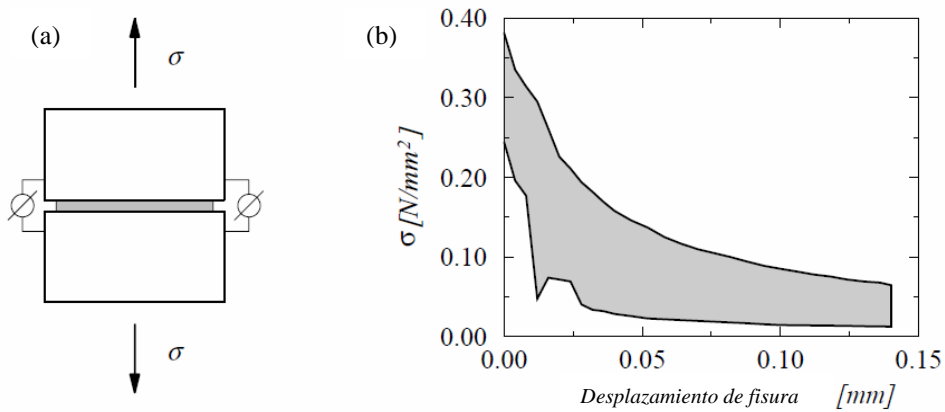
Es muy importante la caracterización macroscópica de la mampostería para entender el rol que desempeña la disposición de los ladrillos y las juntas de mortero en el comportamiento estructural global. El propósito de esta sección es describir brevemente las características del comportamiento mecánico de la mampostería,

incluyendo las propiedades deseadas para un modelo material. Una revisión completa y detallada se puede encontrar en Lourenço (1996) para los aspectos mecánicos o Van Zijl (2000) para la fluencia y retracción.

La interfaz entre ladrillos y juntas de mortero es una zona muy importante, ya que es responsable del comportamiento no lineal del mortero. Es posible identificar dos tipos de falla diferentes a nivel de la interfaz: Modo I (falla por tracción) y el Modo II (falla de corte). Van der Pluijm (1999) realizó una serie de ensayos en especímenes de mampostería de pequeña escala que contienen sólo una junta de mortero con el fin de caracterizar estas juntas teniendo en cuenta la interacción con los ladrillos y los modos de falla mencionados anteriormente.

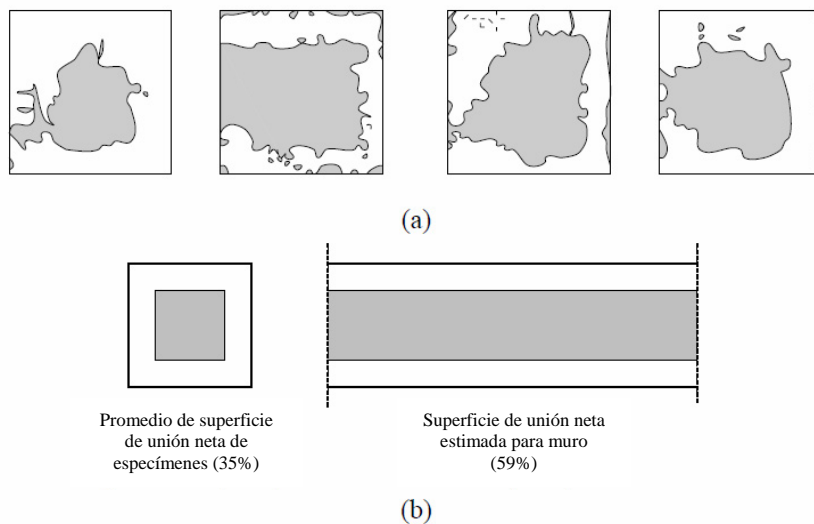
### **2.3.1. Modo I – Falla por Tracción**

En el modo de falla I, la curva de carga-desplazamiento exhibe una disminución de la tensión con el aumento de la deformación tal como se ilustra en la Figura 2.1. Esta disminución de la resistencia está vinculada a la coalescencia de micro-fisuras hasta grietas macroscópicas, la cual se puede aproximar muy bien mediante una curva con decrecimiento exponencial. La resistencia a la tracción obtenida en este tipo de prueba se rige por la falla de la interfaz entre ladrillo y mortero o por la falla del mortero. El modo de falla depende de la calidad del mortero, que resulta principalmente de su composición, y de la calidad de la unión entre ambos materiales, que está influenciada por las condiciones de curado, la naturaleza porosa del ladrillo y el área de unión real entre ladrillo y mortero. El área bajo la curva de tensión - desplazamiento está relacionado con la energía de fractura del modo I. Como se ilustra a través del área sombreada en la Figura 2.1, los resultados experimentales presentan una gran dispersión tanto en la resistencia máxima como en la energía de fractura. Van der Pluijm (1999) estableció una correlación, más bien débil, entre la resistencia de la unión a la tracción y la energía de fractura, en función del tipo de componente. Para ladrillo de arcilla, se reportaron las energías de fractura que van 0.005 hasta 0.015  $N/mm^2$ . Este orden de magnitud indica claramente que el proceso de fractura es cuasi-frágil en lugar de perfectamente frágil como se supone a veces (ver Luciano y Sacco, 1997).



**Figura 2.1.** Curva experimental tensión – desplazamiento de fisura, obtenida por Van der Pluijm (1992). (a) esquema del ensayo. (b) curva típica tensión – desplazamiento de fisura para ladrillo macizo (el área sombreada representa la envolvente de tres ensayos)

Observaciones mediante microscopía revelaron que el área efectiva de unión es menor que el espesor seccional de las juntas de mortero. La red de superficies de unión (así llamada por Van der Pluijm a la interfaz) parece estar concentrada en la parte interior de la junta, lo cual puede ser el resultado de la reducción de volumen de mortero y de un proceso de colocación de los ladrillos en el lecho del mortero. En el caso de un muro, la red de superficie de unión puede ser corregida y aumentada debido a que las juntas de mortero, en especial las horizontales presentan pocas discontinuidades.



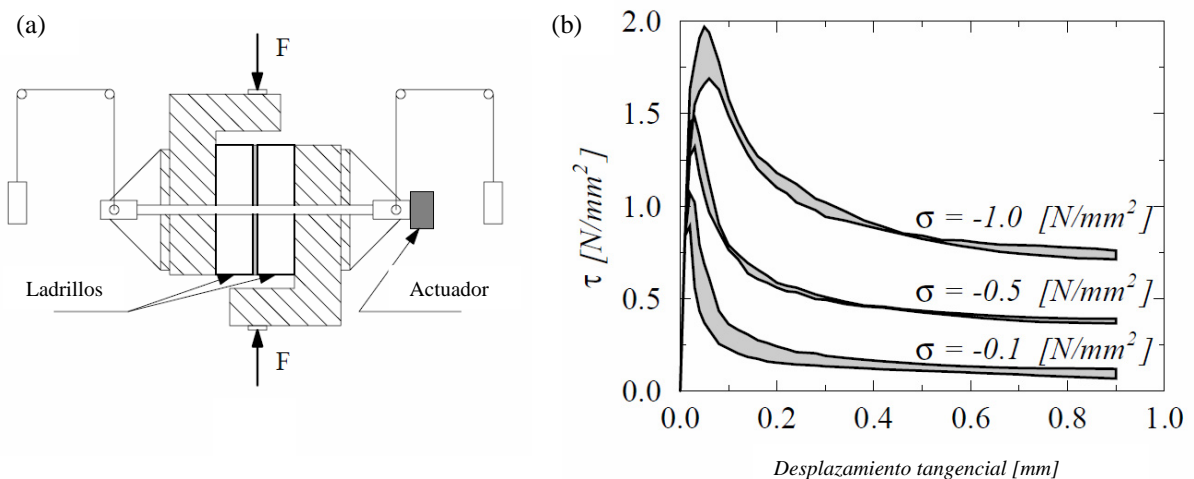
**Figura 2.2.** Superficies de unión traccionadas, obtenidas por Van der Pluijm (1992): (a) Superficies de unión típicas, (b) Extrapolación de las superficies de unión



Los esquemas presentados en la Figura 2.2.b hacen referencia a la sección transversal real de un muro y es el resultado de una extrapolación de la superficie de unión neta, medida en la muestra de ensayo, con respecto a la superficie de unión neta supuesta para la pared, dejando de lado cualquier influencia de las juntas verticales. Esta simulación daría a entender que para este modo de falla la mampostería sería una sucesión de capas horizontales formadas por ladrillos y juntas de mortero sucesivas.

### 2.3.2. Modo II – Falla por Cortante

Van der Pluijm (1993) también presenta una caracterización del comportamiento a corte de pequeños especímenes de mampostería. A partir de un ensayo de corte directo (ver Figura 2.3) con probetas confinadas, y ensayándolas a diferentes niveles de carga pudo establecer el comportamiento de la interfaz junta – mortero para el caso de solicitaciones tangenciales. Las tensiones de confinamiento (compresión) se aplicaron en tres niveles diferentes: 0.1, 0.5 y 1.0  $[N/mm^2]$ . Cabe destacar que en muchos de los ensayos con altos niveles de confinamiento, el mecanismo de falla en la interfaz ladrillo – mortero está acompañado por agrietamiento diagonal en la unidad.



**Figura 2.3.** Comportamiento al corte de la unión, Van der Pluijm (1993). (a) Dispositivo de ensayo. (b) Curva tensión tangencial-desplazamiento para distintas presiones de confinamiento (el área sombreada representa la envolvente de tres ensayos)

En el modo de falla II el comportamiento de las juntas de mortero también muestra una disminución gradual de la resistencia con el aumento de la deformación (ver Figura 2.3). Por otra parte, la resistencia al corte pico aumenta con la presión de

confinamiento. A diferencia del caso correspondiente al modo I, la resistencia al corte presenta una meseta residual asociada a la fricción, y muestra deformaciones irreversibles a niveles de tensión constante. El modo II de falla de las juntas está también acompañado por un fenómeno de dilatación que está vinculado a la microestructura granular del mortero.

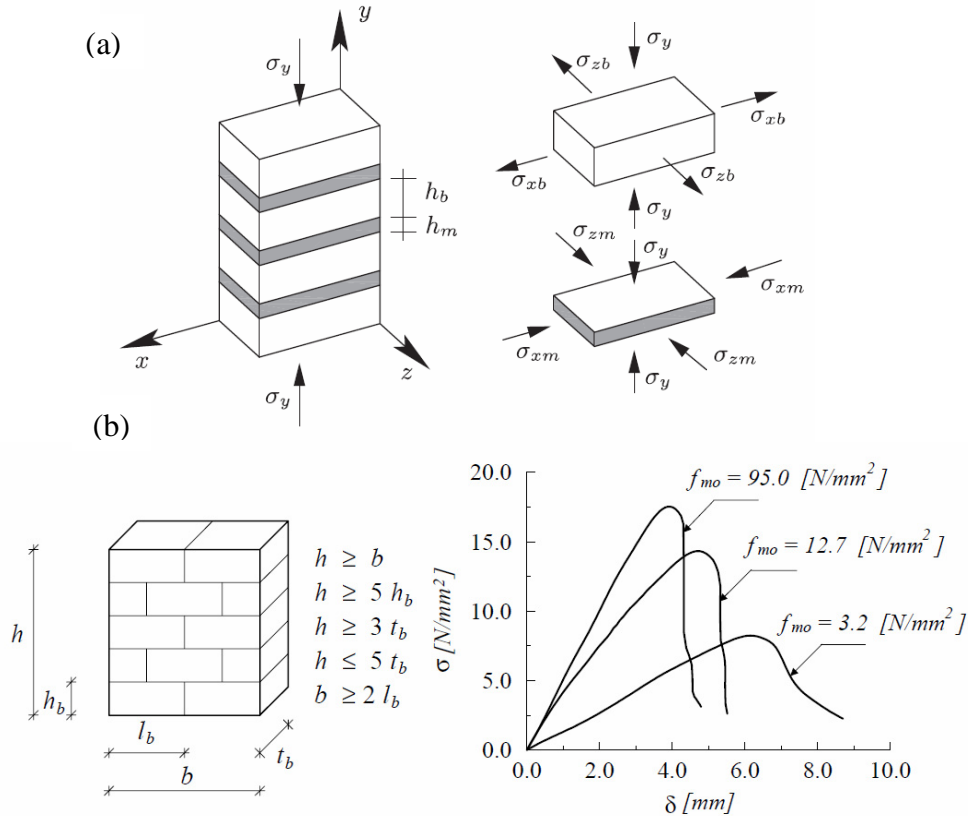
Se debe tener en cuenta que las propiedades de las uniones, que se resumen en Van der Pluijm (1999), están fuertemente afectadas por la presencia de los ladrillos debido a la adsorción de agua. Como consecuencia de ello los valores reportados son característicos del comportamiento de las juntas de mortero en el interior de la mampostería y difieren fuertemente de aquellas que resultan de ensayos realizados sobre primas o cilindros de mortero. Es por ello que se estima que los datos derivados de ensayos sobre especímenes de mampostería son más representativos del comportamiento en estructuras reales debido a que las interacciones con los ladrillos se consideran implícitamente.

### **2.3.3. Comportamiento de la mampostería a compresión uniaxial**

La resistencia a compresión de la mampostería en la dirección normal a la junta horizontal es considerada, tradicionalmente, como una propiedad relevante del material, al menos hasta la introducción de los métodos numéricos para analizar las estructuras de mampostería. El ensayo más comúnmente aceptado para la determinación de la resistencia a compresión uniaxial de la mampostería es en dirección normal a las juntas de mortero y se representa en la Figura 2.4. La compresión uniaxial de la mampostería conduce a un estado triaxial de compresión en el mortero y a una compresión-tracción en el ladrillo. A través de este ensayo se observa que inicialmente aparecen fisuras verticales en los ladrillos a lo largo de la línea media de las piezas, y que generalmente coincide con la continuación de las juntas verticales de mortero. A medida que crece la deformación van apareciendo fisuras adicionales, normalmente verticales en pequeñas zonas de la pieza, que llevan a la falla por deslizamiento de las fisuras en la pieza.

El comportamiento de la mampostería bajo compresión uniaxial en dirección paralela a las juntas de mortero ha recibido menos atención. Sin embargo, la mampostería es un material –estructura– anisótropo y la resistencia a compresión bajo cargas paralelas a las juntas de mortero puede tener un efecto decisivo a la hora de la determinación de la carga de pandeo en los muros. La relación entre la resistencia a

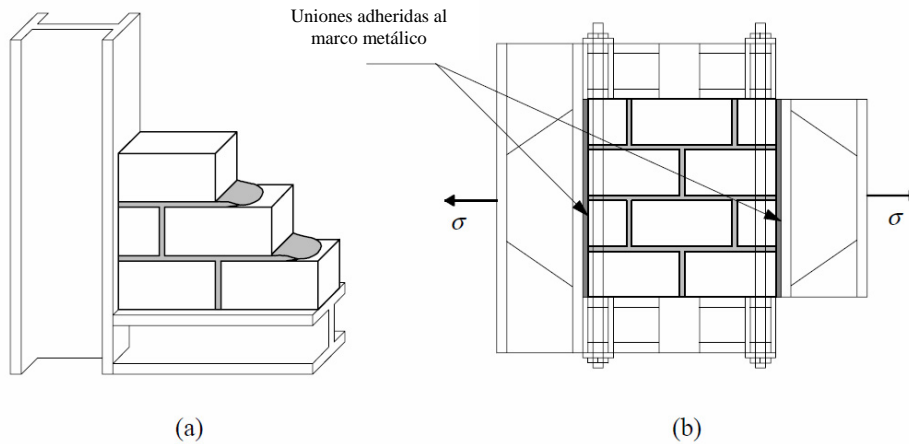
compresión uniaxial paralela a las juntas y normal a éstas tienen valores que oscilan entre 0.2 y 0.8. Estas relaciones han sido obtenidas para bloques perforados, bloques de mortero y bloques de hormigón ligero. En el caso de ladrillos macizos, la relación antes mencionada puede tomarse como 1.0 (Oller, 2003).



**Figura 2.4.** (a) Tensiones en un prisma de mampostería bajo cargas de compresión. (b) Curvas experimentales tensión (vertical) – desplazamiento para prismas de 600 x 250 x 600  $[\text{mm}^3]$  obtenidos por Binda et al. (1988)

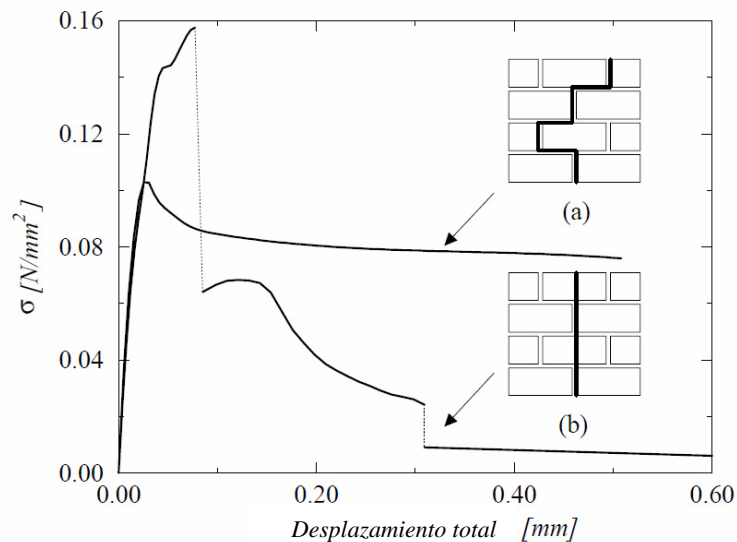
### 2.3.4. Comportamiento de la mampostería a tracción uniaxial

Para cargas a tracción en sentido perpendicular a las juntas de mortero, el colapso es causado por una pérdida de resistencia a tracción en la interfaz mortero-ladrillo (Lourenço et al., 1999). Por lo general, la resistencia a la tracción de la mampostería está gobernado por la interfaz, y sólo en casos muy raros la resistencia del ladrillo es menor que la del mortero. Una prueba experimental típica es descrita por Backes (1985): la muestra de ensayo se compone de cuatro capas de ladrillos, y los extremos superior e inferior de la muestra se encuentran firmemente vinculados a vigas de acero (ver Figura 2.5).



**Figura 2.5.** Montaje del ensayo para la resistencia a la tracción de la mampostería paralelo a las juntas horizontales, Backes (1985): (a) construcción de la muestra de ensayo; (b) muestra de ensayo.

En la Figura 2.6 se muestran dos respuestas posibles asociadas con distintos patrones de fallas, obtenidas a partir de ensayos realizados en paneles sometidos a tracción paralela a la junta. El primero de éstos falla por desarrollo de fisuración en las juntas verticales y horizontales, y en forma de *zigzag*. El segundo se presenta como una fisura perpendicular a la fuerza de tracción y aparece siguiendo las juntas verticales de mortero y atravesando los ladrillos.



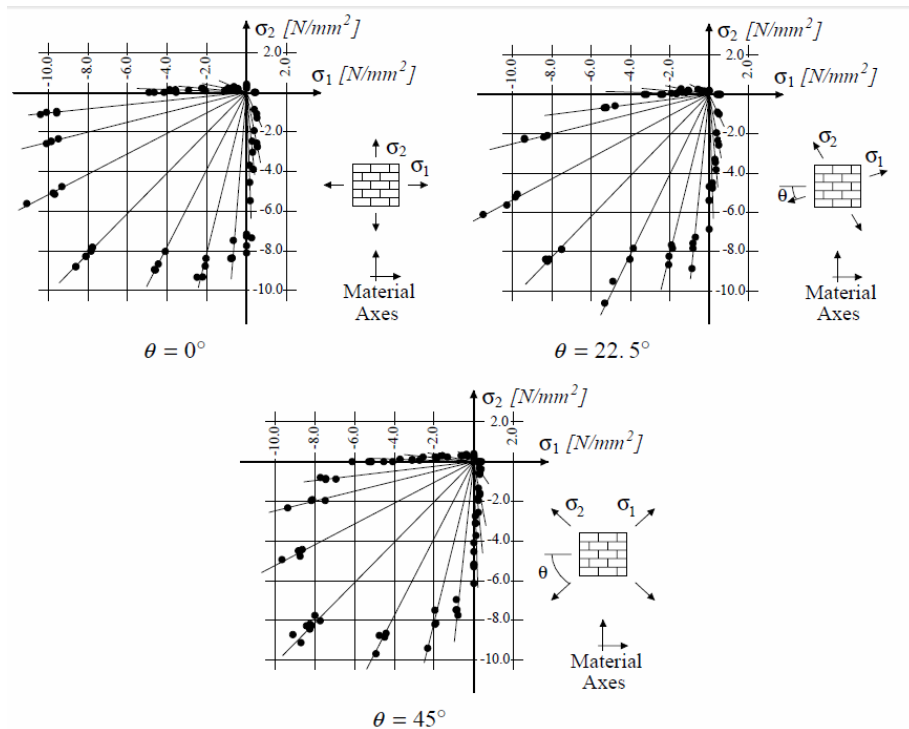
**Figura 2.6.** Diagramas experimentales típicos tensión-desplazamiento, para tracción en la dirección paralela a las juntas horizontales, Backes (1985): (a) el fallo se produce por fisuración escalonada paralela a las juntas, (b) el fallo se produce verticalmente a través de las juntas verticales y ladrillos.

En el primero de los mecanismos de rotura, la respuesta de la mampostería viene gobernada por la energía de fractura de las juntas verticales, mientras que en las juntas horizontales es el mecanismo de cortante el que gobierna la fisuración (ver Figura 2.6).

En el segundo de los mecanismos, dado que toda la fisuración es vertical e involucra tanto a las juntas como al ladrillo, es la energía de fractura  $G_f$  de cada material la que participa en la fisuración total de la estructura.

### 2.3.5. Comportamiento biaxial

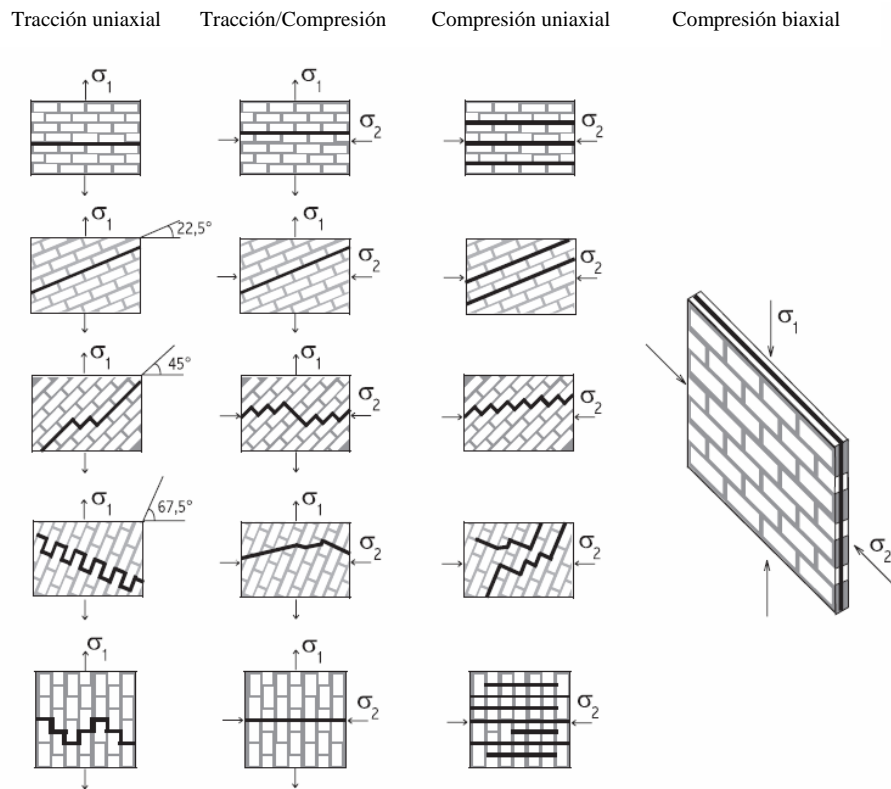
El comportamiento de la mampostería bajo estados biaxiales de tensión, puede no ser completamente descrito por una ley constitutiva bajo condiciones de carga uniaxiales. La influencia de estados biaxiales de tensiones es importante con el fin de conocer el comportamiento resistente, el cual no puede ser descrito solamente en términos de tensiones principales ya que la mampostería es un material anisótropo. Por lo tanto, la envolvente de tensiones biaxiales de mampostería puede ser descrita en términos de la orientación de los ejes respecto al material y de las tensiones principales, siendo  $\theta$  el ángulo que forman las tensiones principales y los ejes del material. Un reporte completo sobre el comportamiento de la mampostería bajo cargas biaxiales fue obtenido por Page (1981, 1983), en base a ensayos realizados sobre muros, (ver Figura 2.7).



**Figura 2.7.** Envolventes de resistencia obtenidas por Page (1981 y 1983) para mampostería de ladrillos macizos y estados de tensión biaxial.

Una caracterización experimental exhaustiva fue realizada por Dhanasekar et al. (1985) con el fin de identificar las superficie de falla macroscópicas para estructuras de

mampostería en relación al estado de tensión aplicado. La Figura 2.8 muestra que los patrones de falla obtenidos en este estudio difieren sustancialmente dependiendo del caso de carga. Para tracción uniaxial el fallo ocurre por fisuración y deslizamiento de unos bloques sobre otros en la línea formada por el acoplamiento de dichas fisuras. La influencia de la tracción lateral en la resistencia a tracción global no es conocida debido a que no hay ensayos experimentales. La compresión lateral hace decrecer la resistencia a tracción, lo cual puede explicarse debido al daño inducido en el material compuesto por formación de microfisuras en las juntas y en los ladrillos. En el caso de cargas combinadas tracción / compresión el fallo ocurre tanto por fisuración y deslizamiento en las juntas, como por un mecanismo combinado que involucra tanto a ladrillos como a juntas. En el caso de compresión uniaxial aparecen tipos similares de falla, pero en el caso de compresión biaxial se observan tránsitos suaves hacia otros mecanismos de ruptura. El mecanismo de falla típico en compresión biaxial ocurre por fisuración de los paneles en la zona media de la estructura y siguiendo una dirección paralela al plano de carga. El incremento de la resistencia a compresión bajo estados de compresión biaxial puede explicarse por el desarrollo de una fricción en las juntas, así como una fricción interna en el mortero.



**Figura 2.8.** Patrones de fallas típicas en términos de tensiones principales, Dhanasekar et al. (1985).

### 2.3.6. Comportamiento post-pico de la mampostería. Ablandamiento o “softening”.

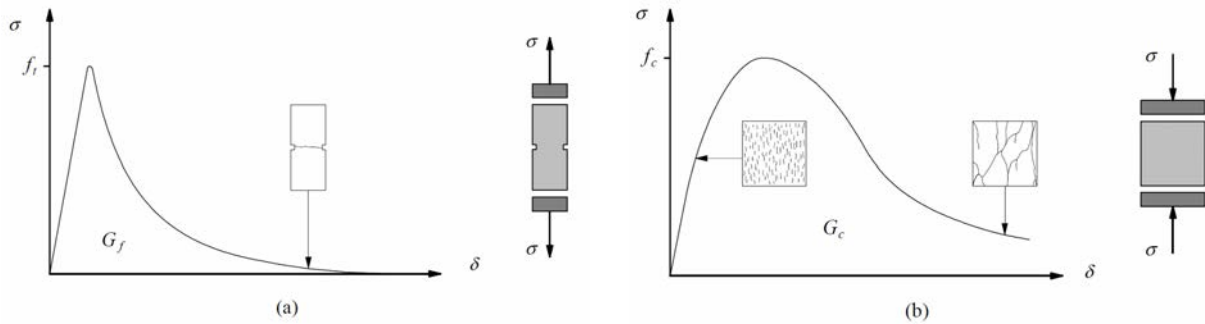
El ablandamiento es un decremento gradual de las propiedades resistentes del material en un punto del sólido sometido a un crecimiento monótono de las deformaciones impuestas (Oller, 2001). Éste es un rasgo característico de los materiales cuasi frágiles tales como ladrillos de arcilla cocida, morteros, materiales cerámicos, rocas u hormigón, los cuales fallan debido a un proceso de deterioro progresivo interno por desarrollo de microfisuras en las interfaces de los materiales componentes. El mortero contiene microfisuras debidas a retracción durante el curado y a la presencia de aditivos. En el caso de los ladrillos fabricados de arcilla, éstos contienen defectos y microfisuras debido a retracciones en el proceso de cocción de las piezas. Las tensiones iniciales y las fisuras, así también como las variaciones en las rigideces internas y resistencias, provocan el progresivo crecimiento de fisuras cuando el material está sometido a deformaciones progresivas. Inicialmente las microfisuras son estables, lo que significa que sólo crecerán cuando la carga se incremente. La interconexión entre fisuras y el excesivo desarrollo de alguna de ellas, conduce a la formación de “macrofisuras”. Éstas son inestables, situación que indica que la carga debe decrecer con el fin de evitar su crecimiento incontrolado. En los ensayos de deformación controlada, el crecimiento de la macrofisura degenera en un ablandamiento y localización de deformaciones (fisuras) en pequeñas zonas, mientras que en el resto de la estructura se desarrolla un proceso de descarga (Oller, 1991 y 2001).

En vista de la fenomenología descrita, se puede establecer para la simulación numérica del comportamiento constitutivo de un punto de la mampostería, las siguientes reglas básicas:

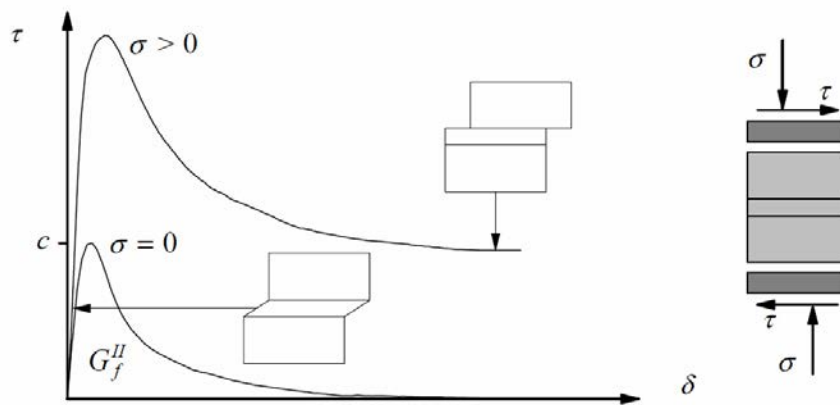
1. En el mecanismo de tracción y cortante, el proceso de ablandamiento puede tratarse como una pérdida de cohesión utilizando un modelo elasto-plástico limitado por la superficie de discontinuidad de Mohr-Coulomb.
2. En los casos de compresión, el fenómeno de ablandamiento es altamente dependiente de las condiciones de contorno en la estructura de mampostería, así como de las medidas de sus materiales componentes.

A través del análisis de las gráficas  $\sigma-\delta$ , puede obtenerse la energía de fractura  $G_f$  y de aplastamiento  $G_c$  (ver Figura 2.9), cuya adecuada combinación da la

correspondiente disipación por cortante  $G_f^H$  (ver Oller, 1991) y de ellas resulta el adecuado comportamiento post-pico del material. En la Figura 2.10 puede verse el diagrama característico tensión-desplazamiento para materiales cuasi frágiles en el caso de corte puro.



**Figura 2.9.** Comportamiento típico de materiales cuasi-frágiles bajo carga uniaxial y definición de energía de fractura: (a) carga de tracción ( $f_t$  denota la resistencia a la tracción); (b) carga de compresión ( $f_c$  indica la resistencia a la compresión)



**Figura 2.10.** Comportamiento de la mampostería bajo tensión cortante y definición de la energía de fractura  $G_f^H$  ( $c$  denota la cohesión)

## 2.4. ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA

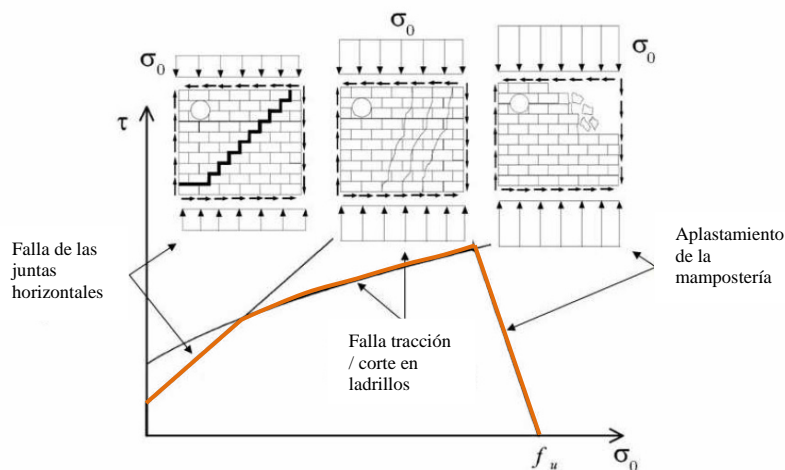
La vulnerabilidad sísmica está estrictamente relacionada con la respuesta de los paneles de mampostería sometidos a cargas laterales. Por tanto, es interesante comprender el comportamiento de muros de mampostería mediante la simulación de tales situaciones de carga.



### 2.4.1. Respuesta experimental

Mann y Müller (1982) realizaron una serie de ensayos sobre paneles de mampostería. Estos paneles fueron sometidos inicialmente a una compresión vertical uniforme  $\sigma_0$  y luego a carga lateral creciente en el extremo superior. Esta es la condición de carga típica que se da cuando un panel, incluido en una estructura, se somete a acciones horizontales. Estos autores han identificado tres mecanismos principales de falla (ver Figura 2.11):

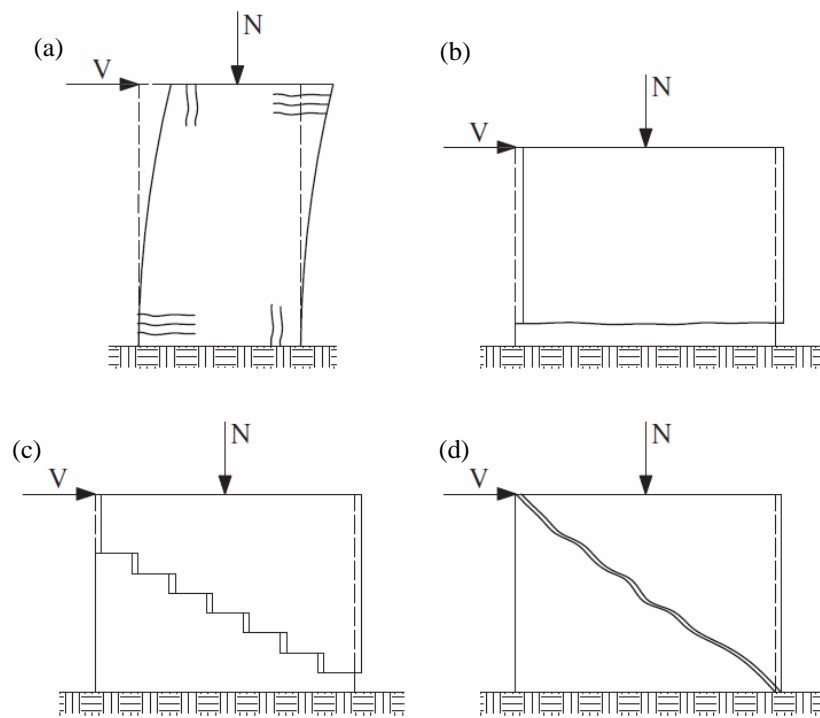
- Fisuras en las juntas horizontales cuando los valores de compresión  $\sigma_0$  son bajos;
- Fisuras debido a cortante y tracción, para valores intermedios de  $\sigma_0$ ;
- Fisuración por aplastamiento de la mampostería, cuando  $\sigma_0$  alcanza valores cercanos a la resistencia a la compresión uniaxial.



**Figura 2.11.** Envolvente de falla para caso de carga combinada (corte – compresión), obtenida por Mann y Müller (1982)

Los ensayos experimentales muestran que son posibles diferentes mecanismos de falla debido a las acciones combinadas de carga verticales y de cortante, como se esquematizan en la Figura 2.12.

El mecanismo de falla real depende de la relación entre las dimensiones del panel (cuando se considera sin agujero) o de las porciones individuales que constituyen el panel (cuando las ventanas o puertas interrumpen la continuidad del panel), depende también de los parámetros del material y de la carga vertical aplicada.



**Figura 2.12.** Mecanismos típicos de falla: (a) a flexión; (b) por deslizamiento horizontal; (c) deslizamiento diagonal; (d) agrietamiento diagonal.

## 2.5. PÓRTICOS RELLENOS CON MAMPOSTERÍA

La influencia de los muros de relleno en el comportamiento de marcos o pórticos es muy importante, en especial cuando éstos están sometidos a cargas laterales, como sucede con las acciones sísmicas. La fisuración o agrietamiento que se produce durante sobrecargas severas es el fenómeno dominante en los paneles de relleno. Como consecuencia de este fenómeno se presenta una significativa degradación de rigidez y resistencia. Además, la interacción entre los paneles de relleno y los marcos se modifica continuamente. El daño en la mampostería de relleno produce modificaciones muy importantes de las propiedades de un marco general. Por lo tanto, una buena representación de este fenómeno a un costo computacional razonable es esencial.

Con la ayuda de registros de reconocimiento in situ (D'Ayala et al., 2003; EERI, 2000 y 2001) y de programas experimentales (Mehrabi et al., 1996; Zarnic, 1994; Tomazevic, 1997) es posible realizar una clasificación de los mecanismos de falla localizada que se producen en los paneles de mampostería de relleno. Éstos son básicamente: deslizamiento por cortante, fisuración diagonal, compresión del puntal y

aplastamiento de las esquinas; lo que lleva al colapso de toda la estructura, causando – en general - falla por cortante en las columnas.

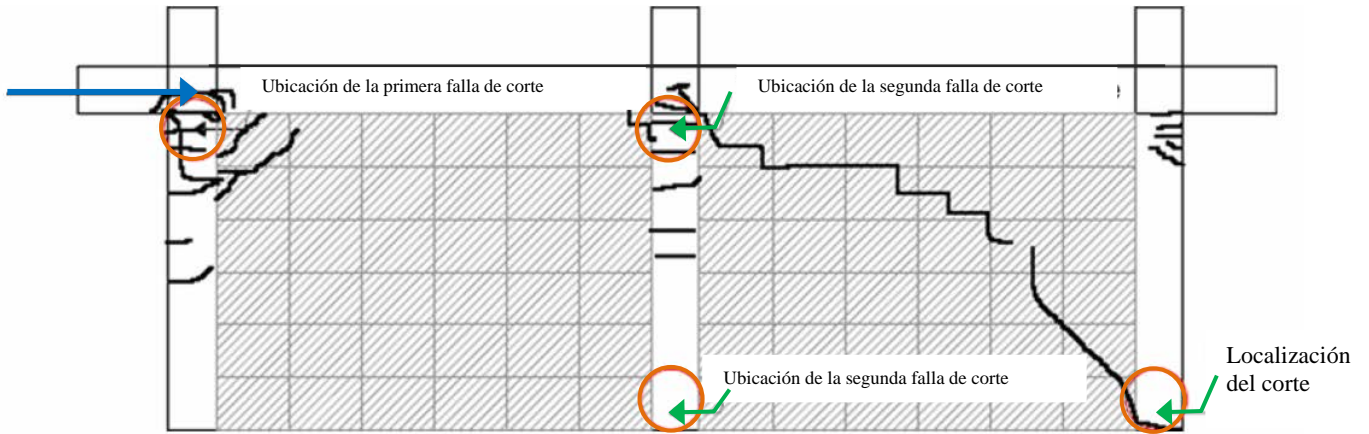
La influencia de diversos parámetros en los modos de falla y en la capacidad última fue investigada a fondo por Moghaddam y Dowling (1987), quienes llevaron a cabo pruebas exhaustivas en marcos de acero rellenos y consideraron que la condición de vínculo de la interfaz era uno de los parámetros más influyentes y, a la vez, menos fácil de cuantificar para el análisis.

Las investigaciones experimentales han incluido ensayos con carga cuasi estática, monótonas, cíclicas y pruebas de vibración, utilizando diferentes tipos de mampostería de relleno. Programas de ensayos sobre prototipos a media escala, realizados por Al-Chaar et al. (2002) y Colangelo (2005) proporcionan información útil acerca de los efectos que producen en el comportamiento global de pórticos rellenos las diferentes relaciones de aspecto (alto / ancho) de los marcos, las propiedades de relleno y las configuraciones del marco de hormigón armado (ver Figura 2.13).

Green (1987), Penelis y Kappos (1997) y Tomazevic (1999), presentan discusiones respecto a los efectos favorables y desfavorables de la interacción entre pórticos de hormigón armado y los paneles de mampostería de relleno, y la manera en que estos últimos alteran drásticamente el comportamiento dinámico global de estas estructuras. El consenso general es que, aunque la falla por flexión es la más común, la falla por corte es significativa (D'Ayala et al., 2009). El efecto de *rigidización* que produce el relleno puede significar que los elementos del marco de hormigón armado se encuentren sometidos a fuerzas concentradas laterales mayores, que no habían sido originalmente diseñados para resistir. En el caso de marcos débiles, la falla por corte de las columnas impide que se desarrolle un mecanismo resistente más robusto y dúctil. Cuando se produce el colapso frágil, por falla de cortante tanto del relleno como de las columnas, la capacidad resultante final del pórtico relleno con mampostería (PRM) es sustancialmente menor que la suma de las resistencias individuales del relleno y el marco (Mehrabi et al., 1996).

A pesar de toda la evidencia discutida anteriormente, los códigos y normas prácticas no incluyen aún un tratamiento completo de la interacción entre la mampostería de relleno y los marcos de hormigón armado, en general se proponen

modelos para un solo tipo de interacción encarnado en el modelo “puntal o biela equivalente”.



**Figura 2.13.** Ubicaciones de falla por cortante en columnas y patrones de fisuración experimental encontrado por Al-Chaar (2002).

La Figura 2.14 muestra marcos de hormigón armado con y sin paneles de relleno que fueron ensayados por Puglisi et al. (2009a y 2009b) mediante cargas monótonas y cíclicas.



**Figura 2.14.** Marcos de hormigón armado con y sin mampostería de relleno (Puglisi et al. 2009b)

# **CAPÍTULO 3**

## **TEORÍA DE HOMOGENEIZACIÓN: CONCEPTOS FUNDAMENTALES – ESTADO DEL CONOCIMIENTO**

### **3.1. INTRODUCCIÓN**

La mampostería es un material compuesto constituido por la repetición periódica de dos materiales (ladrillos y juntas de mortero) que están caracterizados por diferentes propiedades mecánicas. La heterogeneidad en la composición junto con la disposición de los componentes (patrones de unión, espesor de las juntas de mortero, etc.) resultan en un material compuesto marcadamente anisótropo, tanto en el rango lineal como en el no lineal. El comportamiento general se encuentra, como se vio en el Capítulo 2, afectado por la disposición relativa de los componentes y por las leyes constitutivas de

cada uno de ellos. Por esta razón la descripción del comportamiento mecánico de las estructuras de mampostería es una tarea muy difícil y el desarrollo de métodos computacionales eficientes, que permitan analizar el comportamiento, tanto lineal como no lineal, resulta complicado.

Para llevar a cabo esta tarea se han propuesto diferentes herramientas o técnicas, tal como se mencionó en el Capítulo 1 de esta tesis. Básicamente, los micro-modelos se consideran como *enfoques discretos*, mientras que los macro-modelos como *enfoques continuos*. En el marco de los enfoques continuos el desarrollo de estrategias de homogeneización conforma una base muy importante de actuales y futuros desarrollos. El objetivo fundamental de la teoría de homogeneización es, de hecho, derivar las características generales macroscópicas de un medio heterogéneo a partir del comportamiento de los materiales constituyentes.

En función de lo expresado, en este Capítulo se presentan los conceptos básicos y generales de las Técnicas de Homogeneización en lo que respecta a la aplicación a materiales compuestos en general. Luego se presenta una descripción del estado del conocimiento referido al desarrollo y aplicación de las teorías de homogeneización a estructuras de mampostería, así como una breve descripción de algunos modelos que resultan de interés en este tipo de estructuras y que son empleados en el Capítulo 4 con fines de comparación.

### **3.2. TEORÍA DE HOMOGENEIZACIÓN EN COMPUESTOS: GENERALIDADES**

La representación del comportamiento de los materiales homogéneos se consigue a través de leyes o ecuaciones matemáticas formuladas a escala macroscópica, dentro del contexto de la *mecánica de medios continuos*. Así, la mayoría de formulaciones extrapolan dicho concepto y entienden el comportamiento de los materiales compuestos desde un punto de vista macroscópico, aunque ello conlleva a ignorar lo que sucede al nivel de los materiales componentes. Sin embargo, desde hace algunas décadas se han desarrollado formulaciones que buscan obtener el comportamiento global del compuesto mediante los campos de tensiones y deformaciones que se producen a nivel de los materiales componentes (Oller, 2003). De aquí surgen nuevas formas de representar el comportamiento de los materiales

heterogéneos dentro del contexto “*multi-escala*”, en donde se utiliza un *volumen elemental representativo* (V.E.R) para modelar al compuesto. Entre estas formas de representación puede citarse el modelo de ensamble de esferas (Hashin, 1962 y 1983), en los que se llena un dominio mediante esferas de diferentes dimensiones, respetando la relación volumétrica entre las fases constituyentes. Otros trabajos proponen un método que se denomina “*self-consistent*” (Hill, 1965; Budiansky, 1965; Hashin, 1970; Christensen, 1979), en donde se representan las heterogeneidades de un medio como una inclusión (elipsoidal o cilíndrica) dentro de una matriz infinita de propiedades elásticas desconocidas. Por otra parte, se encuentran también modelos micro-mecánicos basado en los trabajos de Eshelby (1958) y Mori - Tanaka (1973). En el primero, el medio heterogéneo se describe por medio de inclusiones elipsoidales, cilíndricas o planas embebidas en una matriz infinita de otro material, isótropa, transversalmente isótropa u ortótropa, considerando soluciones diluidas (baja proporción volumétrica de inclusiones), mientras que el segundo enfoque puede ser definido como una extensión del primero para altas proporciones volumétricas de inclusiones en la matriz. Esta técnica de homogeneización se usa ampliamente en el marco de formulaciones para materiales compuestos (ver por ejemplo Quinteros et al., 2011; Nallim et al., 2012), y también para mampostería, por ejemplo se puede citar el modelo de Pietruszczak y Niu (1992) que se describe más adelante.

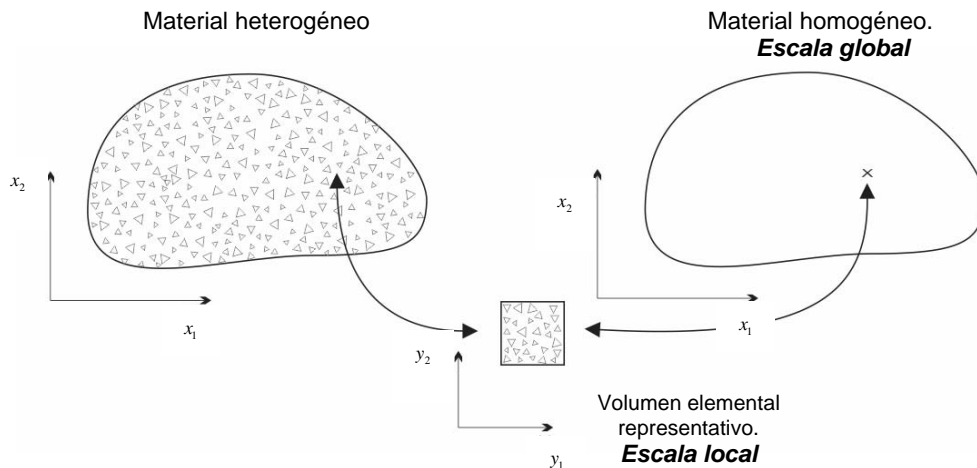
Según Sánchez-Palencia (1987), para el estudio de medios heterogéneos pueden adoptarse dos puntos de vista diferentes:

- Uno de ellos de carácter *global o macroscópico*, en el que las dimensiones de las heterogeneidades del medio son muy pequeñas y por lo tanto, pueden ser ignoradas. En consecuencia, se considera que el compuesto es un material homogéneo, representado en la *escala global* mediante las coordenadas, tal como se representa en la Figura 3.1.
- El otro punto de vista que se adopta es *local o microscópico*, en donde se analiza la estructura interna del compuesto. Para ello se utiliza una *escala local*, mediante las coordenadas  $y_i$  en la cual se representa una parte del dominio (V.E.R).

El volumen elemental representativo está formado por los pequeños componentes o fases. Naturalmente, se supone que las dimensiones de estas fases son

suficientemente grandes como para satisfacer las hipótesis de la mecánica del continuo, es decir, mucho más grande que la distancia intermolecular.

Se considera además la hipótesis que el medio heterogéneo es *estadísticamente homogéneo*, aunque la experiencia obtenida sugiere que conseguir un dominio estadísticamente homogéneo no es tarea fácil. Sin embargo, se parte de la idea que es posible determinar un volumen elemental representativo de este medio (Suquet, 1987). Asimismo, Suquet (1987) define a la Teoría de Homogeneización como “*el procedimiento que consiste en sustituir un material fuertemente heterogéneo por un material homogéneo el cual se desea equivalente al precedente dentro del rango usual de cargas*”. Bajo estos conceptos generales, se encuentran diferentes formulaciones, tales como: el *método de promedios*, la *teoría de la expansión asintótica*, etc. A continuación se comenta brevemente algunos de estos desarrollos relevantes. Un análisis más detallado se puede consultar en Zalamea (2001) y Oller (2003).



**Figura 3.1.** Escalas a analizar usando la teoría de homogeneización.

### 3.2.1. EL MÉTODO DE LOS PROMEDIOS

La hipótesis básica del *Método de los Promedios* (también conocido como *método heurístico*) es que las variables macroscópicas del problema (tensiones y deformaciones) se calculan mediante la evaluación del valor medio de los respectivos valores en la escala microscópica.

El método de Hill-Mandel (Hill, 1967; Mandel, 1972) se emplea para obtener una ley de constitutiva elástica para el material compuesto y la ley de homogeneización



es, de hecho, un promedio ponderado de las leyes constitutivas microscópicas, usando el tensor de concentración de tensiones como factor de peso. De esta manera:

$$\begin{aligned}\sigma^x &= \langle \sigma \rangle_V \\ \varepsilon^x &= \langle \varepsilon \rangle_V\end{aligned}\quad (3.1)$$

donde  $\sigma^x$  y  $\varepsilon^x$  representan los tensores de tensiones y deformaciones a nivel macroscópico, y  $\sigma = \sigma^y$  y  $\varepsilon = \varepsilon^y$  son los campos correspondientes de tensiones y deformaciones a nivel microscópico. El paso de estos campos microscópicos a sus respectivos macroscópicos se justifica a través del operador promedio ( $\langle \cdot \rangle$ ), el cual se define de la siguiente forma,

$$f^x(x) = \frac{1}{V} \int_V f^y(x, y) dV := \langle f^y(x, y) \rangle_V \quad (3.2)$$

donde,

$x_i$ : son las coordenadas de un punto en la escala macroscópica

$y_i$ : son las coordenadas de un punto en la escala microscópica

$V$ : es el volumen representativo del dominio

$f$ : es la función de estado de dicho dominio, se define como una magnitud física macroscópica que caracteriza el estado de un sistema en equilibrio (depende de las escalas macroscópicas  $x_i$  y microscópicas  $y_i$ )

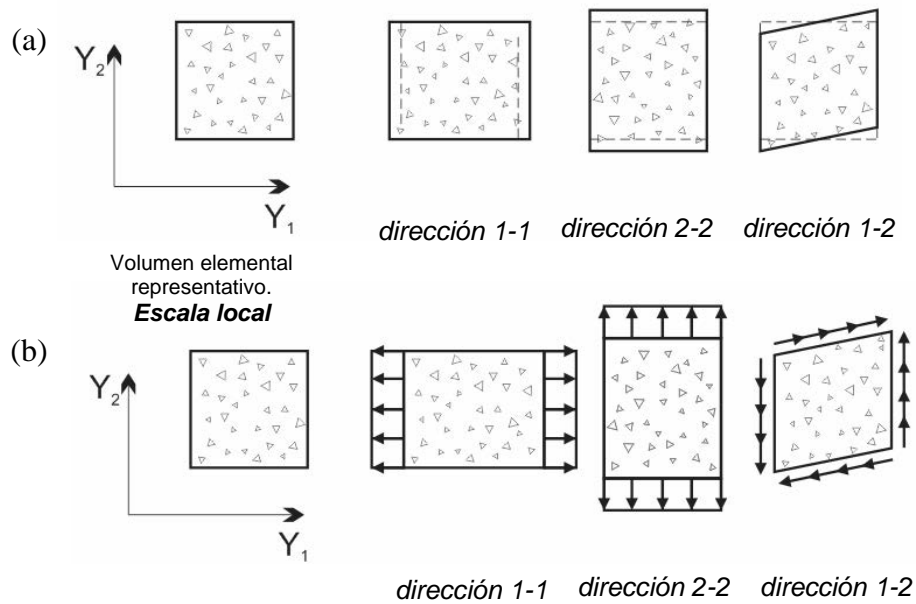
Considerando como variables de estado los tensores de tensiones y deformaciones, se tiene:

$$\begin{aligned}\sigma^x(x) &= \langle \sigma^y(x, y) \rangle_V \\ \varepsilon^x(x) &= \langle \varepsilon^y(x, y) \rangle_V\end{aligned}\quad (3.3)$$

Entre las desventajas del método de los promedios se puede destacar el hecho que las cargas consisten en promedios de campo y no de desplazamientos o fuerzas de masa o superficie y además que las condiciones de contorno en el dominio no existen o no están claras.

En el problema elástico se busca obtener de forma aproximada el tensor constitutivo homogeneizado elástico  $C^x$ . De allí es posible desacoplar el problema y establecer una ley del comportamiento del medio heterogéneo elástico como una función cuyas variables dependen solo de la escala macroscópica  $x_i$ .

Utilizando el método de los promedios, el desarrollo planteado en el concepto de resolución del problema en dos escalas puede formularse en función de las deformaciones o de las tensiones. Esto dependerá si a la celda unidad o volumen representativo se le impone desplazamientos (Figura 3.2.a) o tensiones uniformes (Figura 3.2.b).



**Figura 3.2.** (a) Desplazamientos impuestos a una celda unidad. (b) Tensiones uniformes impuestas a una celda unidad. (Zalamea, 2001)

La ley de comportamiento de un compuesto heterogéneo en función de sus dos escalas puede escribirse como:

$$\sigma_{ij}(x, y) = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}(u(x, y)) \quad \text{o} \quad \varepsilon_{ij}(u(x, y)) = D_{ijkl} \sigma_{kl}(x, y) \quad (3.4)$$

donde  $C$  tensor constitutivo elástico en un punto y  $D$  su inverso.

Debido a la condición de promedio, las magnitudes macroscópicas son:

$$\sigma_{ij}^x(x) = \langle \sigma_{ij}(x, y) \rangle_V = \langle C_{ijkl}(x, y) \varepsilon_{kl}(u(x, y)) \rangle_V$$

$$\varepsilon_{ij}(u^x(x)) = \left\langle D_{ijkl}(x, y) \sigma_{kl}(x, y) \right\rangle_V \quad (3.5)$$

En cualquier instante, tanto la deformación como la tensión microscópicas son una función lineal de sus homólogas macroscópicas:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(u(x, y)) &= d_{ijkl} \varepsilon_{kl}(u^x(x)) \\ \sigma_{ij}(x, y) &= c_{ijkl}(x, y) \sigma_{kl}^x(x) \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde  $\mathbf{d}$  y  $\mathbf{c}$  son los tensores de transformación que se denominan tensor de concentración de deformaciones, también llamado tensor de influencia (Hill, 1967) o tensor de localización (Suquet, 1987) y tensor de concentración de tensiones (Mandel, 1972), respectivamente. Reemplazando las ecuaciones (3.6) en las (3.5) se obtiene:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^x(x) &= C_{ijkl}^x(x) \varepsilon_{kl}(u^x(x)) \\ \varepsilon_{ij}(u^x(x)) &= D_{ijkl}^x(x) \sigma_{kl}^x(x) \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde  $C_{ijkl}^x = \left\langle C_{ijpq} d_{pqkl} \right\rangle_V$  es el tensor constitutivo efectivo del material heterogéneo y  $D_{ijkl}^x = \left\langle D_{ijpq} c_{klpq} \right\rangle_V$  su inverso. La ley de homogeneización depende de dichos tensores, que permiten obtener la deformación microscópica en función de la macroscópica. Suquet (1987) presenta un método denominado *Método de Hill-Mandel* donde se busca obtener una ley elástica del compuesto mediante la aplicación de deformaciones macroscópicas  $\varepsilon$  impuestas o tensiones macroscópicas  $\sigma$  al volumen representativo  $V$ .

Por lo tanto, el conjunto de ecuaciones que representa un problema elástico de valores de contorno bien formulado y que admite solución única, a nivel de la microestructura en el volumen representativo  $V$ , para el caso de deformaciones impuestas es:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(y) &= C_{ijkl}(y) \varepsilon_{kl}^y(u(y)) \\ \varepsilon_{ij}^y &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial y_j} + \frac{\partial u_j}{\partial y_i} \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

La ecuación de equilibrio en el volumen representativo  $V$  y la condición de contorno sobre  $\partial V$  se reducen a:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}(y)}{\partial y_i} = 0$$

$$\bar{u}_i(y) = \varepsilon_{ij}^x y_j \quad (3.9)$$

donde  $y_i$  son las coordenadas de referencia para las partículas de  $V$ ,  $\sigma$  es el tensor de tensiones,  $\varepsilon^y$  es el tensor de deformaciones con respecto a la escala microscópica,  $C$  es el tensor constitutivo elástico de los componentes,  $\bar{u}$  es el desplazamiento (uniforme) impuesto en el borde del volumen  $V$ .

Dicho conjunto de ecuaciones, se conoce como desplazamientos impuestos o problema de Dirichlet (Lublimer, 1990 y Zalamea, 2001).

Como el problema es lineal, el campo de desplazamientos es una función lineal del campo de deformación uniforme impuesto, entonces:

$$u_i(y) = v_i^{kl}(y) \varepsilon_{kl}(u^x) \quad (3.10)$$

con  $v_i^{kl}$  es la componente ( $i$ ) del vector desplazamiento que es solución del problema para un estado de deformación macroscópico unidad, definido por:

$$\varepsilon_{ij}(u^x) = I_{ij}^{kl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3.11)$$

donde  $I^{kl}$  es un tensor de segundo orden cuyos componentes ( $ij$ ) se definen de forma similar al tensor identidad de cuarto orden  $I$ ,  $I_{ij}^{kl} = I_{ijkl}$ .

De esa manera,  $v^{kl}$  son los desplazamientos microscópicos, inducidos por las deformaciones macroscópicas unidad.

De la ecuación (3.10) se obtiene el campo de deformaciones en el volumen representativo  $V$ :

$$\varepsilon_{ij}^y(u(y)) = \varepsilon_{ij}^y(v^{kl}(y)) \varepsilon_{kl}(u^x) \quad (3.12)$$

y el tensor  $d$  mencionado en la ecuación (3.6) corresponde a:

$$d_{ijkl} = \varepsilon_{ij}^y(v^{kl}(y)) \quad (3.13)$$

Finalmente, se obtiene el tensor constitutivo elástico del compuesto  $C^x$  como un promedio de la ley microscópica ponderada a través del tensor de concentración de deformaciones

$$C_{ijkl}^x = \left\langle C_{ijpq}(y) d_{pqkl}(y) \right\rangle_V \quad (3.14)$$

Análogamente, para el caso de fuerzas impuestas o problema de Neumann, los coeficientes homogeneizados del material resultarán:

$$D_{ijkl}^x = \left\langle D_{ijpq} c_{pqkl} \right\rangle_V \quad (3.15)$$

### 3.2.2. TEORÍA DE EXPANSIÓN ASINTÓTICA

Esta formulación matemática realizada a través de los *desarrollos asintóticos* descompone el problema de los medios heterogéneos en escalas de diferente orden de magnitud (Oller, 2003). De esta forma, se obtiene en cada una de las escalas las ecuaciones que gobiernan el comportamiento tenso-deformacional del material bajo un riguroso sustento matemático. Esta teoría fue propuesta y desarrollada por Sánchez-Palencia (1974, 1980), Bensoussan (1978), Duvaut (1976) y Lene (1981), entre otros. La teoría es una formulación matemática a través de desarrollos asintóticos.

Los campos microscópicos presentan fluctuaciones u oscilaciones, cuya longitud de onda depende del tamaño de los componentes. Las escalas de los espacios (global y local) se relaciona mediante la relación de escalas  $\varepsilon$ , que representa la diferencia entre la magnitud de las longitudes de onda de ellas:

$$y = \frac{x}{\varepsilon} \quad (3.16)$$

Se puede obtener un operador diferencial en dos escalas, aplicado a una función  $f^\varepsilon = f(x_i, y_i)$  cuyos argumentos dependen de ambas escalas:

$$\frac{\partial f^\varepsilon}{\partial x_i} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial f^\varepsilon}{\partial y_i} + \frac{\partial f^\varepsilon}{\partial x_i} \quad (3.17)$$

El campo de desplazamiento puede escribirse dentro del contexto de la multiescala:

$$u^\varepsilon(x) = u(x, y) = u^0(x, y) + \varepsilon u^1(x, y) + \varepsilon^2 u^2(x, y) + \dots \quad (3.18)$$

La expresión de la ecuación (3.18) representa el campo de deformaciones del medio heterogéneo y es la suma de diferentes funciones ( $u^0, u^1, \dots$ ) que coexisten bajo diferentes órdenes de magnitud ( $\varepsilon^{-1}, \varepsilon^0, \varepsilon^1, \dots$ ).

Si el compuesto es un medio periódico, este principio se conoce como *hipótesis de periodicidad local* (Sanchez-Palencia, 1987).

### 3.2.3. EXTENSIÓN DEL MÉTODO DE LOS PROMEDIOS Y DEL MÉTODO DE EXPANSIÓN ASINTÓTICA AL PROBLEMA NO LINEAL

Toda la introducción realizada previamente en relación con los Métodos de los Promedios y de Expansión Asintótica se centra en el estudio del comportamiento de un compuesto en régimen elástico lineal. La extensión de estas formulaciones al campo inelástico no-lineal no resulta trivial y es un tema que se encuentra en constante investigación (Oller, 2003).

Entre los primeros desarrollos realizados dentro de la teoría de homogeneización en campo no lineal se encuentran los trabajos de Suquet (1982, 1987). En este caso, el grado de complejidad es muy elevado, es por ello que Suquet realiza su estudio teniendo en cuenta el comportamiento de los materiales componentes (visco-elásticos, elasto-plásticos, etc.). Uno de los principales resultados de esta investigación es que *las variables macroscópicas del problema dependen de las variables microscópicas* (Zalamea, 2001).

### 3.2.4. CONDICIONES DE CONTORNO Y SU IMPLEMENTACIÓN

Uno de los problemas básicos de la teoría de homogeneización y que hasta el momento no existe acuerdo entre los investigadores es acerca de la forma de imponer las condiciones de contorno en la celda unitaria (Oller, 2003). Se sabe que en mecánica de sólidos el problema estándar de valores de contorno obtiene los campos de tensiones  $\sigma$  y desplazamientos  $u$  dentro de un dominio  $\Omega$ , generado por unas sollicitaciones determinadas. Para lo cual, se requiere conocer las condiciones de borde del dominio, es decir, los valores prescritos del vector de tensiones  $\bar{t}(n)$  o desplazamientos  $u$  en el contorno del dominio  $\partial\Omega$ .

Las condiciones de contorno que pueden existir en estas celdas son:

- Condiciones de Dirichlet, que establece que parte o todo el contorno está sometido a desplazamientos impuestos  $\partial\Omega_u$ .
- Condiciones de Neumann, que establece que parte del contorno o su totalidad están bajo fuerzas impuestas  $\partial\Omega_t$ .
- Condición mixta en la que existe una combinación de las dos condiciones anteriores  $\partial\Omega_u \cup \partial\Omega_t$ .

Naturalmente, las condiciones de contorno al nivel de la microestructura intentan reproducir las interacciones que se generan en el interior de la estructura interna del compuesto.

La teoría de promedios plantea la hipótesis que las tensiones y deformaciones macroscópicas corresponden al promedio de los respectivos campos microscópicos. Para forzar el cumplimiento de al menos uno de los dos campos se utiliza la condición de Dirichlet imponiendo un campo de deformación uniforme (Hill, 1967), o la condición de Neumann imponiendo un campo de tensión uniforme (Mandel, 1972). El error introducido por dichas condiciones de contorno es despreciable cuando las dimensiones de las heterogeneidades son muy pequeñas con respecto al volumen elemental representativo. Sin embargo, para la solución numérica de un volumen que contiene muchas heterogeneidades se requiere un esfuerzo computacional grande. Esto condujo a que trabajos posteriores consideren los materiales con una estructura periódica, en donde un volumen elemental relativamente simple contiene la información completa acerca de la microestructura del compuesto. Así, las propuestas de la teoría de homogeneización con media periódica, basados tanto en la teoría de promedios (Suquet, 1982), como en los desarrollos asintóticos (Sánchez-Palencia, 1980; Duvaut, 1976; Bensoussan, 1978; Lene, 1981), reproducen las condiciones de periodicidad a través de las funciones periódicas. Pero estos métodos, al descomponer los campos de las variables microscópicas en una parte uniforme y otra periódica utilizan la superposición de efectos, condición que los restringe a problemas lineales. Es por ello, que algunos trabajos recientes exploran diferentes posibilidades para imponer las condiciones de contorno en el problema no lineal.

Como una forma alternativa para imponer las condiciones de contorno, Anthoine

(1995) propone una interesante forma basada en la teoría de promedios. En el caso particular de la mampostería, idealizada en dos dimensiones, la subdivide en celdas homogéneas, cuadriláteras y hexagonales, cuyos lados están relacionados por una base de vectores denominados por Zalamea (2001), *vectores de periodicidad*. Para solucionar el problema de imposición de las condiciones de contorno sobre la celda se utiliza los *multiplicadores de Lagrange*.

En una publicación posterior Anthoine (1997) analiza nuevamente una mampostería, pero en este trabajo los materiales componentes (ladrillo y mortero) tienen comportamiento no lineal. El ablandamiento o “*softening*” de los materiales generan dificultades de convergencia que son solucionadas a través de técnicas numéricas de “*arclenght*”. Este modelo se describe más adelante (Sección 3.3.3.2) ya que pertenece al grupo del método de los promedios en el que se basan los desarrollos de esta tesis.

### **3.3. MODELACIÓN DE LA MAPOSTERÍA MEDIANTE HOMOGENIEZACIÓN - ANTECEDENTES**

#### **3.3.1. GENERALIDADES**

Anthoine (1995, 1997), y Pegon y Anthoine (1997) presentaron una importante contribución en lo que se refiere a avances y aplicaciones de las técnicas de homogeneización para mampostería. Estos trabajos resultaron útiles para superar ciertas limitaciones que restringen la eficacia de las técnicas de homogeneización disponibles. Varios autores también han realizado contribuciones en el estudio del comportamiento elástico de la mampostería utilizando técnicas de homogeneización, así como extensiones al campo no lineal. En Zucchini y Lourenço (2002) se obtienen los módulos de elasticidad de la mampostería, mientras que en un artículo más reciente Zucchini y Lourenço (2007) llevaron a cabo un estudio de mampostería bajo cargas de compresión, utilizando una herramienta de homogeneización no lineal que incluye la posibilidad de daño progresivo en tracción y compresión, tanto en los ladrillos como el mortero.

Una base común de los enfoques de homogeneización empleados para mampostería es que las propiedades materiales del medio homogéneo equivalente se extrapolan de la microestructura y se mantienen constantes durante los cálculos, es decir, que no tienen en cuenta los cambios geométricos y físicos de la microestructura, por otra parte, en muchos casos no son adecuados para sistemas de cargas complejos, ya



que se emplean celdas unidad que se obtienen para sistemas de cargas específicos. Por lo expuesto, en los últimos años se han desarrollado nuevos enfoques con el objetivo de definir modelos computacionales en los que las diferentes escalas de observación interactúan, intercambiando información y retroalimentándose en *tiempo real*. Esta es la idea básica de las técnicas de homogeneización en las que la escala macro está continuamente vinculada a la escala micro a través de un problema de contorno que se resuelve en cada paso de tiempo. Tienen la ventaja de no requerir leyes constitutivas cerradas ya que estas se toman numéricamente de la micro-estructura. Las primeras contribuciones fueron realizadas por Luciano y Sacco (1997) en el marco lineal. Otros autores como Zalamea (2001), Kouznetsova (2002), Massart (2007), entre otros, han aplicado las técnicas computacionales de homogeneización tanto en el rango lineal y no lineal. El estudio a micro-nivel es el mismo que en las técnicas de homogeneización estándar, de acuerdo con la mecánica de medios continuos clásica, por el contrario, los cambios se introducen a nivel global.

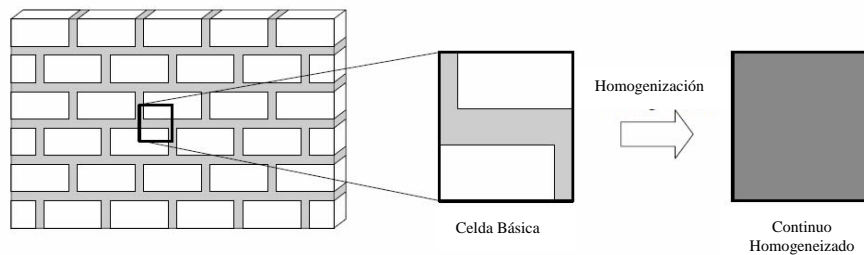
### **3.3.2. CLASIFICACIÓN GENERAL DE LAS LÍNEAS DE ACCIÓN SEGUIDAS PARA LA MODELIZACIÓN DE LA MAMPOSTERÍA MEDIANTE HOMOGENEIZACIÓN**

Los enfoques que pueden seguirse para representar numéricamente el comportamiento de la mampostería han sido presentados en el Capítulo 1 de esta tesis. Es importante recordar que ninguna estrategia de modelización de la mampostería puede, necesariamente, ser preferida a la otra pues existen diferentes campos de aplicación para los distintos enfoques (Lourenço, 1997; Zucchini y Lourenço, 2004). En particular, los estudios a través de micro-modelos son necesarios para comprender mejor el comportamiento local de la mampostería.

Por otra parte, las dificultades en concebir y poner en práctica macro-modelos para el análisis de estructuras de mampostería surgen, especialmente, debido a la complejidad intrínseca de la formulación del comportamiento inelástico anisótropo. Algunos autores desarrollaron modelos específicos para el análisis de estructuras de mampostería, por ejemplo Berto et al. (2002), Dhanasekar et al. (1985), Rots (1991), Lourenço y Rots (1997), utilizando diferentes criterios inelásticos para tracción y compresión.

Las técnicas de homogeneización, representadas esquemáticamente para mampostería periódica en la Figura 3.3, se tornan especialmente atractivas para su

aplicación a estructuras de mampostería, ya que permiten establecer relaciones constitutivas en términos de tensiones y deformaciones promedio, a partir de la geometría y de las ecuaciones constitutivas de los componentes individuales, con la posibilidad de utilizar modelos de materiales estándar y códigos de materiales isótropos.



**Figura 3.3.** Celda Básica para mampostería utilizada por Zucchini y Lourenço (2002)

Dada la difícil geometría de la celda básica de mampostería, una solución cerrada del problema de homogeneización es muy complicada (si no imposible) de obtener, lo que lleva, básicamente, a tres líneas de acción diferentes (Zucchini y Lourenço, 2007):

- El primer enfoque, es muy potente para manejar mampostería de ladrillo, considerando las características más destacadas del material discontinuo, en el marco de una teoría del continuo de Cosserat generalizada. Esta solución, elegante y eficiente (Massart, 2003; Sacco, 2009; Casolo, 2006; Addessi et al., 2010, entre otros), posee algunas complejidades matemática inherentes e implica elevados costes computacionales, pero es capaz de manejar con precisión el comportamiento de la interfaz unidad-mortero.
- Un segundo enfoque (Anthoine, 1995 y 1997) consiste en aplicar rigurosamente la teoría homogeneización para medios periódicos a la celda básica, llevando a cabo una sola etapa de homogeneización, con condiciones de contorno adecuadas y geometría exacta. La complejidad de la celda básica de mampostería implica una solución numérica del problema, que se obtiene utilizando el método de elementos finitos. La teoría fue utilizada por los autores citados para determinar los macro-parámetros de la mampostería y no para llevar a cabo un análisis a nivel estructural. De hecho, la aplicación

rigurosa de la teoría homogeneización para el comportamiento no lineal de la celda básica de mampostería implica resolver el problema para todas las posibles historias de carga macroscópicas, donde el principio de superposición ya no es aplicable. Por lo tanto, la determinación completa de la ley constitutiva homogeneizada requeriría un número infinito de cálculos.

- El tercer enfoque puede ser considerado como un “enfoque de ingeniería” (Zucchini y Lourenço, 2002), tiene como objetivo sustituir la compleja geometría de la celda básica por una geometría simplificada de manera que es posible una solución cerrada del problema de homogeneización. Con el fin de lograr el análisis a nivel estructural Pande et al. (1989), Maier et al. (1991) y Pietruszczak y Niu (1992) introdujeron técnicas de homogeneización de una manera aproximada. La homogeneización generalmente se ha realizado en dos pasos, introduciendo las juntas verticales y horizontales sucesivamente. Esto significa suponer a la mampostería formada por capas, lo que simplifica el problema de manera significativa. Lourenço (1996) desarrolló aún más este procedimiento, presentando una formulación matricial que permite una aplicación mucho más clara de algoritmos de homogeneización elásticos lineales y también una extensión relativamente simple al campo no lineal.

El uso de dos pasos de homogeneización separadas no tiene en cuenta explícitamente el desplazamiento de las juntas de mortero verticales pertenecientes a dos capas de ladrillos. Por otra parte, el resultado final depende del orden en el que los dos procesos de homogeneización se llevan a cabo. Sin embargo, este enfoque simplificado de homogeneización fue utilizado por varios autores ya que permite realizar de manera satisfactoria el caso de análisis elástico lineal (Anthoine, 1995; Lourenço, 1997). Para el caso de análisis no lineal, donde la relación entre la rigidez del ladrillo y el mortero se hace más grande, el enfoque simplificado de homogeneización conduce a errores que no son aceptables, por lo que su empleo no es aconsejable. Lourenço (1997) demostró que pueden producirse importantes errores cuando se aplica la técnica estándar de homogeneización de dos pasos si existen grandes diferencias de rigidez (superiores a 10) entre la unidad y el mortero. Anthoine (1995 y 1997) demostró

que la técnica mencionada no tiene en cuenta la disposición de las unidades en el sentido que diferentes patrones de unión pueden conducir a idénticos resultado.

Un enfoque ingenieril alternativo fue propuesto por Bati et al. (1999). En este trabajo se obtiene una solución cerrada para disposiciones periódicas de unidades y mortero, sustituyendo las unidades con forma de paralelepípedo por cilindros elípticos. Esta solución, matemáticamente elegante, no representa bien la geometría y no está claro si constituye una ventaja con respecto a la técnica estándar de homogeneización de dos pasos (Zucchini y Lourenço, 2002). Como otros enfoques alternativos se pueden mencionar también los trabajos de Gambarotta y Lagomarsino (1997); Luciano y Sacco (1997) y Uva y Salerno (2006).

En general, dada la complejidad del problema, así como las restricciones impuestas por el comportamiento inelástico de los componentes, se han desarrollado varios enfoques simplificados incorporando diversas restricciones cinemáticas / estáticas explícitas. De esta manera, se han desarrollado algunas técnicas de homogeneización que permiten simular con mayor detalle las interacciones entre los diferentes componentes de la celda básica. En este sentido se pueden mencionar trabajos que consideran, a nivel micro-mecánico, mecanismos adicionales de deformación interna, como el de Van der Pluijm (1999) para el análisis de mampostería sujeta a flexión, el de López et al. (1999) para el análisis no-lineal de muros de mampostería sujeta a cargas en el plano y los trabajos de Zucchini y Lourenço (2002 y 2004).

### **3.3.3. MODELOS DE HOMOGENEIZACIÓN PARA MAMPOSTERÍA**

En esta sección se describen brevemente algunos modelos de homogeneización que resultan clásicos en el análisis de mampostería y que son citados frecuentemente en esta tesis, o empleados en el Capítulo 4 para comparar con los resultados obtenidos con el modelo propuesto.

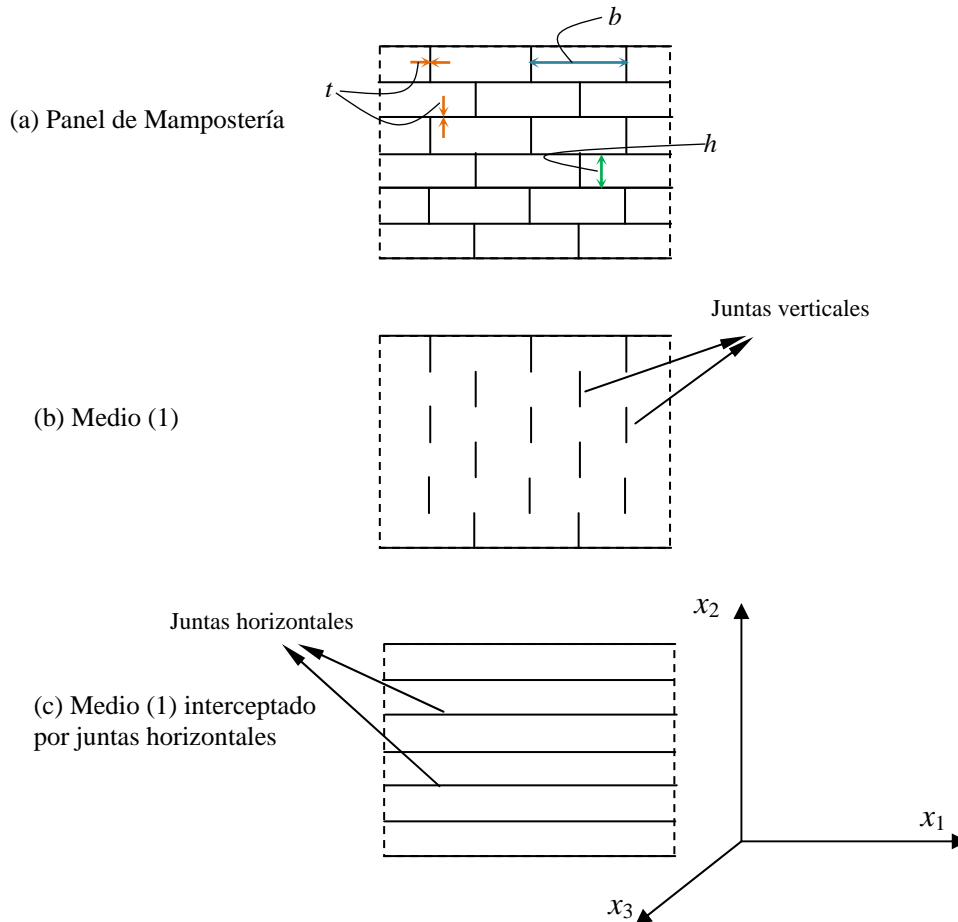
#### **3.3.3.1 Modelo de Pietruszczak y Niu (1992)**

El modelo de Pietruszczak y Niu (1992) se considera importante en su aportación a la resolución de la mampostería por la formalidad de su presentación. De acuerdo a este modelo, un panel de mampostería (a nivel de macro-escala) puede ser considerado como un compuesto de dos fases consistente en unidades de ladrillos

interceptadas por dos conjuntos ortogonales de juntas de mortero. Para describir el comportamiento mecánico, se considera que la mampostería está formada por dos medios superpuestos (ver Figura 3.4).

El medio (1) está formado por la matriz de ladrillos con una familia de juntas verticales. Estas juntas pueden ser tratadas como intrusiones débiles, alineadas y uniformemente distribuidas en la matriz. Este medio homogeneizado puede considerarse como un material ortótropo, elástico-frágil. En este caso las componentes de la matriz de rigidez se pueden calcular a partir de la solución de Eshelby para el problema de inclusiones elipsoidales, combinada con la teoría del campo medio de Mori-Tanaka (1973).

El panel de mampostería completo puede representarse como el medio homogéneo (1) estratificado con una familia de juntas (2). Estas juntas son continuas y atraviesan todo el panel creando vínculos débiles en su microestructura. En particular, estas juntas pueden tener un comportamiento elasto-plástico.



**Figura 3.4.** Panel de mampostería según el modelo de Pietruszczak y Niu (1992)

Suponiendo que ambos componentes, (1) y (2), existen simultáneamente y están perfectamente adheridos, la ley tensión-deformación del conjunto puede obtenerse a través de la siguiente regla de promedios (Hill, 1963):

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_{ij} &= k_1 \dot{\varepsilon}_{ij}^{(1)} + k_2 \dot{\varepsilon}_{ij}^{(2)} \\ \dot{\sigma}_{ij} &= k_1 \dot{\sigma}_{ij}^{(1)} + k_2 \dot{\sigma}_{ij}^{(2)}\end{aligned}\quad (3.19)$$

donde  $k_1$  y  $k_2$  representan las proporciones de volumen de cada uno de los componentes y los requerimientos de equilibrio proveen dos condiciones adicionales, una cinemática y otra estática que, escritas en forma matricial:

$$\begin{aligned}[\delta^*] \dot{\varepsilon}^{(1)} &= [\delta^*] \dot{\varepsilon}^{(2)} \\ [\delta] \dot{\sigma}^{(1)} &= [\delta] \dot{\sigma}^{(2)}\end{aligned}\quad (3.20)$$

donde:

$$[\delta^*] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad [\delta] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\quad (3.21)$$

Las ecuaciones (3.19) a (3.20) junto con las leyes constitutivas de cada una de las fases:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{ij}^{(1)} &= C_{ijkl}^{(1)} \dot{\varepsilon}_{kl}^{(1)} \\ \dot{\sigma}_{ij}^{(2)} &= C_{ijkl}^{(2)} \dot{\varepsilon}_{kl}^{(2)}\end{aligned}\quad (3.22)$$

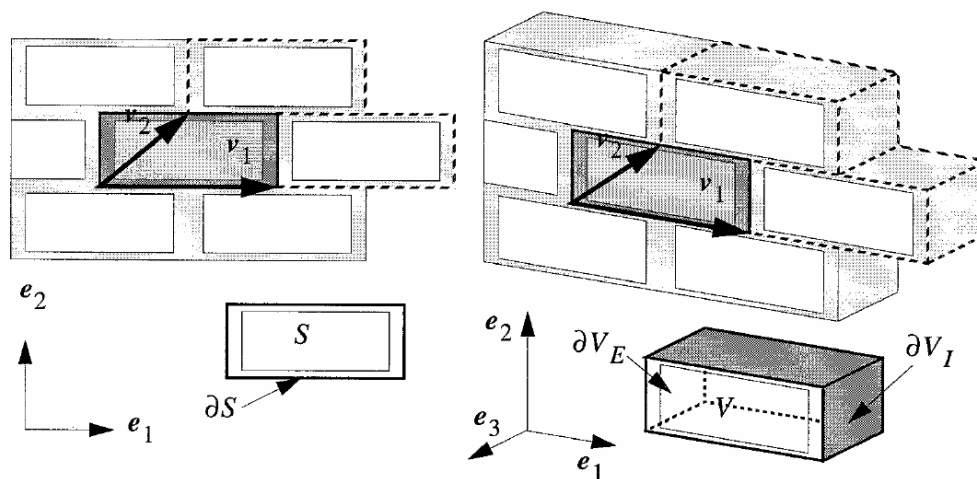
permiten resolver el problema.

La implementación de este modelo en un programa de elementos finitos no es directa. Para este modelo Pietruszczak y Niu (1992) no incluyen en su artículo comparaciones con resultados experimentales, sólo presenta un análisis cualitativo del comportamiento de la mampostería.

### 3.3.3.2. Modelo de homogeneizado de Anthoine (1995 y 1997)

En este modelo Anthoine deriva el comportamiento macroscópico de la mampostería a partir del comportamiento de los componentes (ladrillo y mortero) a través de la teoría de homogeneización para medios periódicos. El procedimiento desarrollado por el autor también ha sido utilizado por otros autores pero de una manera aproximada. En particular, en la mayoría de los trabajos no se ha tenido en cuenta el

espesor finito de la mampostería ya que se trabajó bajo la suposición de estado plano de tensión, el cual fue introducido a los respectivos modelos antes (Maier et al., 1991) o después de la fase de homogeneización (Pande et al., 1989; Pietruszczak y Niu, 1992; Lourenço, 1996). En el lenguaje de análisis asintótico, esto significa que dos procesos limitantes han sido conmutados, a saber, el espesor tiende a cero (hipótesis de tensión plana) y el tamaño de la microestructura que tiende a cero (proceso de homogeneización), ambas cantidades se miden con respecto al tamaño de la pared. Anthoine (1997) implementa la teoría de homogeneización de manera más rigurosa tomando en cuenta el espesor finito de la mampostería. Se considera a la mampostería como un compuesto continuo periódico caracterizado por una celda básica (Figura 3.5), es decir un dominio bi- o tri-dimensional que se repite por traslación a lo largo de dos direcciones de periodicidad (vectores  $v_1$  y  $v_2$  en Figura 3.5).



**Figura 3.5.** Celda básica para el análisis de mampostería periódica en dos y tres dimensiones (Anthoine, 1995 y 1997)

Tanto en el caso bidimensional como en el caso tridimensional: la superficie límite  $\partial V$  de la celda  $V$  está compuesta por dos regiones diferentes, una interna  $\partial V_I$  (contacto con los elementos adyacentes) y una externa  $\partial V_E$  (caras exteriores de los elementos), mientras que el límite para el caso bidimensional es exclusivamente debido al contacto con los elementos adyacentes. Cabe destacar que  $V$  difiere del volumen representativo de mampostería tomando las tres direcciones de periodicidad: el límite

$\partial V$  de este último está limitado a  $\partial V_I$  y no se hace distinción entre las direcciones coplanaria y no coplanaria del muro de mampostería (Pande et al., 1989; Pietruszczak y Niu, 1992; Lourenço, 1996).

La identificación de un comportamiento macroscópico de la mampostería equivale a construir la relación  $\Sigma - E$  a partir de la resolución del problema de homogeneización, donde  $\Sigma$  es la tensión homogeneizada y  $E$  su variable conjugada. Bajo la hipótesis generalizada de tensión plana o deformación plana, este problema se puede escribir como:

- Condición de equilibrio:  $\text{div } \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$  en  $S$  (sin fuerzas aplicadas)
- Ley constitutiva:  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}))$  (hipótesis de deformación plana – PS, o deformación plana – GPS)
- Condición de periodicidad:  $\boldsymbol{\sigma}$  es periódica en  $\partial S$  ( $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$  es anti-periódica en  $\partial S$ ).  $\mathbf{u} - \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \rangle \cdot \mathbf{x}$  periódica en  $\partial S$
- Campo de deformaciones:  $\langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \rangle = \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{E}$  dado (deformación controlada).

donde

$$E_{\alpha\beta} = \langle \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{u}) \rangle = \frac{1}{|S|} \int_S \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{u}) ds \quad (3.23)$$

donde  $|S|$  representa el área del elemento. Entonces  $\Sigma$  puede calcularse a través de la expresión

$$\Sigma_{\alpha\beta} = \langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle = \frac{1}{|S|} \int_S \sigma_{\alpha\beta} ds \quad (3.24)$$

En el caso del problema tridimensional resulta:

- Condición de equilibrio:  $\text{div } \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$  en  $V$  (sin fuerzas aplicadas)
- Ley constitutiva:  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}))$  (ecuación constitutiva en 3D)
- $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$  sobre  $\partial V_E$  (tensión nula en las caras externas del muro)



- Condición de periodicidad:  $\boldsymbol{\sigma}$  es periódica en  $\partial V_I$  ( $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$  es anti-periódica en  $\partial V_I$ ).

$$\mathbf{u} - \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \rangle \cdot \mathbf{x} \text{ periódica en } \partial V_I$$

- Campo de deformaciones:  $\langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \rangle = \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{E}$  dado (deformación controlada).

donde  $\langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \rangle \cdot \mathbf{x}$  ahora se refiere a  $\delta_{i\alpha} \langle \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{u}) \rangle \delta_{\beta j} x_j$ , siendo  $\delta$  la función delta de Kronecker. Análogamente al desarrollo para el caso plano se tienen las expresiones para el caso tridimensional:

$$E_{\alpha\beta} = \langle \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{u}) \rangle = \frac{1}{|V|} \int_V \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{u}) dv \quad (3.25)$$

$$\Sigma_{\alpha\beta} = \langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle = \frac{1}{|V|} \int_V \sigma_{\alpha\beta} dv \quad (3.26)$$

donde  $|V|$  representa el volumen de un elemento.

En tensión y deformación plana se subestima y sobreestima, respectivamente, la solución obtenida mediante un desarrollo tridimensional: el conjunto de estados tensionales admisibles se ve reducido bajo la hipótesis de tensión plana. La aproximación de tensión plana puede ser exacta cuando el espesor del muro tiende a cero; la aproximación de deformación plana es exacta cuando el espesor tiende a infinito. Para espesores finitos, la hipótesis de tensión plana (deformación plana) puede ser tanto más cierta (tanto más errónea) en las caras externas del muro: esto explica por qué en la Figura 3.5 la solución de tensión plana está asociada con puntos de la sección media del muro.

Mortero y ladrillo fueron analizados con una ley constitutiva de daño definida por Mazars (1989). Este modelo isótropo involucra la evolución de una variable escalar de daño que es función del estado local de tensión descrito a partir de una deformación equivalente  $\tilde{\varepsilon}$  (norma del tensor positivo de deformación  $\boldsymbol{\varepsilon}^+$ ):

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D) \boldsymbol{\Lambda} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (0 \leq D = D(\gamma \tilde{\varepsilon}) \leq 1)$$

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_i (\varepsilon_i^+)^2}; \quad \varepsilon_i^+ = \max(0, \varepsilon_i); \quad \gamma = \frac{\sqrt{\sum_i (\sigma_i^-)^2}}{-\sum_i (\sigma_i^-)^2}; \quad \sigma_i^- = \min(0, \sigma_i) \quad (3.27)$$

donde  $\sigma$  es el tensor de tensiones de Cauchy,  $\varepsilon$  es el tensor de pequeñas deformaciones,  $\varepsilon_i$  y  $\sigma_i$  son los valores principales, y  $\Lambda$  es el tensor elástico isótropo definido a partir del módulo de Young y del coeficiente de Poisson. La deformación equivalente  $\tilde{\varepsilon}$  se modifica a través del parámetro  $\gamma$ , el cual depende del valor negativo del tensor de tensiones  $\sigma^-$ , con el fin de obtener una envolvente de falla óptima en compresión multiaxial.

La variable de daño  $D$  no puede decrecer y su ley de evolución está dada por:

$$\begin{aligned} D &= \alpha_t^\beta \cdot D_t + \alpha_c^\beta \cdot D_c \quad D > 0 \quad \alpha_t + \alpha_c = 1 \\ \gamma \tilde{\varepsilon} \leq \varepsilon_{d0} &\Rightarrow D_j = 0 \\ \gamma \tilde{\varepsilon} > \varepsilon_{d0} &\Rightarrow D_j = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_j)}{\gamma \tilde{\varepsilon}} - A_j \exp(B_j(\varepsilon_{d0} - \gamma \tilde{\varepsilon})) \end{aligned} \quad (3.28)$$

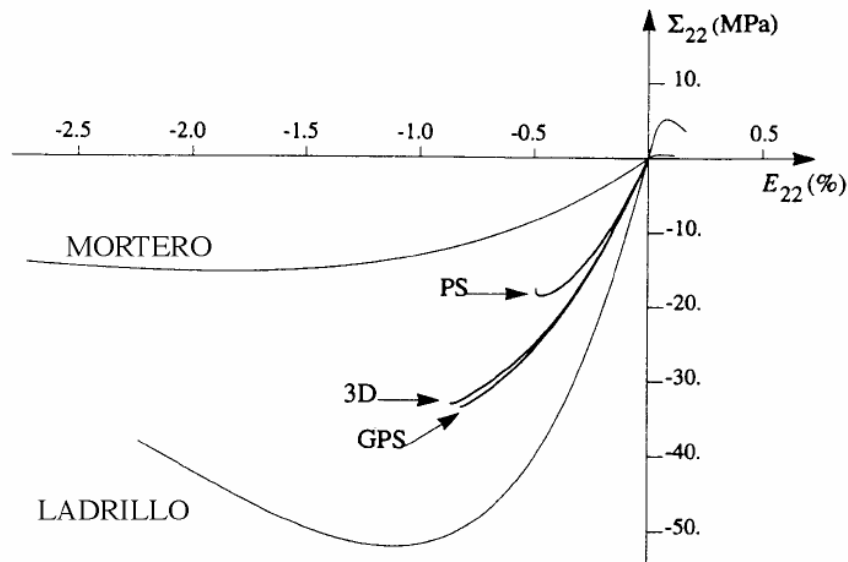
donde  $\varepsilon_{d0}$  es el valor umbral por encima del cual se produce el daño;  $D_t$  y  $D_c$  son las funciones de daño en tracción y compresión respectivamente, caracterizadas por los parámetros  $A_t, A_c, B_t, B_c$ ;  $\alpha_t$  es un coeficiente de balance que caracteriza la tracción:

$$\alpha_t = \frac{\sum_i (\varepsilon_i^+ \varepsilon_i^{++})}{\sum_i (\varepsilon_i^+)^2} \quad \text{donde} \quad \varepsilon_i^{++} = \left( \frac{\Lambda^{-1}}{(1-D)} : \sigma^+ \right)^+ \quad (3.29)$$

Por último,  $\beta$  es un parámetro que permite que el modelo entregue la mejor respuesta en caso de corte dominante.

Las curvas uniaxiales típicas del modelo de Mazars exhiben ablandamiento tanto en tracción como en compresión.

En la Figura 3.6 se presentan las curvas tensión – deformación obtenidas por Anthoine (1997) para tracción y compresión, correspondientes a los componentes: ladrillo y mortero. Asimismo, en la misma figura se presentan las curvas obtenidas para las hipótesis de tensión plana (PS), deformación plana generalizada (GPS) y cálculo tridimensional para mampostería bajo compresión uniaxial. El análisis se lleva a cabo teniendo en cuenta el espesor finito de la mampostería, considerando tanto para el ladrillo como para el mortero el modelo de daño isotrópico descrito. Anthoine (1997) demostró que la suposición de estado plano de tensión o estado plano de deformación tienen una influencia muy pequeña en el comportamiento elástico de la mampostería (a nivel macroscópico), pero puede afectar significativamente la respuesta no lineal (carga última y modo de falla).

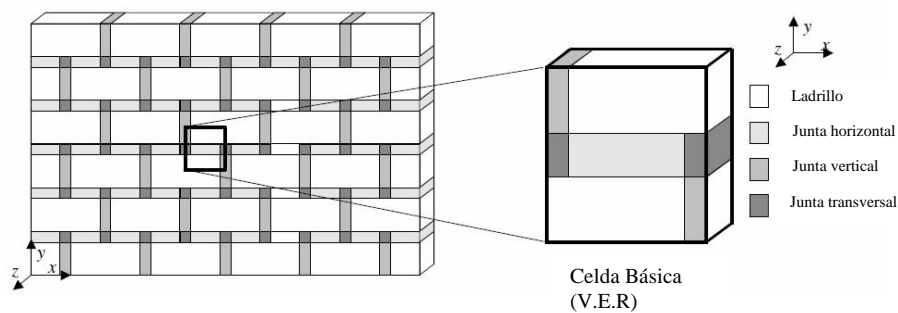


**Figura 3.6.** Curvas tensión-deformación bajo compresión uniaxial vertical (Anthoine, 1997)

### 3.3.3.3. Modelo de homogenización y daño para mampostería (Zucchini y Lourenço, 2004 y 2009)

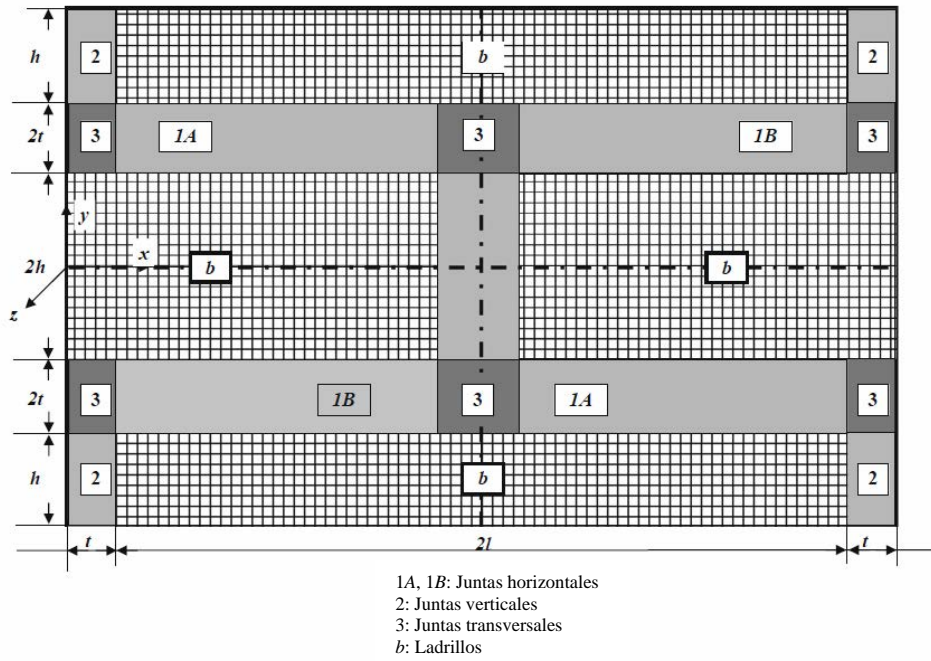
Zucchini y Lourenço (2002) mostraron que las propiedades mecánicas de un material ortótropo equivalente a la celda básica de mampostería se pueden derivar de un modelo micro-mecánico siempre que se introduzcan mecanismos de deformación apropiados, que tengan en cuenta la alineación escalonada de las unidades o ladrillos en una pared de mampostería. Las tensiones internas desconocidas se pueden encontrar a

partir de ecuaciones de equilibrio en las interfaces entre los componentes básicos de la celda, con algunas suposiciones ingeniosas sobre el comportamiento conjunto y sobre la cinemática de la deformación de la celda básica. Las propiedades equivalentes del material homogeneizado se derivan entonces fácilmente al obligar a la macrodeformación del modelo y del material a ser la misma, lo que significa que ambos sistemas deben contener la misma energía de deformación. La Figura 3.7 muestra la geometría considerada por Zucchini y Lourenço (2004) para la celda básica de mampostería y sus componentes.



**Figura 3.7.** Definición de los ejes en la mampostería, celda básica y componentes en el modelo de Zucchini y Lourenço (2004)

Mediante la introducción de nuevos modos de deformación adicionales en el modelo, Zucchini y Lourenço (2004) lograron un modo de deformación adicional mejorado y el algoritmo obtenido fue aplicado a un problema no lineal. El problema considerado consiste en la simulación del comportamiento de una celda básica hasta completar el proceso de falla, bajo carga de tracción paralela a la junta horizontal. La simulación se ha logrado mediante el acoplamiento del modelo elástico micro-mecánico con un modelo de daño escalar para las juntas de mortero y ladrillos.



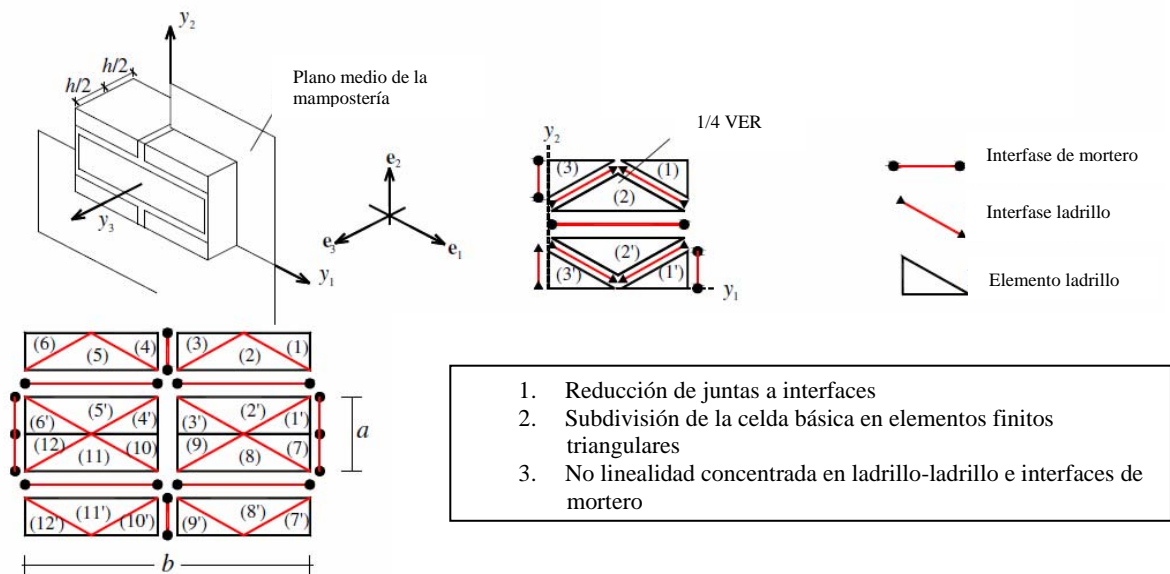
**Figura 3.8.** Geometría y componentes de la celda básica adoptada por Zucchini y Lourenço (2009)

Posteriormente, Zucchini y Lourenço (2009) extendieron los desarrollos previos tomando un cuarto de la celda básica de una mampostería periódica, tal como se muestra en la Figura 3.8. Este enfoque implica condiciones de simetría en el límite de la celda básica, lo que es cierto siempre que no existan acciones de corte. En las pruebas de validación anteriores este requisito se cumple, ya que la celda básica fue cargada sólo con esfuerzos normales. De acuerdo con el mecanismo de cortante básicos descritos por Zucchini y Lourenço (2002), la tensión elástica vertical en las juntas horizontales de dos cuartas células vecinas, bajo cortante normal, son de signos opuestos, debido a la antisimetría intrínseca de cargas de corte. Por lo tanto, la aplicación del modelo de homogeneización bajo condiciones reales de carga mixta a celdas de mampostería genéricas ha de tener en cuenta tales antisimetrías, que puede conducir a una degradación insuficiente del material de las juntas horizontales. Esto llevó a la simulación de la deformación de corte no lineal considerando una celda periódica completa y la introducción de nuevos mecanismos de deformación antisimétricos. En el modelo mejorado, la principal consecuencia de la mecánica de la deformación es el

comportamiento de las juntas verticales: su deformación de corte bajo cargas normales y la deformación horizontal bajo cargas de corte.

**3.3.3.4. Modelo de homogeneización de Gabriele Milani (2011)**

Es común en los antecedentes de simulación de mampostería mediante el empleo de homogeneización, asumir comportamiento no lineal en las juntas de mortero o en la interfaz ladrillo-mortero. Milani (2011) utilizó este enfoque, pero discretizando la celda unidad, que le confiere periodicidad a la estructura, mediante elementos finitos triangulares de tensión plana para los ladrillos y elementos finitos tipo junta o de interfaz para las juntas de mortero (Figura 3.9). De esta manera, se considera comportamiento elástico para los mampuestos, mientras que la no linealidad se concentra en los elementos de interfaz, confiriéndoles un comportamiento de fricción con resistencia a la compresión y tracción limitadas y ablandamiento. Una metodología similar fue llevada a cabo por Chaimoon & Attard (2006) para simular el comportamiento de paneles sometidos a tensiones de corte y compresión. Los elementos de interfaz tienen espesor nulo, lo que representa una ventaja para su resolución independizándolo de la longitud característica. La falla fue modelada a través de una ley constitutiva de fractura y ablandamiento en los nodos de las interfaces, usando el criterio de falla de Mohr-Coulomb para ambos materiales.



**Figura 3.9.** Modelo propuesto por Milani (2011): subdivisión del volumen elemental representativo en 24 elementos triangulares

### 3.4. BREVE REVISIÓN DE MODELOS EMPLEADOS PARA LOS COMPONENTES DE LA MAMPOSTERÍA

En relación a los modelos empleados para los componentes de la mampostería, es decir ladrillo y mortero, se han incorporado ya sea a nivel micromecánico o en el marco de técnicas de homogeneización, diferentes formulaciones constitutivas.

A partir de una revisión de la literatura disponible, se puede señalar que muchas de las referencias tratan con el análisis en el plano de paneles de mampostería periódicas. Entre otros, Sacco (2009) y Addessi et al. (2010) asumen una respuesta elástica para el ladrillo y un modelo de daño-fricción acoplado para el mortero. Además, se presentan en la literatura varios modelos basados en la respuesta no lineal de ambos los constituyentes de la mampostería: ladrillo y mortero (De Bellis y Addessi, 2011). Gambarotta y Lagomarsino (1997) consideran un medio estratificado equivalente formado por juntas de mortero y ladrillo en capas, y adoptan leyes constitutivas de daño tanto para los ladrillos y como para las juntas de mortero. Massart et al. (2007) proponen un modelo multi-escala mejorado utilizando modelos de daño no locales implícitos isótropos, para los dos componentes. Zucchini y Lourenco (2009) incorporan modelos de daño y plasticidad, mientras que Wei y Hao (2009) desarrollaron un modelo de daño continuo para mampostería que considera la velocidad de deformación.

En el Capítulo 4 de esta tesis se presenta conceptualmente las bases fundamentales de la *Mecánica del Daño Continuo* y en este contexto se realiza una breve reseña de los desarrollos referentes a modelos de daño, en particular desde el punto de vista fenomenológico, ya que es el enfoque seguido en esta tesis para proponer el modelo de daño diferenciado. Además de los modelos basados en la suposición de una o más variables escalares de daño (Simo y Ju, 1987; Faria et al, 1998, 2000, 2004; Cervera et al. 1999; Cervera, 2003; etc.), se pueden mencionar los modelos que emplean variables de daño vectoriales (Krajcinovic y Fonseka, 1981) y tensores de mayor orden (Lemaitre et al., 2000; Lemaitre y Chaboche, 1985; Ju, 1990; Lubarda et al, 1994; Govindjee et al, 1995; entre otros). Esto conduce a la anisotropía inducida por el daño, que puede ser descrita sólo a través de tensores de segundo o incluso de orden superior.

### 3.5. CONSIDERACIONES FINALES

La mampostería es un material compuesto obtenido mediante el ensamblaje de bloques o ladrillos unidos por juntas de mortero. Cuando los ladrillos son artificiales, el material compuesto se puede a menudo considerar como regular, es decir periódico, que es el caso estudiado en esta tesis. Debido a la compleja naturaleza heterogénea de los componentes de la mampostería, el comportamiento mecánico de las estructuras de mampostería es una de las cuestiones más difíciles de la ingeniería estructural, tanto desde un punto de vista científico como profesional. De hecho, la formulación de modelos para reproducir el complejo comportamiento mecánico no lineal de la mampostería es un campo muy activo de investigación.

En particular, cuando se trata de mampostería periódica, se puede identificar una celda unidad como volumen elemental representativo y es, de hecho, lo que adopta la micro-mecánica para el análisis de la mampostería. En los últimos 20 años, varias investigaciones han estado especialmente orientadas a la determinación de la respuesta mecánica de la mampostería mediante el desarrollo de técnicas de homogeneización incluidas en los procedimientos de múltiples escalas. En este marco, en la literatura se han propuesto diferentes tipos de modelos, presentándose el modelado a través de múltiple escala, como un enfoque muy prometedor, ya que coincide con el requisito de reproducir con precisión las propiedades mecánicas y geométricas microestructurales reduciendo el coste computacional con respecto a un análisis totalmente micro-mecánico. De hecho, se ha empleado satisfactoriamente en el análisis estructural de mampostería periódica, donde las escalas microscópicas y macroscópicas se acoplan intrínsecamente.

Aunque el modelado de escala múltiple se puede considerar un procedimiento muy interesante y eficaz, puede conducir a esfuerzos computacionales significativos ya que el problema micro-mecánico no lineal no podría ser resuelto analíticamente para geometrías complejas, considerando el comportamiento no lineal de los componentes, como ocurre para la mampostería; en consecuencia, si se adopta el procedimiento de solución de elementos finitos, el enfoque multi-escala requiere resolver un esquema de elementos finitos micro-mecánico no lineal en cada punto de Gauss de la malla estructural. Con el fin de reducir los costes computacionales y a la vez considerar de manera eficiente y precisa el comportamiento no lineal de la mampostería, en el



Capítulo 4 de esta tesis se plantea un modelo de homogenización, basado en el modelo de López et. al. (1999) acoplado con un nuevo modelo de daño. El modelo se basa en la llamada técnica de primer orden de la homogeneización, haciendo uso tanto en la macro como en la micro escalas del continuo clásico de Cauchy. La técnica de homogeneización considera un volumen representativo que permite simular con gran detalle las interacciones entre los distintos componentes del mismo, incluyendo a nivel micro-mecánico mecanismos adicionales de deformación interna.

# **CAPÍTULO 4**

## **MODELO DE HOMOGENEIZACIÓN Y DAÑO ACOPLADO PARA MAMPOSTERÍA: MODELO PROPUESTO**

### **4.1. INTRODUCCIÓN**

En este Capítulo se presenta el desarrollo del modelo constitutivo no lineal, propuesto en esta tesis para tratar el comportamiento de la mampostería. El modelo se basa en una formulación especial de la teoría de homogeneización, la cual puede ser considerada como una particularidad de la técnica de “promedios” descrita en el Capítulo 3 de esta tesis.

El objetivo es presentar un material homogeneizado que contenga intrínsecamente las diferentes propiedades de la mampostería, tanto geométricas como mecánicas, a partir de la definición básica de los materiales componentes (ladrillo y mortero). El modelo propuesto es apto para el tratamiento de estructuras de mampostería cuyas celdas unidad o volúmenes representativos tengan una configuración periódica. En la Figura 4.1 se presentan varios tipos de celdas unidad

aplicables a mampostería periódica. Cabe aclarar, como se destacó en el capítulo anterior, que el uso de técnicas de homogeneización ahorra el trabajo computacional que se genera por la creación de mallas complejas al discretizar mediante modelos micro-mecánicos los mampuestos y las juntas.

En la formulación propuesta se trabaja en dos escalas: una micro-escala, donde quedan especificadas las propiedades mecánicas y geométricas de los materiales componentes, y una macro-escala en la cual el material es tratado como si fuese homogéneo. La mampostería es considerada como un material compuesto cuyos componentes son el ladrillo y el mortero empleado en las juntas verticales y horizontales, conformando una configuración periódica. De esta manera es posible, a partir de la técnica de homogeneización, derivar el comportamiento global de la estructura en función del comportamiento de los materiales constituyentes adoptando modelos constitutivos diferentes para cada uno de ellos (Quinteros, Oller y Nallim, 2012a). De acuerdo a esto, se emplea para los ladrillos un modelo elástico lineal y para el mortero se propone un modelo de daño no lineal que permite degradar de manera diferenciada la parte volumétrica y la parte desviadora del tensor constitutivo.

Para organizar este capítulo, se ha dividido el mismo en varias secciones, consistiendo éstas en tres partes fundamentales. En la primera parte se realiza el planteo de la técnica de homogeneización en una celda representativa tri-dimensional. En la segunda parte se describe el modelo de daño diferenciado. En la tercera parte se presentan ejemplos de validación y aplicación. En este Capítulo se presenta también el algoritmo de solución del problema en ambas escalas. Finalmente, se incluyen dos anexos, en el primero se describe el modelo de daño unilateral de Faria et al. (1998) debido a que éste también ha sido implementado junta a la técnica de homogeneización presentada; y un segundo anexo en el que se describe brevemente la teoría de mezclas serie – paralelo (S/P) empleada en el análisis de pórticos rellenos con mampostería.

## **4.2. TÉCNICA DE HOMOGENEIZACIÓN**

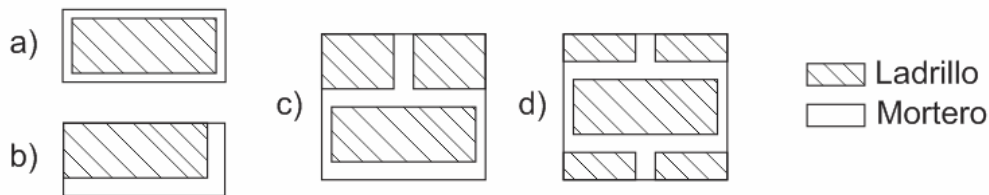
### **4.2.1. GENERALIDADES**

En esta sección se presenta la técnica de homogeneización que se aplica en esta tesis para el análisis de mamposterías con disposición periódica de sus componentes. Estos desarrollos son una extensión del trabajo de López et al. (1999) y de Oller (2003).

La estructura periódica que presenta la mampostería, permite que estos métodos sean posibles de desarrollar. Es necesario encontrar una celda unidad o celda representativa, de tal forma que si se repite en toda la dimensión de la estructura se obtenga la estructura original.

En diversos trabajos previos se ha considerado que estos elementos estructurales (muros de mampostería), tienen dimensiones tales (alto y ancho mayores que el espesor) que hacen posible considerar estados de tensión plana cuando se aplica una carga contenida en el plano de la mampostería. Cuando sea necesario analizar lo que sucede en el sentido perpendicular al plano estudiado, se deberá elegir una celda unidad o *volumen representativo* en tres dimensiones.

Es posible asignar muchas tipologías de celdas, entre las más simples sería un mampuesto rodeado en su totalidad por mortero (Fig. 4.1a), algunos ejemplos son representados en la Figura 4.1.



**Figura 4.1.** Diversos tipos de celda unidad

#### **4.2.2. DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS MECÁNICOS HOMOGENEIZADOS**

La técnica de homogeneización *ad-hoc* que se describe a continuación (López et al. 1999; Oller, 2003; Quinteros, Oller y Nallim, 2012b y 2013) se basa en describir el comportamiento promedio de una *celda unidad* representativa, en delante de un punto de la mampostería (ver Figura 4.2). Una vez definida la celda se utilizan los conceptos de compatibilidad y equilibrio de la mecánica clásica con el fin de obtener una relación constitutiva del material compuesto en función de los parámetros mecánicos y geométricos de los componentes.

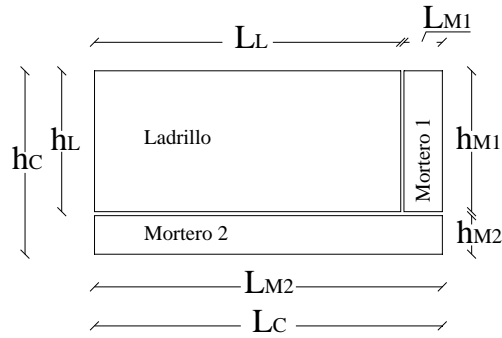


Figura 4.2. Celda analizada. Parámetros geométricos (López et al, 1999).

Entre las hipótesis básicas que se imponen para sustentar la formulación hay que destacar dos principalmente:

1. La geometría de un muro de mampostería permite utilizar la hipótesis de tensión plana, siempre que la carga esté en el plano de la estructura.
2. Dada la disposición de los ladrillos y de las juntas de mortero se acepta el comportamiento ortótropo del conjunto.

Con el fin de conocer los componentes homogeneizados del tensor constitutivo del material compuesto, se analizan las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio de los modos de deformación de la celda básica. Estos modos, para el análisis plano, se muestran en la Figura 4.3.

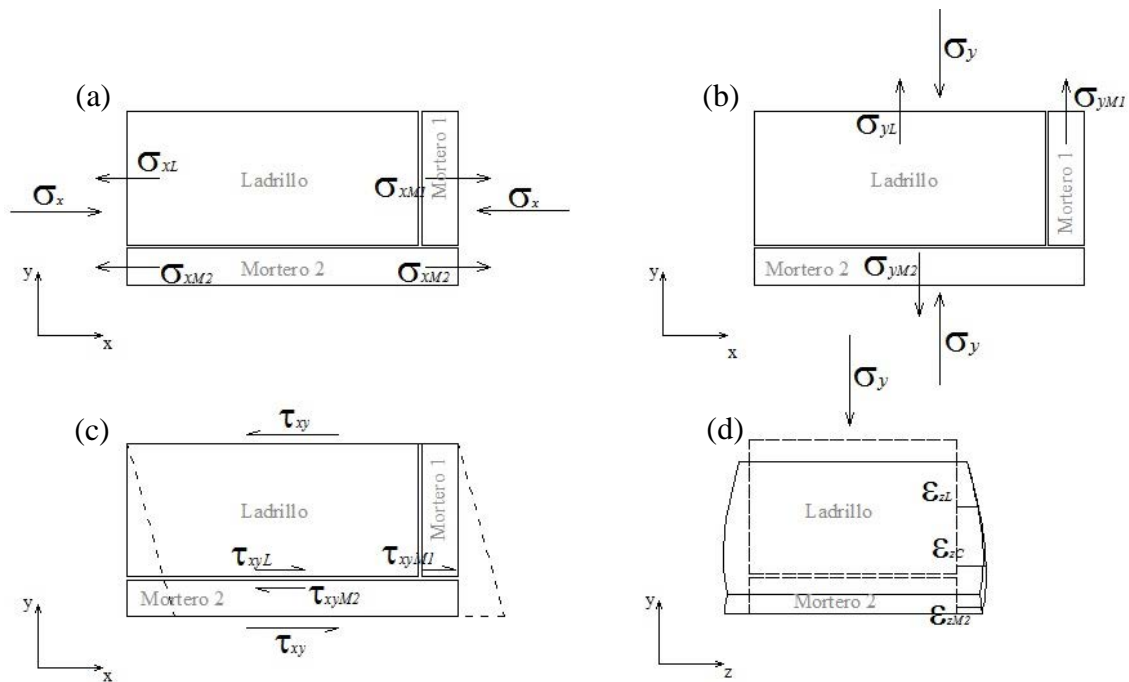


Figura 4.3. Modos de deformación. (a) Modo 1, (b) Modo 2, (c) Modo 3, (d) Modo 4.

El modo 1 corresponde a tensiones de tracción o compresión en la dirección  $x$  como se observa en la Figura 6.a. La ecuación de equilibrio viene dada por:

$$\begin{aligned}\sigma_x h_C &= \sigma_{xL} h_L + \sigma_{xM2} h_{M2} = \sigma_{xM1} h_{M1} + \sigma_{xM2} h_{M2} \\ &\rightarrow \sigma_{xL} h_L = \sigma_{xM1} h_{M1} \\ \sigma_x &= \sigma_{xL} \frac{h_L}{h_C} + \sigma_{xM2} \frac{h_{M2}}{h_C} \\ \sigma_x &= \sigma_{xM1} \frac{h_{M1}}{h_C} + \sigma_{xM2} \frac{h_{M2}}{h_C}\end{aligned}\quad (4.1)$$

De acuerdo a la Figura 4.2 es  $h_L = h_{M1}$

$$\rightarrow \underline{\sigma_{xL} \equiv \sigma_{xM1}} \quad (4.2)$$

La ecuación de compatibilidad de las deformaciones está dada por:

$$\dot{\epsilon}_{xC} L_C = \dot{\epsilon}_{xM2} L_{M2} = \dot{\epsilon}_{xL} L_L + \dot{\epsilon}_{xM1} L_{M1} \quad (4.3a)$$

$$\dot{\epsilon}_{xC} = \dot{\epsilon}_{xM2} \frac{L_{M2}}{L_C} \quad (4.3b)$$

$$\dot{\epsilon}_{xC} = \dot{\epsilon}_{xL} \frac{L_L}{L_C} + \dot{\epsilon}_{xM1} \frac{L_{M1}}{L_C} \quad (4.3c)$$

La ecuación constitutiva de los materiales componentes tiene en cuenta la degradación del tensor constitutivo ya que, como la mampostería es un material del tipo friccionante, se recomienda elegir un modelo de daño para caracterizar el comportamiento a fin de tener en cuenta esa degradación de rigidez debido al inicio y propagación de fisuras, principalmente en el mortero. Su expresión es la siguiente:

$$\dot{\sigma}_{xi} = E_{xi}(\kappa)(\dot{\epsilon}_{xi} - \dot{\epsilon}_{xi}^p) \quad (4.4)$$

La expresión  $E_{xi}(\kappa)$  significa que el módulo  $E$  depende del parámetro de daño. En este caso, y como se verá más adelante, sólo decrecerá el valor de  $E$  del mortero al superar el límite elástico y no se tendrán en cuenta las deformaciones plásticas ( $\dot{\epsilon}_{xi}^p$ ).

Conociendo las ecuaciones de compatibilidad, equilibrio y constitutivas es posible conocer la tensión en los materiales componentes en función de la tensión total

que actúa en la celda, y de los parámetros mecánicos y geométricos de los mismos. De esta manera, operando con las ecuaciones (4.1) y (4.3), y teniendo en cuenta la expresión (4.2), se obtienen las siguientes expresiones:

$$\dot{\sigma}_{xL} \equiv \dot{\sigma}_{xM1} = \dot{\sigma}_x A_{xL} \frac{h_C L_{M2}}{E_{xM2} h_{M2}} = \dot{\sigma}_x B_{xL} \quad (4.5)$$

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}_{xM2} = \dot{\sigma}_x B_{xM2}}} \quad (4.6)$$

donde:

$$B_{xL} = A_{xL} \frac{h_C L_{M2}}{E_{xM2} h_{M2}}, \quad A_{xL} = \frac{1}{\left( \frac{L_L}{E_{xL}} + \frac{L_{M1}}{E_{xM1}} + \frac{h_L L_{M2}}{E_{xM2} h_{M2}} \right)}, \quad B_{xM2} = \frac{h_C - B_{xL} h_L}{h_{M2}}$$

Finalmente, teniendo en cuenta las ecuaciones de compatibilidad dadas por las ecuaciones (4.3) y las ecuaciones constitutivas (4.4), y considerando que en la ecuación (4.2) es  $\sigma_{xL} \equiv \sigma_{xM1}$ , la deformación total de la celda puede escribirse como:

$$\dot{\epsilon}_{xC} = \frac{\dot{\sigma}_{xL}}{E_{xL}} \frac{L_L}{L_C} + \frac{\dot{\sigma}_{xL}}{E_{xM1}} \frac{L_{M1}}{L_C} = \dot{\sigma}_{xL} \left( \frac{L_L}{E_{xL} L_C} + \frac{L_{M1}}{E_{xM1} L_C} \right)$$

donde

$$\dot{\sigma}_{xL} = \dot{\sigma}_x B_{xL}, \quad D_x = \frac{L_L}{E_{xL} L_C} + \frac{L_{M1}}{E_{xM1} L_C}$$

$$\rightarrow \quad \dot{\epsilon}_{xC} = \dot{\sigma}_x B_{xL} D_x \quad (4.7)$$

Por lo expuesto, puede decirse que el valor homogeneizado en la dirección  $x$  del tensor constitutivo homogéneo a partir de la ecuación (4.7) resulta:

$$\frac{1}{E_{xC}} = B_{xL} D_x \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{E_{xC} = \frac{1}{B_{xL} D_x}}} \quad (4.8)$$

Análogamente, puede seguirse el mismo procedimiento para los otros dos modos (modo 2: tracción-compresión en la dirección  $y$ , y modo 3: corte en el plano  $xy$ ), por lo que las tensiones correspondientes de cada material en función de la tensión total de la celda homogénea y los valores correspondientes del tensor constitutivo homogéneo resultan dadas por:

$$\sigma_y L_C = \sigma_{yM2} L_{M2} = \sigma_{yL} L_L + \sigma_{yM1} L_{M1} \quad (4.9)$$

Teniendo en cuenta que, de acuerdo a la celda básica representada gráficamente en la Figura 4.2 es  $L_C = L_{M2}$ , se obtiene

$$\rightarrow \quad \dot{\sigma}_{yM2} \equiv \dot{\sigma}_y \quad (4.10)$$

$$\sigma_y = \sigma_{yL} \frac{L_L}{L_C} + \sigma_{yM1} \frac{L_{M1}}{L_C} \quad (4.11)$$

La ecuación de compatibilidad de las deformaciones, para el modo 2, está dada por:

$$\dot{\epsilon}_{yC} h_C = \dot{\epsilon}_{yM2} h_{M2} + \dot{\epsilon}_{yL} h_L = \dot{\epsilon}_{yM2} h_{M2} + \dot{\epsilon}_{yM1} h_{M1} \quad (4.12)$$

Por lo que:

$$\dot{\epsilon}_{yL} h_L = \dot{\epsilon}_{yM1} h_{M1} \quad (4.13)$$

Entonces, operando con las ecuaciones (4.11) y (4.13), y considerando que:

$$\dot{\epsilon}_{yL} = \frac{\dot{\sigma}_{yL}}{E_{yL}} \quad \text{y} \quad \dot{\epsilon}_{M1} = \frac{\dot{\sigma}_{yM1}}{E_{yM1}}$$

se obtiene,

$$\frac{\dot{\sigma}_{yL}}{E_{yL}} \frac{L_C}{L_L} h_L - \frac{\dot{\sigma}_{yM1}}{E_{yL}} \frac{L_{M1}}{L_L} h_L = \frac{\dot{\sigma}_{yM1}}{E_{yM1}} h_{M1} \quad (4.14)$$

Operando la ec. (4.14) se llega a:

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}_{yM1} = \dot{\sigma}_y B_{yM1}}} \quad (4.15)$$

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}_{yL} = \dot{\sigma}_y B_{yL}}} \quad (4.16)$$

donde:

$$B_{yM1} = A_{yM1} \frac{L_C h_L}{E_{yL} L_L}, \quad A_{yM1} = \frac{1}{\left( \frac{L_{M1} h_L}{E_{yM1} L_L} + \frac{h_{M1}}{E_{yM1}} \right)}, \quad B_{yL} = \frac{L_C - B_{yM1} L_{M1}}{L_L}$$

Finalmente, de la ecuación (4.12) se obtiene:



$$\dot{\varepsilon}_{yC} = \dot{\sigma}_y \left( \frac{h_{M2}}{h_C E_{yM2}} + \frac{B_{yL} h_L}{E_{yL} h_C} \right) \quad (4.17)$$

Por lo tanto, de la ecuación (4.17) resulta:

$$\frac{1}{E_{yC}} = \frac{h_{M2}}{h_C E_{yM2}} + \frac{B_{yL} h_L}{E_{yL} h_C} \quad \rightarrow \quad E_{yC} = \frac{1}{\frac{h_{M2}}{h_C E_{yM2}} + \frac{B_{yL} h_L}{E_{yL} h_C}} \quad (4.18)$$

Mientras que para el modo 3:

$$\dot{\tau}_{xy} L_C = \dot{\tau}_{xyL} L_L + \dot{\tau}_{xyM1} L_{M1} = \dot{\tau}_{xyM2} L_{M2} \quad (4.19)$$

Nuevamente, teniendo en cuenta la Figura 4.2, es  $L_C = L_{M2}$  por lo que

$$\rightarrow \dot{\tau}_{xy} = \dot{\tau}_{xyM2} \quad (4.20)$$

$$\dot{\tau}_{xy} = \dot{\tau}_{xyL} \frac{L_L}{L_C} + \dot{\tau}_{xyM1} \frac{L_{M1}}{L_C} \quad (4.21)$$

Para este modo la ecuación de compatibilidad de las deformaciones está dada por:

$$\dot{\gamma}_{xyM1} = \dot{\gamma}_{xyL} \quad (4.22)$$

Por lo que, operando con las ecuaciones (4.21) y (4.22), y sabiendo de la ecuación (4.4) que es:

$$\dot{\gamma}_{xyM1} = \frac{\dot{\tau}_{xyM1}}{G_{xyM1}} \quad \text{y} \quad \dot{\gamma}_{xyL} = \frac{\dot{\tau}_{xyL}}{G_{xyL}}$$

se tiene,

$$\dot{\tau}_{xy} = \dot{\tau}_{xyL} \frac{L_L}{L_C} + \dot{\tau}_{xyL} \frac{G_{xyM1}}{G_{xyL}} \frac{L_{M1}}{L_C} \quad (4.23)$$

por lo que, operando, se llega a:

$$\underline{\dot{\tau}_{xyL} = \dot{\tau}_{xy} A_{xyL}} \quad (4.24)$$

$$\underline{\dot{\tau}_{xyM1} = \dot{\tau}_{xy} A_{xyM1}} \quad (4.25)$$

donde:

$$A_{xyL} = \frac{G_{xyL}L_C}{G_{xyM1}L_{M1} + G_{xyL}L_L}, \quad A_{xyM1} = \left( \frac{L_C}{L_{M1}} - A_{xyL} \frac{L_L}{L_{M1}} \right)$$

Finalmente se puede escribir,

$$\dot{\gamma}_{xyC} = \dot{\tau}_{xy} \left( \frac{h_{M2}}{G_{xyM2}h_C} + \frac{A_{xyL}h_L}{G_{xyL}h_C} \right) \quad (4.26)$$

por lo tanto, de la ecuación (4.26) se obtiene:

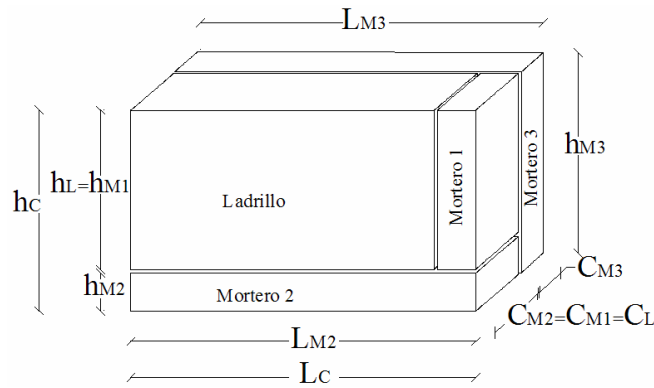
$$\frac{1}{G_{xyC}} = \frac{h_{M2}}{G_{xyM2}h_C} + \frac{A_{xyL}h_L}{G_{xyL}h_C} \quad \rightarrow \quad G_{xyC} = \frac{1}{\frac{h_{M2}}{G_{xyM2}h_C} + \frac{A_{xyL}h_L}{G_{xyL}h_C}} \quad (4.27)$$

Para el análisis de un estado plano puede considerarse el modo 4, que analiza la deformación fuera del plano  $xy$ , aunque si se considera tensión plana, la deformación en el plano  $xz$  se limita a aquella producida por el efecto Poisson. Como se aprecia en la Figura 4.3d, la deformación presenta una discontinuidad en la zona donde el ladrillo apoya sobre el mortero debido a la diferencia marcada entre sus propiedades. La deformación homogeneizada  $\varepsilon_{zC}$  de la celda en la dirección  $z$  se considera como la envolvente de las curvas de deformación de los materiales componentes:

Partiendo de la expresión de la matriz constitutiva secante para el caso de ortotropía, la deformación  $\varepsilon_{zC}$  en función de la deformación en las otras direcciones está dada por:

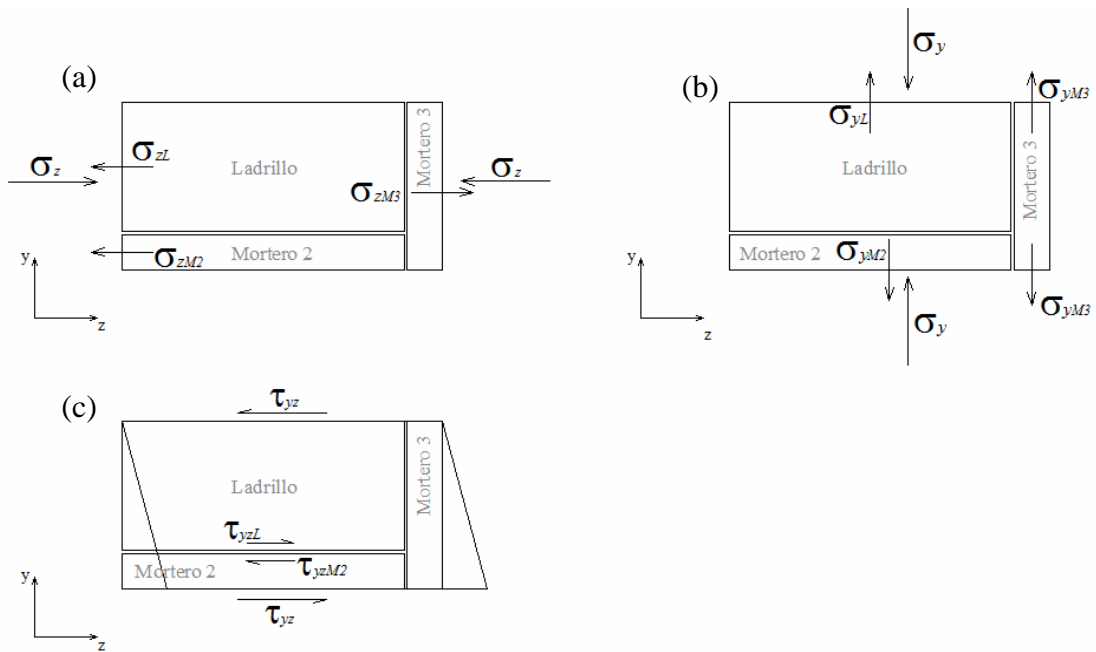
$$\varepsilon_{zC} = \frac{(v_{xzC} + v_{xyC}v_{yzC})\varepsilon_{xC} + (v_{yzC} + v_{xzC}v_{yxC})\varepsilon_{yC}}{(-1 + v_{xyC}v_{yxC})} \quad (4.28)$$

Análogamente a lo desarrollado anteriormente, y a los fines de la extensión de la formulación en el espacio, se obtienen los parámetros mecánicos en la dirección  $z$ . Al respecto es importante recordar que Anthoine (1997) demostró que, en el rango no lineal, la consideración de estados de tensión plana puede llevar a resultados erróneos (ver Capítulo 2). Partiendo de los parámetros geométricos de la Figura 4.4, se describe el desarrollo que resulta en las tensiones correspondientes a cada material en función de la tensión total de la celda homogénea y los valores correspondientes del tensor constitutivo homogéneo en la dirección  $z$ .



**Figura 4.4.** Modelo tridimensional de la celda analizada. Parámetros geométricos (Oller, 2003)

Para obtener las ecuaciones que permiten analizar el comportamiento del volumen elemental representativo tridimensional representado en la Figura 4.4 y lograr, de este modo, un estudio global de la distribución de las tensiones en todas las juntas de la celda patrón, es necesario considerar las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio de los modos de deformación que se muestran en las Figuras 4.5 y 4.6.



**Figura 4.5.** Modos de deformación en el plano yz. (a) Modo 5, (b) Modo 6, (c) Modo 7

El modo 5 corresponde a tensiones de tracción o compresión en la dirección  $z$  como se observa en la Figura 4.5a. La ecuación de equilibrio viene dada por:

$$\sigma_z h_C = \sigma_{zL} h_L + \sigma_{zM2} h_{M2} = \sigma_{zM3} h_{M3}$$

como de la Figura 4.4 es  $h_C = h_{M3}$ :

$$\underline{\sigma_{zM3} = \sigma_z} \quad (4.29)$$

La ecuación de compatibilidad de las deformaciones está dada por:

$$\dot{\epsilon}_{zC} C_C = \dot{\epsilon}_{zL} C_L + \dot{\epsilon}_{zM3} C_{M3} \quad (4.30a)$$

$$\dot{\epsilon}_{zC} C_C = \dot{\epsilon}_{zM2} C_{M2} + \dot{\epsilon}_{zM3} C_{M3} \quad (4.30b)$$

$$\rightarrow \dot{\epsilon}_{zL} C_L = \dot{\epsilon}_{zM2} C_{M2} \quad (4.30c)$$

$$\sigma_{zM2} = \sigma_z \frac{h_C}{h_{M2}} - \sigma_{zL} \frac{h_L}{h_{M2}} \quad (4.31)$$

De acuerdo a las ecuaciones de compatibilidad (4.30) y (4.31), es

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{zM2} &= \frac{\sigma_{zM2}}{E_{zM2}} = \sigma_z \frac{h_C}{E_{zM2} h_{M2}} - \sigma_{zL} \frac{h_L}{E_{zM2} h_{M2}} \\ \dot{\epsilon}_{zM3} &= \frac{\sigma_{zM3}}{E_{zM3}} = \frac{\sigma_z}{E_{zM3}} \end{aligned}$$

Reemplazando en (4.21) se obtiene:

$$\dot{\epsilon}_{zC} C_C = \sigma_{zL} \frac{C_L}{E_{zL}} + \sigma_z \frac{C_{M3}}{E_{zM3}} \quad (4.32a)$$

$$\dot{\epsilon}_{zC} C_C = \sigma_z \frac{h_C C_{M2}}{E_{zM2} h_{M2}} - \sigma_{zL} \frac{h_L C_{M2}}{E_{zM2} h_{M2}} + \sigma_z \frac{C_{M3}}{E_{zM3}} \quad (4.32b)$$

Igualando las expresiones (4.32a) y (4.32b), se obtiene:

$$\begin{aligned} \sigma_z \frac{h_C C_{M2}}{E_{zM2} h_{M2}} - \sigma_{zL} \frac{h_L C_{M2}}{E_{zM2} h_{M2}} - \sigma_{zL} \frac{C_L}{E_{zL}} &= 0 \\ \sigma_z \frac{h_C C_{M2}}{E_{zM2} h_{M2}} &= \sigma_{zL} \left( \frac{h_L C_{M2}}{E_{zM2} h_{M2}} + \frac{C_L}{E_{zL}} \right) \\ \underline{\sigma_{zL} = \sigma_z A_{zL} \frac{h_C C_{M2}}{E_{zM2} h_{M2}} = \sigma_z B_{zL}} & \quad (4.33) \end{aligned}$$

con:

$$A_{zL} = \frac{h_{M2} E_{zM2} E_{zL}}{h_L E_{zL} C_{M2} + h_{M2} E_{zM2} C_L}, \quad B_{zL} = A_{zL} \frac{h_C C_{M2}}{E_{zM2} h_{M2}}$$

Reemplazando la ec. (4.33) en la ec. (4.21) se obtiene:

$$\sigma_{zM2} = \sigma_z \frac{h_C}{h_{M2}} - \sigma_z B_{zL} \frac{h_L}{h_{M2}} = \sigma_z \left( \frac{h_C}{h_{M2}} - B_{zL} \frac{h_L}{h_{M2}} \right) \quad (4.34)$$

Finalmente, de la ecuación (4.32b) resulta:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{zC} C_C &= \sigma_z B_{zL} \frac{C_L}{E_{zL}} + \sigma_z \frac{C_{M3}}{E_{zM3}} = \sigma_z \left( B_{zL} \frac{C_L}{E_{zL}} + \frac{C_{M3}}{E_{zM3}} \right) \\ \dot{\epsilon}_{zC} &= \sigma_z \left( B_{zL} \frac{C_L}{E_{zL} C_C} + \frac{C_{M3}}{E_{zM3} C_C} \right) \end{aligned} \quad (4.35)$$

Por lo expuesto, puede decirse que el valor homogeneizado en la dirección  $z$  del tensor constitutivo homogéneo se define de la ecuación (4.35) como:

$$\frac{1}{E_{zC}} = D_z \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{E_{zC} = \frac{1}{D_z}}} \quad (4.36)$$

donde:

$$D_z = \frac{B_{zL} C_L}{E_{zL} C_C} + \frac{C_{M3}}{E_{zM2} C_C}$$

Para el caso correspondiente al modo 6 (Figura 4.5b) se tiene:

$$\sigma_y C_C = \sigma_{yM2} C_{M2} + \sigma_{yM3} C_{M3} = \sigma_{yL} C_L + \sigma_{yM3} C_{M3} \quad (4.37)$$

Sabiendo de la ecuación (4.10) que  $\sigma_y = \sigma_{yM2}$ , se puede expresar la componente  $y$  de la tensión de la junta de mortero 3 ( $M3$ ) en función de la tensión homogeneizada como:

$$\sigma_{yM3} = \sigma_y \frac{C_C}{C_{M3}} - \sigma_y \frac{C_{M2}}{C_{M3}} = \frac{\sigma_y}{C_{M3}} (C_C - C_{M2}) = \sigma_y \quad (4.38)$$

Para el modo 7 (Figura 4.5c), el equilibrio se plantea a través de:

$$\dot{\tau}_{yz} C_C = \dot{\tau}_{yzL} C_L + \dot{\tau}_{yzM3} C_{M3} = \dot{\tau}_{yzM2} C_{M2} + \dot{\tau}_{yzM3} C_{M3} \quad (4.39)$$

como de la Figura 4.4 es  $C_L = C_{M2}$ , resulta:

$$\rightarrow \dot{\tau}_{yzL} = \dot{\tau}_{yzM2} \tag{4.40}$$

La ecuación de compatibilidad de las deformaciones está dada por:

$$\dot{\gamma}_{yzM3} = \dot{\gamma}_{yzL} \tag{4.41}$$

Por lo que, operando con las ecuaciones (4.39) y (4.41), y sabiendo de la ecuación (4.40) que:

$$\dot{\gamma}_{yzM3} = \frac{\dot{\tau}_{yzM3}}{G_{yzM3}} \quad \text{y} \quad \dot{\gamma}_{yzL} = \frac{\dot{\tau}_{yzL}}{G_{yzL}}$$

se tiene,

$$\dot{\tau}_{yz} = \dot{\tau}_{yzL} \frac{C_L}{C_C} + \dot{\tau}_{yzL} \frac{G_{yzM3}}{G_{yzL}} \frac{C_{M3}}{C_C} \tag{4.42}$$

por lo que, operando resulta:

$$\underline{\dot{\tau}_{yzL} = \dot{\tau}_{yz} A_{yzL}} \tag{4.43}$$

$$\underline{\dot{\tau}_{yzM3} = \dot{\tau}_{yz} \frac{G_{yzM3}}{G_{yzL}} A_{yzL}} \tag{4.44}$$

donde:  $A_{yzL} = \frac{G_{yzL} C_C}{G_{yzM3} C_{M3} + G_{yzL} C_L}$

Finalmente, de la ecuación de compatibilidad de las deformaciones se obtiene:

$$\dot{\gamma}_{yzC} = \dot{\gamma}_{yzM2} \frac{h_{M2}}{h_C} + \dot{\gamma}_{yzL} \frac{h_L}{h_C} \tag{4.45}$$

$$\dot{\gamma}_{yzC} = \dot{\tau}_{yz} \left( \frac{h_{M2}}{G_{yzM2} h_C} + \frac{A_{yzL} h_L}{G_{yzL} h_C} \right) \tag{4.46}$$

por lo tanto, de la ecuación (4.46) es:

$$\frac{1}{G_{yzC}} = \frac{h_{M2}}{G_{yzM2} h_C} + \frac{A_{yzL} h_L}{G_{yzL} h_C} \quad \rightarrow \quad G_{yzC} = \frac{1}{\frac{h_{M2}}{G_{yzM2} h_C} + \frac{A_{yzL} h_L}{G_{yzL} h_C}} \tag{4.47}$$

Finalmente, resta analizar el plano  $xz$  a través de sus correspondientes modos de deformación 8, 9 y 10 (Figura 4.6). Aquí es necesario tener presente que el análisis resulta análogo al ya realizado para el plano  $xy$ , con la salvedad de que se trata de la junta de motero  $M3$  en lugar de la junta  $M2$ .

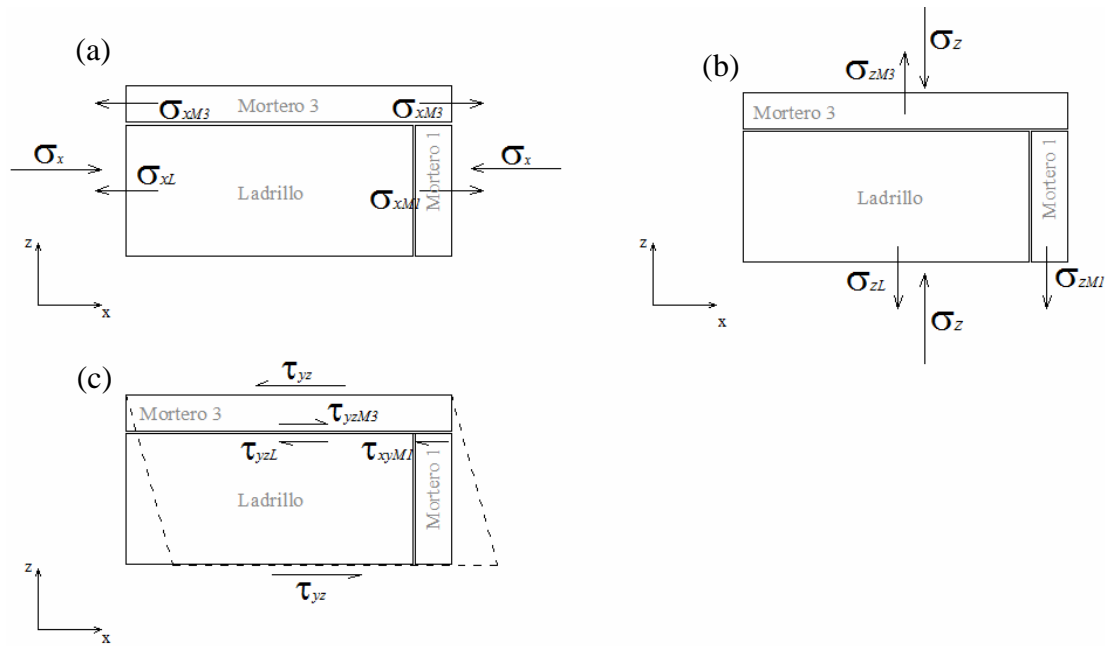


Figura 4.6. Modos de deformación en el plano  $xz$ . (a) Modo 8, (b) Modo 9, (c) Modo 10

Por analogía, se indican los valores que toman las tensiones de los materiales en función de la tensión total homogeneizada, resultando para el modo 8 las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{xL} &\equiv \dot{\sigma}_{xM1} = \dot{\sigma}_x B_{xL} \\ \dot{\sigma}_{xM3} &= \dot{\sigma}_x B_{xM3} \end{aligned} \quad (4.48)$$

con:

$$B_{xL} = A_{xL} \frac{C_C L_{M3}}{E_{xM3} C_{M3}}, \quad A_{xL} = \frac{1}{\left( \frac{L_L}{E_{xL}} + \frac{L_{M1}}{E_{xM1}} + \frac{C_L L_{M3}}{E_{xM3} h_{M3}} \right)}, \quad B_{xM3} = \frac{C_C - B_{xL} C_L}{C_{M3}}$$

Mientras que para el modo 9 se tiene:

$$\dot{\sigma}_{zM3} \equiv \dot{\sigma}_z \quad (4.49a)$$

$$\dot{\sigma}_{zM1} = \dot{\sigma}_z B_{zM1} \quad (4.49b)$$

$$\dot{\sigma}_{zL} = \dot{\sigma}_z B_{zL} \quad (4.49c)$$

con,

$$B_{zM1} = A_{zM1} \frac{L_C C_L}{E_{zL} L_L}, \quad A_{zM1} = \frac{1}{\left( \frac{L_{M1} C_L}{E_{zM1} L_L} + \frac{C_{M1}}{E_{zM1}} \right)}, \quad B_{zL} = \frac{L_C - B_{zM1} L_{M1}}{L_L}$$

Finalmente, para el último modo analizado (modo 10) las relaciones son las siguientes:

$$\dot{\tau}_{yzL} = \dot{\tau}_{yz} A_{yzL} \quad (4.50a)$$

$$\dot{\tau}_{yzM1} = \dot{\tau}_{yz} A_{yzM1} \quad (4.50b)$$

$$\dot{\tau}_{yz} = \dot{\tau}_{yzM3} \quad (4.50c)$$

con,

$$A_{yzL} = \frac{G_{yzL} L_C}{G_{yzM1} L_{M1} + G_{yzL} L_L}, \quad A_{yzM1} = \left( \frac{L_C}{L_{M1}} - A_{yzL} \frac{L_L}{L_{M1}} \right)$$

De este modo surge también la componente correspondiente a este plano, del tensor constitutivo homogeneizado:

$$G_{yzC} = \frac{1}{\frac{C_{M3}}{G_{yzM3} C_C} + \frac{A_{yzL} C_L}{G_{yzL} C_C}} \quad (4.51)$$

Una vez conocidos los parámetros mecánicos homogeneizados de la celda periódica analizada, restan conocer los valores que toman los coeficientes de Poisson en función de dichos parámetros. Para ello, a diferencia de los valores adoptados por López et al. (1999), se ha continuado con el análisis de los modos de deformación y se obtienen los coeficientes de Poisson a través de su definición:

$$\nu_{ijC} = \left( \frac{\varepsilon_{jC}}{\varepsilon_{iC}} \right)_i, \quad i, j = x, y, z \quad (4.52a)$$

donde el subíndice  $i$  en el cálculo del coeficiente de Poisson  $(\cdot)_i$  indica que se calculan los valores para carga uniaxial en la dirección  $i$  ( $i = x, y, z$ ).



Teniendo en cuenta la expresión (4.52a) analizada en forma conjunta con las expresiones específicas (4.7), (4.17) y (4.35), y considerando  $E_{xL} = E_{yL} = E_{zL} = E_L$ ,  $E_{xMi} = E_{yMi} = E_{zMi} = E_{Mi}$ ,  $i=1,2,3$ ; se obtienen para los coeficientes de Poisson las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 v_{xyC} &= \frac{[(v_L / E_L) B_{xL} h_L + (v_{M2} / E_{M2}) B_{xM2} h_{M2}] E_{xC}}{h_{M2} + h_L}, & v_{yxC} &= \frac{E_{yC}}{E_{xC}} v_{xyC} \\
 v_{yzC} &= \frac{[(v_L / E_L) B_{zL} h_L + (v_{M2} / E_{M2}) (h_C - B_{zL} h_L)] E_{zC}}{h_C}, & v_{zyC} &= \frac{E_{zC}}{E_{yC}} v_{yzC} \\
 v_{xzC} &= \frac{[(v_{M3} / E_{M3}) C_{M3} B_{xM3} + (v_L / E_L) B_{xL} C_L] E_{xC}}{C_{M3} + C_L}, & v_{zxC} &= \frac{E_{zC}}{E_{xC}} v_{xzC}
 \end{aligned} \quad (4.52b)$$

### 4.3. FORMULACIÓN DEL MODELO DE DAÑO PARA LOS COMPONENTES

#### 4.3.1. GENERALIDADES

En esta Sección se desarrolla el modelo de daño propuesto para los componentes de la mampostería, el cual se aplica particularmente al mortero. El modelo propuesto permite degradar en forma diferenciada la parte volumétrica y desviadora del comportamiento constitutivo del material. Este tipo de degradación selectiva, se debe a la diferencia que hay en entre las curvas volumétricas de tensión y deformación octaédricas, y la distorsional de tensión y distorsión octaédricas.

El modelo de degradación diferenciada que aquí se presenta se basa en la *Mecánica del Daño Continuo*. La Mecánica del Daño Continuo proporciona un marco general y potente para la obtención de modelos materiales consistentes y apropiados para muchas áreas de la ingeniería y es, de hecho, el enfoque en cual se basa el modelo propuesto. Esta teoría fue propuesta en primer lugar por Kachanov (1958) en el contexto de problemas relacionados con la fluencia. Ha sido aceptada después como una herramienta válida para tratar comportamientos materiales más complejos, abarcando actualmente una amplia gama de aplicaciones. Se utiliza para materiales tan distintos como metales, cerámica, piedra, hormigón y mampostería. La gran aceptación y multiplicidad de aplicaciones de la Mecánica del Daño Continuo ha sido resumida por Pelá (2009) en los siguientes factores importantes:

- 1) La *simplicidad* del método, que se basa totalmente en la Mecánica de Medios Continuos. Esta es una diferencia importante con la Mecánica de Fractura y conduce a una formulación e interpretación mucho más simple. Se asume que el material dañado se mantiene un continuo y el efecto colectivo de las grietas se modela mediante la modificación de las propiedades mecánicas del material.
- 2) La *consistencia* de la teoría, que se formula en un marco riguroso, a través de la termodinámica de procesos irreversibles.
- 3) La *versatilidad* del enfoque, ya que es posible hacer frente a un gran número de problemas, por ejemplo: fluencia, fatiga, rotura frágil o dúctil, etc.
- 4) La *compatibilidad* con otras teorías. Por ejemplo, la combinación de Teoría Mecánica Daño con Plasticidad (Oller, 1988, 1996). Además, es posible incluir otros efectos, tales como térmicos, en la formulación.

A efectos de una mejor presentación del modelo, esta sección comienza con las definiciones y conceptos básicos de la *Mecánica del Daño Continuo* (Kachanov, 1986), así como de los conceptos necesarios para plantear el modelo de degradación diferenciada.

#### **4.3.2. MECÁNICA DEL DAÑO CONTINUO: FUNDAMENTOS Y DEFINICIONES BÁSICAS**

Todos los materiales reales se deforman de manera elástica o inelástica cuando son sometidos a la acción de cargas. También se puede producir la rotura de material, y ésta puede ser dúctil o frágil. Las propiedades deformacionales se describen a través de ecuaciones constitutivas.

Bajo ciertas condiciones de carga la estructura del material puede comenzar a desintegrarse. Pueden formarse pequeñas grietas, huecos y otras formas de pequeñas cavidades en las zonas sometidas a grandes esfuerzos. Este deterioro debilita el material y disminuye su capacidad de carga. Debido a su naturaleza, estos defectos son entidades discretas. Un análisis preciso de su influencia debería considerarlas como alteraciones discretas del material continuo. Ésta es sin duda una tarea prohibitiva.

En un trabajo pionero Kachanov (1958) propuso describir el efecto conjunto de los deterioros mencionados por medio de una variable de campo llamada continuidad. Por lo tanto, un proceso inherentemente discreto se modela por una variable continua.

El estado del material en relación al deterioro se caracteriza por una variable de campo escalar adimensional denotada por  $\psi$ . Para un material que esté completamente libre de defectos se considera  $\psi = 1$ , mientras que  $\psi = 0$  caracteriza un material completamente deteriorado sin capacidad de carga restante.

Mientras la variable de *continuidad*  $\psi$  cuantifica la ausencia de deterioro o *daño* del material, la variable complementaria  $D = 1 - \psi$  es una medida del estado de deterioro o daño (Odqvist y Hult, 1962; Rabotnov, 1963). Para un material libre de daños es  $D = 0$ , mientras que  $D = 1$  corresponde a un estado de pérdida completa de la integridad de la estructura del material. La designación de la variable  $D$  como variable de campo para describir el grado de daño material es ampliamente utilizada y es, con la misma base conceptual, la que se emplea en esta tesis.

Aunque Kachanov supone que  $\psi$  es una variable de campo escalar, desarrollos posteriores han conducido al estudio de cantidades tensoriales para describir el daño, ver Krajcinovic y Lemaitre (1987) y las referencias en él.

A pesar de que el modelo Kachanov es totalmente fenomenológico, los estudios a nivel micromecánico sustentaron este modelo (Jansson y Stigh, 1985). Estos y otros resultados llevaron a un creciente interés en el análisis de daño, basados en los principios de la mecánica.

El fenómeno del daño puede analizarse a nivel de tres escalas, a nivel de la microescala, la mesoescala y la macroescala (Luccioni, 2003). En la primera se presenta una acumulación de microtensiones en la vecindad de defectos o interfaces y la rotura de ligaduras en el material. En la mesoescala o escala del volumen representativo esto se traduce en el crecimiento e interconexión de microfisuras y microporos que, en conjunto, inician una fisura. Mientras que a nivel de la macroescala el daño está representado por el crecimiento de dicha fisura.

### 4.3.2.1. Variable de daño

El daño se puede interpretar en la microescala como la creación de microsuperficies de discontinuidades: rotura de ligaduras atómicas y agrandamiento plástico de microcavidades. En la mesoescala, el número de ligaduras rotas o la distribución de microcavidades pueden ser aproximados en cualquier plano por el área de las intersecciones de todos los defectos con ese plano. Para trabajar con medidas adimensionales dicha área puede ser escalada a la medida del elemento representativo de volumen. Esta medida es fundamental en la definición de una variable continua en el sentido de la mecánica del continuo, y en un punto debe ser representativa del efecto de los microdefectos en la falla a nivel de la mesoescala.

Supóngase un sólido dañado, como se muestra en la Figura 4.7, en el cual se aísla un punto  $M$ , sobre un plano de normal  $\mathbf{n}$ , a través de un volumen finito elemental representativo (V.E.R). En este volumen finito  $\delta S$  es el área de la intersección del plano con el elemento representativo (de volumen) y  $\delta S_D$  es el área efectiva de la intersección de todas las microfisuras o microcavidades que caen en  $\delta S$  (ver Figura 4.7). El área de resistencia efectiva  $\delta \bar{S}$  ( $\delta \bar{S} < \delta S$ ), está dada por:

$$\delta S_D = \delta S - \delta \bar{S} \tag{4.53}$$

Se verá en la Sección 4.3.2.2 que el concepto de tensión efectiva asociado con la hipótesis de deformación-equivalencia permite evitar la cálculos de  $\delta S_D$ .

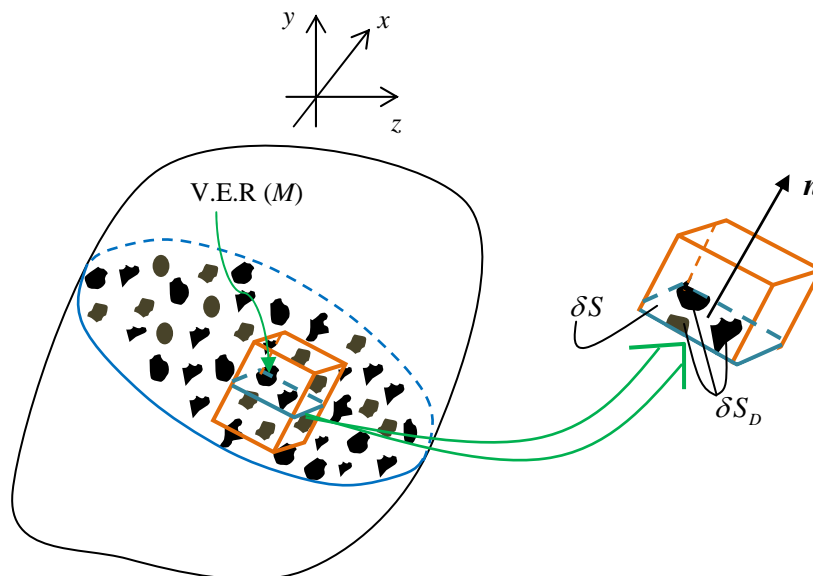


Figura 4.7. Interpretación del daño

Por definición (Lemaitre y Chaboche, 1985), la variable de daño se define físicamente a través de la densidad superficial de microfisuras e intersecciones de microporos que caen en el plano de corte transversal del volumen elemental representativo, a través de  $\delta S$  (Fig. 4.7). Luego, el valor del daño en el punto  $M$  en la dirección  $\mathbf{n}$  está dado por:

$$D(M, \mathbf{n}) = \frac{\delta S_D}{\delta S} \quad (4.54)$$

De esta definición surge que el valor de la variable escalar  $D$  está acotado entre 0 y 1:

- $D = 0 \rightarrow$  Para el material no dañado
- $D = 1 \rightarrow$  Para el material totalmente dañado (elemento representativo de volumen separado en dos partes)
- $0 \leq D \leq 1 \rightarrow$  Caracteriza el estado dañado

De hecho, generalmente la falla ocurre para  $D = D_c < 1$  por un proceso de inestabilidad o por decohesión atómica. De manera que se puede definir un criterio para el inicio de la fractura como  $D = D_c$ .

Si el daño es isótropo, significa que las grietas y cavidades presentan una orientación distribuida de manera uniforme en todas las direcciones. En este caso, la variable  $D(\mathbf{n})$  no depende de la normal y el estado dañado está completamente caracterizado por la variable escalar intrínseca  $d$ :

$$D(\mathbf{n}) = d \quad \forall \mathbf{n} \quad (4.55)$$

Sin embargo, la evidencia experimental demuestra que durante la historia de carga, las microfisuras están sometidas a un crecimiento irreversible que ocurre principalmente "en la dirección perpendicular a la deformación máxima a la tracción" (Krajcinovic y Fonseka, 1981). Por lo tanto, en el caso general de daño anisótropo, el valor de la variable  $D(\mathbf{n})$  depende de la orientación de la normal. De hecho, la variable intrínseca correspondiente puede representarse por un vector o un tensor (ver Luccioni, 2003; Pelá, 2009).

### 4.3.2.2. Concepto de tensión efectiva

La introducción de una variable de daño que representa una densidad superficial de discontinuidades conduce directamente al concepto de tensión efectiva, es decir, el esfuerzo calculado sobre la sección que efectivamente resiste las fuerzas.

Por simplicidad, se considera el caso uniaxial mostrado en la Figura 4.8. Si  $F$  es la fuerza aplicada en una sección del elemento de volumen representativo,  $\sigma = F/S$  es la tensión que satisface la ecuación de equilibrio. En presencia de daños isotropo  $d$ , el área de resistencia efectiva es

$$\bar{S} = S - S_D = S(1 - d) \tag{4.56}$$

De esta manera la *tensión efectiva* se define mediante la siguiente expresión

$$\bar{\sigma} = \sigma \frac{S}{\bar{S}} = \frac{\sigma}{(1 - d)} \tag{4.57}$$

Evidentemente resulta que  $\bar{\sigma} \geq \sigma$ . Para un material virgen (sin daño)  $\bar{\sigma} = \sigma$ , mientras que en el momento de la fractura  $\bar{\sigma} \rightarrow \infty$ .

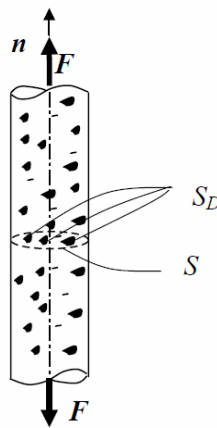


Figura 4.8. Daño: caso uniaxial

Esta definición implica la tensión efectiva en el material traccionado. En compresión, si algunos de los defectos se cierran, aunque el daño permanece inalterado, la superficie que efectivamente resiste la carga es mayor que  $S - S_D$ . En particular, si todos los defectos están completamente cerrados la tensión efectiva es igual a la tensión nominal.

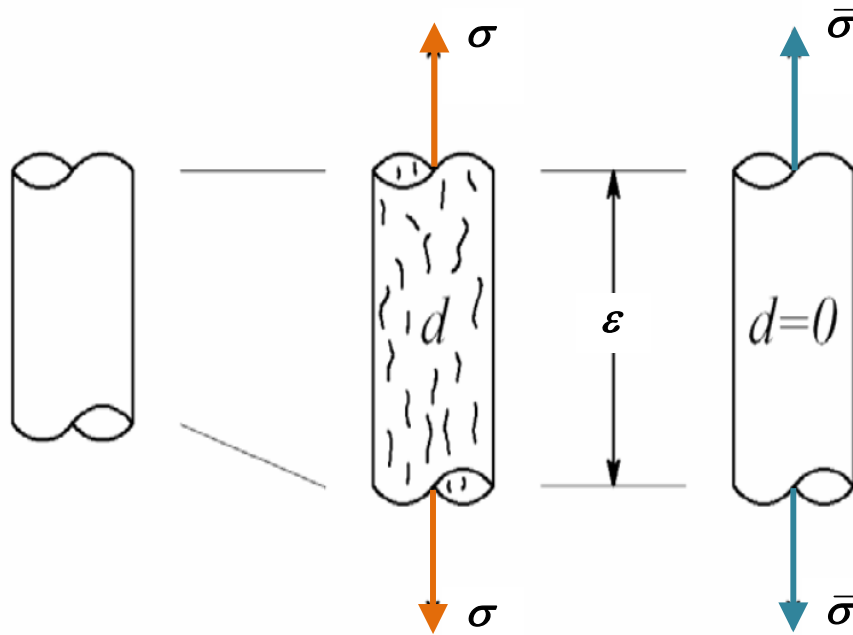
Sólo la micromecánica puede dar un significado preciso a este concepto de tensión efectiva, que será tenido en cuenta globalmente en la macroescala a través de la identificación de la variable de daño por medio de su acoplamiento con la elasticidad o plasticidad.

En el caso de daño isótropo multiaxial, la relación  $S/\bar{S}$  no depende de la orientación de la normal, y el operador  $(1 - d)$  se puede aplicar a todos los componentes. Como consecuencia de ello, es posible considerar la forma tensorial

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{(1-d)} \tag{4.58}$$

La definición de la tensión efectiva se introduce en relación con la *hipótesis de deformación equivalente* (Lemaitre y Chaboche, 1978):

La deformación asociada con un estado dañado bajo la tensión aplicada  $\sigma$  es equivalente a la deformación asociada con el estado no dañado bajo la tensión efectiva  $\bar{\sigma}$  (Figura 4.9).



**Figura 4.9.** Tensión efectiva y deformación equivalente. De izquierda a derecha: material virgen, material dañado, material virgen equivalente

Se supone que el comportamiento en deformación del material sólo se ve afectado por el daño en la forma de la tensión efectiva. Cualquier comportamiento en

deformación, ya sea uniaxial o multiaxial, de un material dañado se representa por la ley constitutiva del material virgen en el que la tensión se sustituye por la tensión efectiva. Por ejemplo, la ley elástica lineal uniaxial de un material dañado se escribe como:

$$\sigma = (1-d)\bar{\sigma} = (1-d)E\varepsilon \quad (4.59)$$

En la que  $E$  es el módulo de Young. Esto constituye una hipótesis no rigurosa que asume que los diferentes tipos de comportamientos que acompañan al daño (elasticidad, plasticidad, viscoplasticidad, etc.) se ven afectados de la misma manera por la densidad superficial de los defectos de los daños. Sin embargo, su simplicidad permite el establecimiento de un formalismo coherente y eficaz (Pelá, 2009).

A partir de la ec. (4.59) se llega a que la tensión macroscópica (o aparente)  $\sigma$  está relacionada con la deformación por medio de un módulo de Young:

$$E_d = (1-d)E \quad (4.60)$$

El daño es irreversible, de manera que:

$$\dot{S}_d \geq 0, \quad \dot{d} \geq 0 \quad \rightarrow \quad E_d \leq 0 \quad (4.61)$$

El daño se inicia cuando la deformación (o tensión) excede el *umbral de daño* inicial  $\varepsilon_0$  (o  $\sigma_0$ ):

$$d = 0 \quad \text{si} \quad \begin{cases} \sigma < \sigma_0 \\ \varepsilon < \varepsilon_0 \end{cases} \quad (4.62)$$

En el caso de descarga, se tiene:

$$\dot{\varepsilon} < 0 \quad \rightarrow \quad \dot{S}_d = 0 \quad \text{y} \quad \dot{d} = 0 \quad (4.63)$$

y, luego

$$\dot{\sigma} = (1-d)E\dot{\varepsilon} - \dot{d}E\varepsilon = E_d\dot{\varepsilon} \quad (4.64)$$

En caso de descarga el daño no crece y, en consecuencia, la descarga se produce hasta el origen de acuerdo con la rigidez dañada, como se ilustra en la Figura 4.10. Una recarga sucesiva sigue la misma rama de descarga, hasta que se alcanza el nuevo umbral de daño. La ley constitutiva de daño difiere de la ley constitutiva de la plasticidad en que no se produce deformación plástica irreversible: toda la deformación se recupera durante la descarga, por lo tanto, los caminos de descarga / recarga no son paralelos.



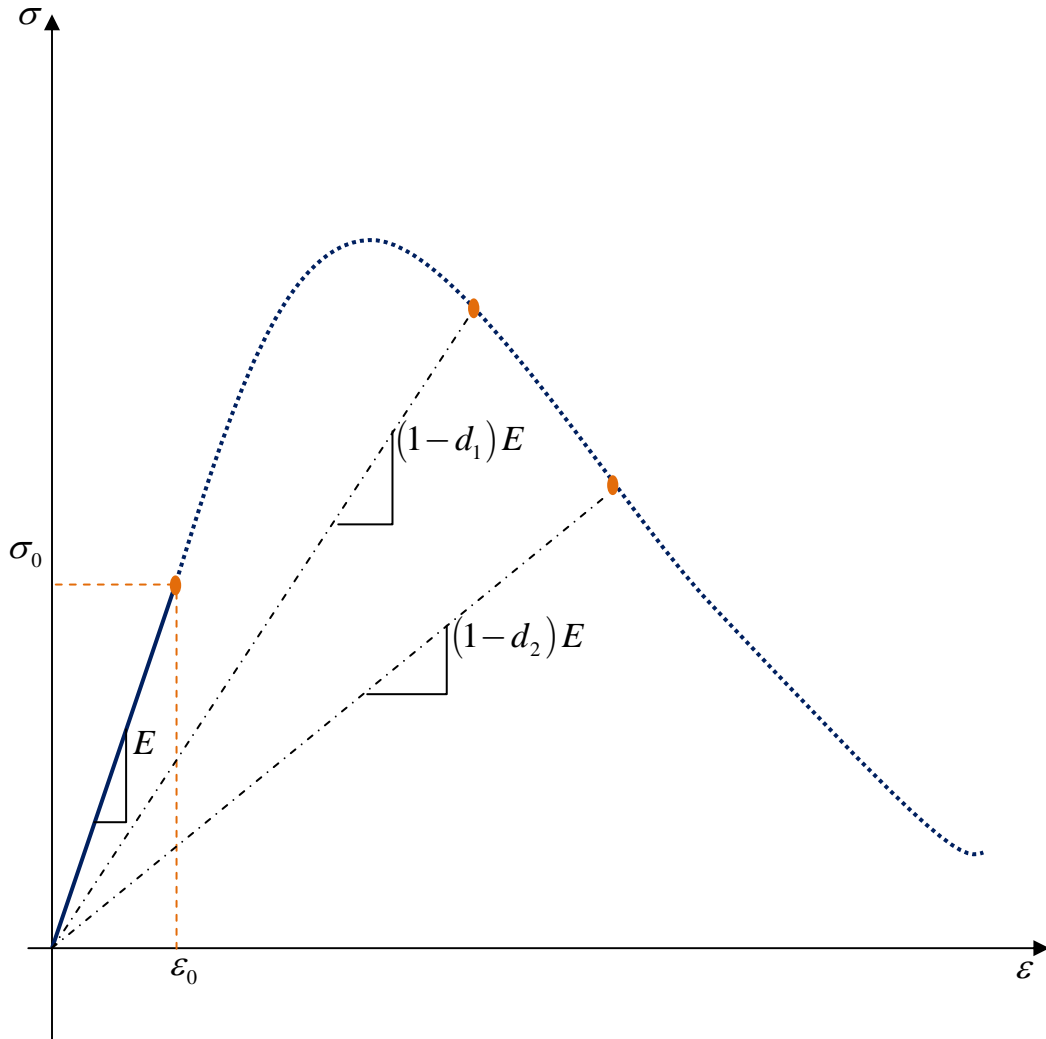


Figura 4.10. Evolución del daño en el Módulo de Young durante un proceso de carga axial

### 4.3.2.3. Bases Termodinámicas

La mecánica de daño continuo se formula empleando bases rigurosas (Maugin, 1992; Lemaitre et al., 2000). La estructura general de la teoría clásica se basa en la Termodinámica de procesos irreversibles con variables internas (Coleman y Gurtin, 1967).

La relación constitutiva se obtiene escribiendo la disipación de los procesos termo-mecánicos. La expresión de disipación se encuentra teniendo en cuenta el primero y el segundo principio de la termodinámica (Lemaitre y Chaboche, 1985).

El primer principio postula el balance de energía, exigiendo la conservación de la energía interna total del sistema:

$$\rho \dot{e} = \sigma : \dot{\epsilon} + \rho r - \text{div} \vec{q} \tag{4.65}$$

donde  $e$  es la energía interna específica,  $\sigma$  es el tensor de tensiones de Cauchy,  $\dot{\epsilon}$  es la tasa de deformación (bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones),  $r$  es la densidad específica de producción interna de calor y  $\vec{q}$  es el vector de flujo de calor.

El segundo principio de la termodinámica establece que, para un proceso irreversible, el cambio en la producción interna de entropía debe ser más grande o el mismo que el cambio de entropía introducido:

$$\rho \dot{s} - \frac{r}{T} + \text{div} \frac{\vec{q}}{T} \geq 0 \quad (4.66)$$

donde  $s$  es la entropía específica y  $T$  es la temperatura absoluta. La desigualdad fundamental que contiene el primer y segundo principio se obtiene reemplazando  $r$  en (4.66) con la expresión resultante de la ecuación de conservación de la energía (4.65).

Mediante la introducción de otra variable, la energía libre específica:

$$\psi = e - Ts \quad (4.67)$$

Operando se obtiene la desigualdad de Clausius-Duhem:

$$D = \sigma : \dot{\epsilon} - \rho (\dot{\psi} + s\dot{T}) - \vec{q} \frac{\text{grad} T}{T} \geq 0 \quad (4.68)$$

El *método del estado local*, que permite derivar las ecuaciones constitutivas del daño, postula que el estado termodinámico de un medio material en un punto e instante determinado está completamente definido por un cierto número de variables en ese instante. Los fenómenos físicos pueden ser descriptos con precisión dependiendo de la naturaleza y número de variables de estado elegidas para ello. El proceso definido de esta forma será termodinámicamente admisible si, en cualquier instante de la evolución, se satisface la desigualdad de Clausius-Duhem. Las variables de estado, también llamadas variables termodinámicas o variables independientes son las variables libres y las variables internas.

Las variables libres también se denominan *variables de estado*, ya que los valores que asumen definen el estado del problema. Nos limitamos a las dos variables observables que se producen en los fenómenos de daño:  $\epsilon$  y  $T$ . Para fenómenos reversibles, en cada instante de tiempo, el estado depende únicamente en estas variables.

Para los fenómenos disipativos, el estado actual depende también de la historia pasada que está representada por los valores de otras variables en cada instante, llamadas variables internas:  $\boldsymbol{\varepsilon}^p, \boldsymbol{\varepsilon}^e$  y  $V_k$ . Las deformaciones plásticas  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  son necesarias como variables internas en plasticidad y viscoplasticidad. Las deformaciones  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  son también variables internas e incluyen la posibilidad de dilatación térmica. Otros fenómenos, tales como daño, endurecimiento, etc. requieren incorporar las variables internas  $V_k$ . Los valores de las variables internas se obtienen mediante leyes de evolución apropiadas.

Una vez que se han definido todas las variables del problema mecánico, se postula la existencia de un potencial termodinámico del que se derivan las leyes de estado. Sin entrar en detalles, la especificación de una función con valor escalar, cóncava con respecto a la temperatura y convexa con respecto a otras variables, permite satisfacer a priori las condiciones de estabilidad termodinámica impuestas por las desigualdades que se pueden derivar del segundo principio (Maugin, 1992; Lemaitre y Chaboche, 1985). Es posible trabajar con diferentes potenciales. Aquí se elige el potencial específico de energía libre:

$$\psi = \psi(T, \boldsymbol{\varepsilon}^e, V_k) \quad (4.69)$$

ya que es  $\boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p$ , y si se emplea la desigualdad de Clausius-Duhem con

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \frac{\partial \psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \dot{V}_k \quad (4.70)$$

resulta:

$$D = \left( \boldsymbol{\sigma} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \rho \left( s + \frac{\partial \psi}{\partial T} \right) \dot{T} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \dot{V}_k - \vec{q} \frac{\text{grad } T}{T} \geq 0 \quad (4.71)$$

Dado que la desigualdad de Clausius-Duhem se mantiene independientemente de cualquier  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e$  o  $\dot{T}$ , se deduce necesariamente que (Coleman y Gurtin, 1967):

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \quad (4.72a)$$

$$s = - \frac{\partial \psi}{\partial T} \quad (4.72b)$$

De una manera análoga, se definen las fuerzas termodinámicas asociadas con las variables internas, a través de:

$$A_k = \rho \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \quad (4.73)$$

Las ecuaciones (4.72a), (4.72b) y (4.73) constituyen las *leyes de estado*. En particular la primera define la *ley constitutiva*.

En el siguiente apartado, se presenta el modelo de Oller (1988), ya que el modelo propuesto se basa en el mismo, mientras que en el Anexo A-4 se describe el modelo de Faría et al. (1998), debido a que este modelo también ha sido implementado en el marco de la técnica de homogeneización presentada en este capítulo. Todos los modelos tienen una formulación coherente con el marco termodinámico que se ha presentado. En particular, las leyes constitutivas son consistentes con (4.72a) y se han obtenido suponiendo un potencial específico de energía libre en el cumplimiento de (4.70).

#### 4.3.3. MODELO DE DEGRADACIÓN SIMPLE (Oller, 1988; Oller et al., 1988)

La hipótesis más simple para considerar la degradación de rigidez que ocurre durante un proceso de carga elástico, ha sido introducida por Kachanov (1958) y se basa en utilizar una única *variable de degradación*  $\hat{d}$ , de la que se obtiene el *factor de reducción* de rigidez secante  $(1 - \hat{d})$ . De acuerdo a esto, la rigidez secante degradada resulta:

$$\mathbf{D}_s(\hat{d}) = (1 - \hat{d}) \mathbf{D}^0 \quad (4.74)$$

donde  $\mathbf{D}^0$  es el tensor de rigidez inicial,  $\mathbf{D}_s(\hat{d})$  es el tensor de rigidez secante que depende de la variable de degradación elástica  $\hat{d}$ .

Diversos autores (Delibes, 1986; Ditommaso, 1984; Oller, 1988, entre otros), coinciden en que durante proceso de carga uniaxial, de compresión o tracción, existe un comportamiento inicial elástico-degradable con módulo de Poisson constante hasta alcanzar el 75–80% de la tensión pico de compresión ( $\sigma_C^{pic}$ ) o tracción ( $\sigma_T^{pic}$ ), respectivamente (estos límites pueden tomarse para fijar la posición de la *superficie de*

*discontinuidad inicial*). La ec. (4.74) permite cumplir con este requisito hipotético. Asimismo, se admite que a partir de este límite se produce un incremento del módulo de Poisson, acompañado de un proceso de micro-fisuración.

Se supone una regla de evolución de la *variable de degradación* (Oller, 1988), a través de la siguiente expresión, en función del incremento de deformación total:

$$\dot{\hat{d}}_i = \hat{\Phi}_i \langle \hat{\mathbf{k}}_i^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle \quad (4.75)$$

donde  $\hat{\mathbf{k}}_i^T$  es un vector definido en el espacio de tensiones que proporciona la *dirección de degradación*  $\dot{\hat{d}}_i$ , y  $\hat{\Phi}_i$  es un escalar positivo.

Para estudiar el caso particular de degradación elástica de Kachanov, el incremento de tensión elástico degradado se obtiene al sustituir la regla de evolución de la variable de degradación elástica ec.(4.75), resultando:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\sigma}}^e &= \mathbf{C}_T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D}_s(\hat{d}) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \left[ \mathbf{D}^0 \hat{\Phi} \langle \hat{\mathbf{k}}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle \right] \mathbf{D}_s^{-1}(\hat{d}) \boldsymbol{\sigma} \\ &= \mathbf{D}_s(\hat{d}) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \left[ \mathbf{D}^0 \hat{\Phi} \langle \hat{\mathbf{k}}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle \right] \frac{(\mathbf{D}^0)^{-1}}{(1-\hat{d})} \boldsymbol{\sigma} \\ &= \mathbf{D}_s(\hat{d}) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{\hat{\Phi} \langle \hat{\mathbf{k}}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle}{(1-\hat{d})} \boldsymbol{\sigma} \end{aligned} \quad (4.76)$$

donde  $\mathbf{C}_T$  es simétrica, sí y sólo sí,  $\hat{\mathbf{k}}$  es proporcional o igual a  $\boldsymbol{\sigma}$  (esta es una forma de definir la dirección de la degradación elástica, en la que la degradación de rigidez en un proceso elástico está asociada al incremento total de trabajo de deformación).

Si se considera que  $\hat{\Phi}$  se mantiene constante durante todo el proceso de carga, y además que  $\hat{\mathbf{k}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \equiv \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ , la ec. (4.76) queda formulada de la siguiente manera:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^e = \mathbf{C}_T^e \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D}_s(\hat{d}) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{\hat{\Phi}}{(1-\hat{d})} (\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^T) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4.77)$$

Resultando de así el tensor de rigidez degradado elásticamente:

$$\mathbf{C}_T(\hat{d}) = \mathbf{D}_s(\hat{d}) - \frac{\hat{\Phi}}{(1-\hat{d})} (\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^T) \quad (4.78)$$

En las ecuaciones antes mencionadas, el factor de reducción  $(1 - \hat{d})$  puede estar formulado a través de cualquier regla de evolución del tipo de la ec. (4.75) que, dependiendo del proceso mismo, produzca la degradación deseada. Oller (1988) consideró la hipótesis de relacionar este factor con el trabajo de deformación elástico, resultando la siguiente función de degradación:

$$(1 - \hat{d}) = (1 - \hat{\Phi} w^e) \quad (4.79)$$

donde  $w^e$  es el incremento temporal de energía específica elástica.

Sustituyendo la ec.(4.79) en la ec.(4.74), se puede expresar la tensión total como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_s(\hat{d}) \boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{D}^0 (1 - \hat{\Phi} w^e) \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (4.80)$$

y el incremento de *energía específica elástica* resulta:

$$\dot{w}^e = \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \boldsymbol{\varepsilon}^{eT} \mathbf{D}^0 (1 - \hat{\Phi} w^e) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \quad (4.81)$$

de donde se obtiene el *factor de reducción*:

$$\int_{t=0}^t \frac{\dot{w}^e}{(1 - \hat{\Phi} w^e)} dt = \int_{t=0}^t \boldsymbol{\varepsilon}^{eT} \mathbf{D}^0 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e dt = -\frac{1}{\hat{\Phi}} \ln(1 - \hat{\Phi} w^e) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^{eT} \mathbf{D}^0 \boldsymbol{\varepsilon}^e$$

$$(1 - \hat{d}) = (1 - \hat{\Phi} w^e) = e^{-\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^{eT} \mathbf{D}^0 \boldsymbol{\varepsilon}^e} \quad (4.82)$$

A partir de la ec. (4.82), se puede escribir la energía específica de la siguiente forma:

$$w^e = \frac{1}{\hat{\Phi}} \left( 1 - e^{-\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^{eT} \mathbf{D}^0 \boldsymbol{\varepsilon}^e} \right) \quad (4.83)$$

De la ec. (4.83) la tensión resulta:

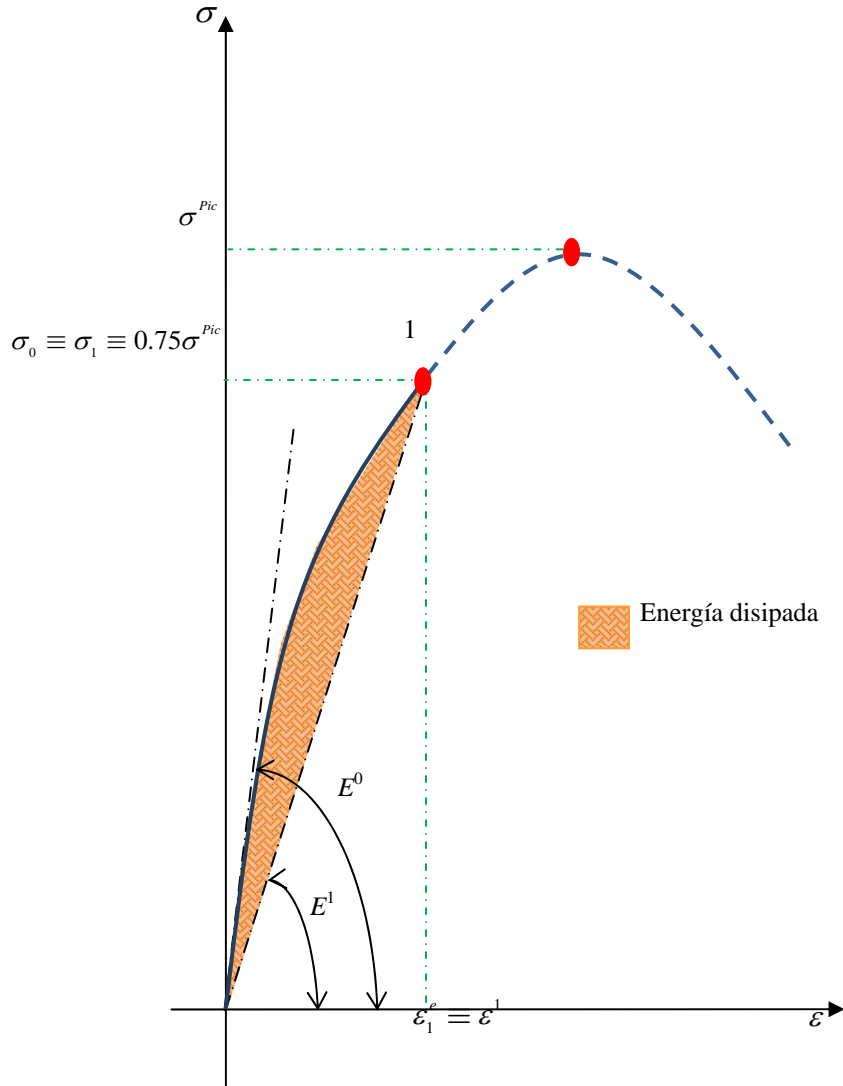
$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{dw^e}{d\boldsymbol{\varepsilon}^e} = \mathbf{D}^0 e^{-\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^{eT} \mathbf{D}^0 \boldsymbol{\varepsilon}^e} \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (4.84)$$

por lo tanto, el tensor de rigidez secante está dado por:

$$\mathbf{D}_s(\hat{d}) = (1 - \hat{d}) \mathbf{D}^0 = \mathbf{D}^0 e^{-\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^{eT} \mathbf{D}^0 \boldsymbol{\varepsilon}^e} \quad (4.85)$$

Sustituyendo las ecs. (4.82), (4.84) y (4.85) en la ec. (4.78) resulta el tensor de rigidez degradado elásticamente, esto es:

$$C_T(\hat{d}) = D^0 \left[ 1 - \hat{\Phi}(\boldsymbol{\varepsilon}^{eT} D^0 \boldsymbol{\varepsilon}^e) \right] e^{-\left(\hat{\Phi} \varepsilon_{ij}^e D_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl}^e\right)/2} \quad (4.86)$$



**Figura 4.11.** Curva uniaxial de tensión deformación con un período elástico no-lineal.

En la ec. (4.86) queda por determinar la magnitud del escalar  $\hat{\Phi}$ , que será considerado como una constante. La determinación de la constante  $\hat{\Phi}$ , surge de estudios llevados a cabo sobre ensayos unidimensionales. Aplicando la ec. (4.85) a un problema uniaxial, resulta:

$$E_S = E^0 e^{-\left(\hat{\Phi} \varepsilon_{ij}^e D_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl}^e\right)/2} \quad (4.87)$$

donde  $E^0$  es el módulo de elasticidad inicial (módulo de Young) y  $E_S$  es el módulo secante para un cierto instante  $t$  del proceso cuasi-estático, determinado para una cierta deformación  $\varepsilon_1^e$ , así se puede obtener de la ec. (4.87) la magnitud de  $\hat{\Phi}$  (ver Figura 4.11). Esto es:

$$\hat{\Phi} = -\frac{2}{E^0 (\varepsilon_1^e)^2} \ln \left( \frac{E^1}{E^0} \right) \quad (4.88)$$

donde  $E_1$  es el módulo de elasticidad secante, correspondiente al punto donde concluye el período elástico (Fig. 4.11).

La energía disipada durante un proceso elástico con degradación de rigidez está dada por:

$$w^d = \frac{1}{\hat{\Phi}} \left( 1 - e^{-\frac{\hat{\Phi} \varepsilon_{ij}^e D_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl}^e}{2}} \right) - \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^{eT} \mathbf{D}^0 \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (4.89)$$

#### 4.3.4. MODELO PROPUESTO DE DEGRADACIÓN DIFERENCIADA

Algunos investigadores (Cedolin et al., 1977; Chen, 1982; Oller, 1988, entre otros), sostienen que la degradación propuesta por Kachanov es insuficiente para representar el comportamiento elástico de materiales cuasi-frágiles, ya que considera una única cuota de degradación que se aplica por igual a la parte volumétrica y distorsional del tensor de rigidez. Se hace necesario, entonces, recurrir a diferentes grados de degradación para el *módulo volumétrico secante*  $K_S^D$  y para el *módulo de corte secante*  $G_S^D$ . Este tipo de degradación selectiva, se debe a la diferencia que hay entre las curvas  $\sigma_{oct} - \varepsilon_{oct}$  y  $\tau_{oct} - \gamma_{oct}$ , tal como se puede apreciar en la Figura 4.12.

Del mismo modo que para el caso de degradación simple (Sección 4.3.3), la *degradación diferenciada* puede presentarse como un caso general de la degradación de Kachanov (ec.(4.74)).

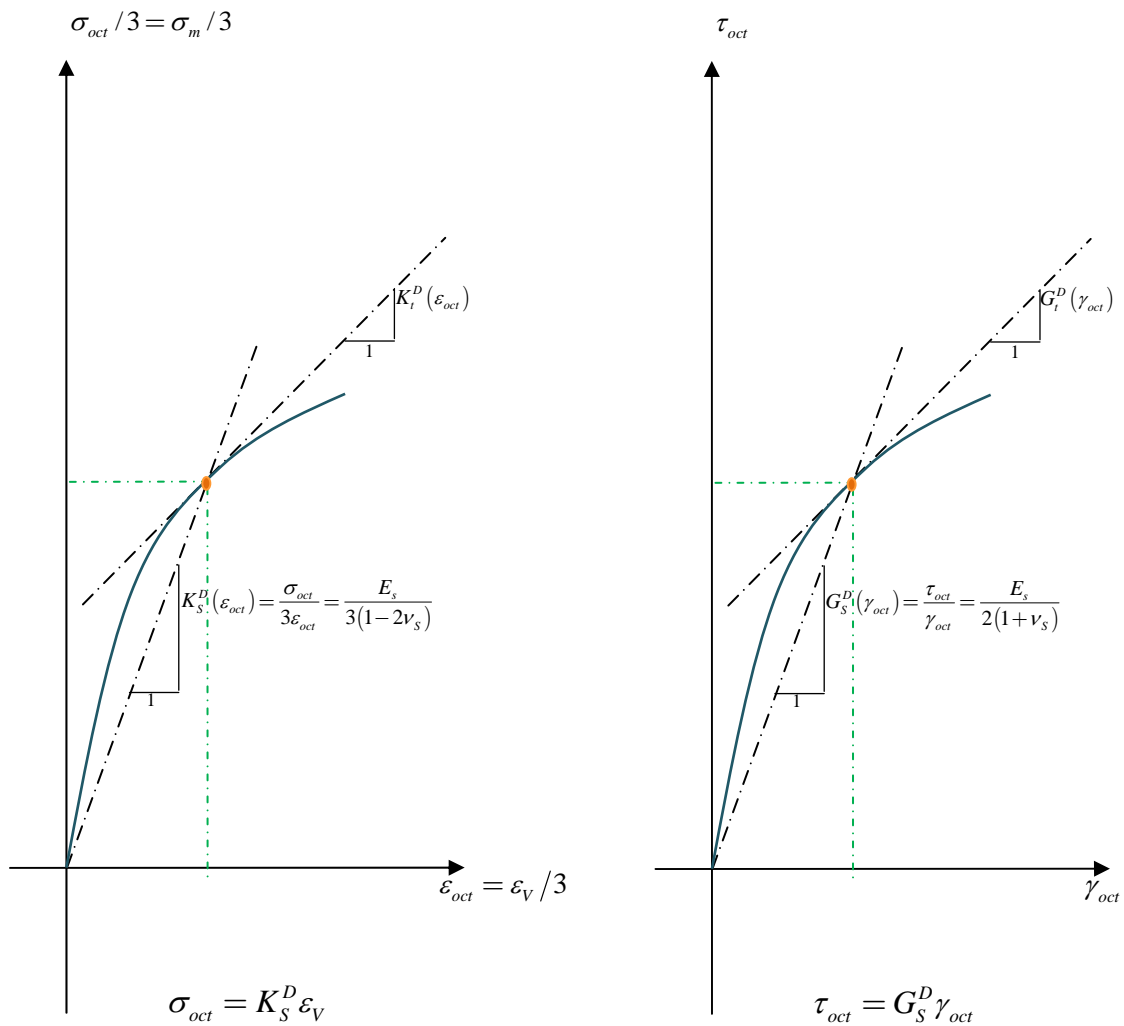
Se define en este caso el criterio de daño en el espacio de tensiones mediante una función escalar de las componentes del tensor de tensiones:

$$g(\sigma_{ij}, \hat{d}) = \tau(\sigma_{ij}) - q(\hat{d}) \leq 0 \quad (4.90)$$



donde  $\tau(\sigma_{ij})$  es la tensión equivalente que puede calcularse utilizando criterios de falla conocidos y  $q(\hat{d})$  es el umbral de daño cuya ley de evolución se desarrolla a continuación.

Se define una variable de degradación  $\hat{d}$  que tiene una forma similar a la descrita por Simo y Ju (1987) pero, a diferencia de ésta, en el modelo propuesto no es necesario definir una superficie de degradación de rigidez para formular su regla de evolución.



**Figura 4.12.** Curva uniaxial correspondiente a: (a) tensión-deformación octaédrica normal, (b) tensión-deformación octaédrica de corte.

El modelo propuesto está basado en una generalización del modelo de degradación simple de Kachanov (1986). Análogamente a la degradación simple, el modelo permite diferentes grados de degradación del módulo volumétrico secante y del módulo de corte secante (Oller, 1988), esto es:

$$K_S^D = (1 - \hat{d}_K) K_0 \quad (4.91)$$

$$G_S^D = (1 - \hat{d}_G) G_0 \quad (4.92)$$

donde  $K_0$  y  $G_0$  son, respectivamente, los módulos volumétrico y de corte iniciales.

Se plantea como hipótesis que los dos factores de reducción  $(1 - \hat{d}_K)$  y  $(1 - \hat{d}_G)$  están directamente relacionados con el trabajo elástico de deformación volumétrica y con el trabajo elástico de deformación distorsional, respectivamente. A continuación se propone una regla de evolución, para cada una de estas dos variables internas de degradación elástica, que cumpla con la ley general presentada en la ecuación (4.75), es decir:

$$\dot{\hat{d}}_K = \hat{\Phi}_K \langle \hat{k}_K^T \dot{\epsilon} \rangle \quad \text{y} \quad \dot{\hat{d}}_G = \hat{\Phi}_G \langle \hat{k}_G^T \dot{\epsilon} \rangle \quad (4.93)$$

#### 4.3.4.1. Factor de reducción volumétrico

Se propone la siguiente función de degradación del módulo volumétrico:

$$(1 - \hat{d}_K) = (1 - \hat{\Phi}_K w_K^e) \quad (4.94)$$

donde  $\dot{w}_K^e = \sigma_{oct} \dot{\epsilon}_v^e$  es el incremento temporal de energía específica elástica volumétrica,  $\hat{\Phi}_K$  es un escalar positivo y como la tensión normal octaédrica es  $\sigma_{oct} = K_0 \epsilon_v^e$ , se puede expresar:

$$\sigma_{oct} = K_S^D \epsilon_v^e = (1 - \hat{d}_K) K_0 \epsilon_v^e = (1 - \hat{\Phi}_K w_K^e) K_0 \epsilon_v^e \quad (4.95)$$

Por lo tanto, el incremento de energía específica elástica volumétrica está dado por:

$$\dot{w}_K^e = (1 - \hat{\Phi}_K w_K^e) K_0 \epsilon_v^e \dot{\epsilon}_v^e \quad (4.96)$$

de donde surge el factor de reducción buscado:

$$\int_{t=0}^t \frac{\dot{w}_K^e}{(1 - \hat{\Phi}_K w_K^e)} dt = \int_{t=0}^t K_0 \varepsilon_v^e \dot{\varepsilon}_v^e dt$$

Resolviendo la integral, se obtiene:

$$-\frac{1}{\hat{\Phi}_K} \ln(1 - \hat{\Phi}_K w_K^e) = \frac{1}{2} K_0 \varepsilon_v^{e2},$$

por lo que operando algebraicamente se obtiene:

$$(1 - \hat{d}_K) = (1 - \hat{\Phi}_K w_K^e) = e^{-(\hat{\Phi}_K K_0 \varepsilon_v^{e2})/2} \quad (4.97)$$

Finalmente, se llega a la expresión deseada para la degradación del módulo volumétrico secante:

$$\underline{\underline{K_S^D}} = K_0 e^{-(\hat{\Phi}_K K_0 \varepsilon_v^{e2})/2} \quad (4.98)$$

#### 4.3.4.2. Factor de reducción distorsional

Análogamente a lo desarrollado en la Sección 4.3.4.1, se propone la siguiente función de degradación del módulo distorsional:

$$(1 - \hat{d}_G) = (1 - 3\hat{\Phi}_G w_G^e) \quad (4.99)$$

donde  $\dot{w}_G^e = \tau_{oct} \dot{\gamma}_{oct}^e$  es el incremento temporal de energía específica elástica distorsional,  $\hat{\Phi}_G$  es un escalar positivo y como la tensión cortante octaédrica es  $\tau_{oct} = G_0 \gamma_{oct}^e$ , se puede expresar:

$$\tau_{oct} = G_S^D \gamma_{oct}^e = (1 - \hat{d}_G) G_0 \gamma_{oct}^e = (1 - 3\hat{\Phi}_G w_G^e) G_0 \gamma_{oct}^e \quad (4.100)$$

Por lo tanto, el incremento de energía específica elástica distorsional será:

$$\dot{w}_G^e = (1 - 3\hat{\Phi}_G w_G^e) G_0 \gamma_{oct}^e \dot{\gamma}_{oct}^e \quad (4.101)$$

de donde surge el factor de reducción buscado:

$$\int_{t=0}^t \frac{\dot{w}_G^e}{(1 - 3\hat{\Phi}_G w_G^e)} dt = \int_{t=0}^t G_0 \gamma_{oct}^e \dot{\gamma}_{oct}^e dt$$

integrando, se llega a:

$$-\frac{1}{3\hat{\Phi}_G} \ln(1 - 3\hat{\Phi}_G w_G^e) = \frac{1}{2} G_0 \gamma_{oct}^e{}^2$$

por lo que operando algebraicamente se obtiene:

$$(1 - \hat{d}_G) = (1 - 3\hat{\Phi}_G w_G^e) = e^{-(3\hat{\Phi}_G G_0 \gamma_{oct}^e{}^2)/2} \quad (4.102)$$

Finalmente, se llega a la expresión deseada la degradación del módulo de corte secante:

$$\underline{\underline{G_S^D = G_0 e^{-(3\hat{\Phi}_G G_0 \gamma_{oct}^e{}^2)/2}}} \quad (4.103)$$

La determinación de las constantes  $\hat{\Phi}_K$  y  $\hat{\Phi}_G$ , surgen de considerar el valor que toman los módulos  $K_S^D$  y  $G_S^D$  cuando se alcanza el límite de elasticidad, durante ensayos uniaxiales.

$$\hat{\Phi}_K = \frac{2}{K_0 (\varepsilon_v^e)_1^2} \ln \left( \frac{(K_S^D)_1}{K_0} \right) \quad (4.104)$$

siendo  $(K_S^D)_1$  el módulo volumétrico secante en el límite elástico, y  $(\varepsilon_v^e)_1$  la deformación volumétrica en el límite de elasticidad. Se considera a la relación  $(K_S^D)_1 / K_0 \approx \frac{3}{4}$  en el momento en que se inicia el crecimiento del módulo de Poisson (Chen, 1982) (Límite convencional de inicio del comportamiento no lineal, admitido por el modelo).

Luego:

$$\hat{\Phi}_G = \frac{2}{3G_0 (\gamma_{oct}^e)_1^2} \ln \left( \frac{(G_S^D)_1}{G_0} \right) \quad (4.105)$$

donde  $(G_S^D)_1$  es el módulo distorsional secante en el límite elástico, y  $(\gamma_{oct}^e)_1$  es la distorsión octaédrica en el límite de elasticidad. Se considera a la relación  $(G_S^D)_1 / G_0 \approx \frac{1}{2}$  en el momento en que se inicia el crecimiento del módulo de Poisson

(Chen, 1982) (Límite convencional de inicio del comportamiento no lineal, admitido por el modelo).

Finalmente, la relación tensión - deformación en el modelo presentado, puede escribirse como:

$$\sigma_{ij} = K_S^D \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G_S^D e_{ij} \quad (4.106)$$

siendo  $\varepsilon_{kk}$  la deformación volumétrica,  $\delta_{ij}$  función Delta de Kronecker y  $e_{ij}$  el tensor desviador de deformaciones.

#### 4.4. TRATAMIENTO DE LA ANISOTROPÍA

La mampostería de ladrillo cerámico macizo presenta un comportamiento marcadamente direccional que puede considerarse como ortótropo. El concepto general de "comportamiento de un material ortótropo" está relacionado con varios aspectos y fenómenos, en los que es posible distinguir tres niveles de ortotropía:

- ortotropía elástica;
- ortotropía en resistencia;
- ortotropía en fragilidad (o ablandamiento).

La ortotropía elástica de un material se debe a las diferentes propiedades elásticas de los componentes. Además, los componentes pueden estar dispuestos de manera tal que las direcciones horizontal y vertical no sean equivalentes, como es el caso de la mampostería.

La ortotropía en cuanto a resistencia se debe a los diferentes niveles de resistencia de los componentes. Por otra parte, el valor de la resistencia en una dirección está relacionado con el mecanismo de falla particular, "activado" por los componentes a lo largo de esa dirección de la carga.

Finalmente, el comportamiento ortótropo en el ablandamiento se atribuye comúnmente a la heterogeneidad del material, debido a la presencia de diferentes fases o defectos materiales. En el comienzo de una carga de tracción (desplazamiento controlado), surgen micro-fisuras a partir de las discontinuidades en el material. Éstas crecen, con la carga creciente, hasta alcanzar un valor de carga pico, donde se produce una aceleración en la formación de grietas y la formación de macro-fisuras. Las macro-

fisuras son inestables, lo que significa que la carga tiene que disminuir para evitar un crecimiento incontrolado. La entidad de tal fenómeno en un material ortótropo puede depender de la dirección de la carga.

Un modelo para materiales ortótropos debe tener en cuenta las características antes mencionadas, con el fin de proporcionar una representación apropiada del comportamiento real del material. La definición de un criterio umbral de daño o de plasticidad ortótropo, y el comportamiento del material más allá de este umbral, representan un serio problema en la formulación de los respectivos modelos constitutivos. La necesidad de representar el comportamiento de un material ortótropo exige modelos constitutivos complejos y criterios de fluencia ortótropos difíciles de obtener, situación que se agrava aún más cuando se trata de representar el comportamiento de un material compuesto como la mampostería.

Por lo expuesto, para el tratamiento del modelo de daño homogeneizado propuesto en este capítulo se emplea el concepto de *mapeo de espacios*, introducido por Betten (1981 y 1988) y refinado por Oller et al. (1995, 1996), Car et al. (2003), y Luccioni (1993). En esta Sección se muestra brevemente la formulación general del tratamiento de la ortotropía a través del concepto de mapeo de espacios que se utiliza para tratar la anisotropía a través del programa de elementos finitos PLCD. Con esta formulación integrada en la teoría de homogeneización y el modelo de daño de degradación diferenciada, se consigue una modelización constitutiva ortótropa, mediante una transformación de espacio (ver Figura 4.13) a través de un tensor que realiza un escalado de resistencias y elasticidades entre el material isótropo ideal y el material ortótropo real (mayores detalles pueden verse en la fuente original Oller et al. 1996).

De esta manera, el problema se resuelve en el espacio isótropo ficticio, lo que permite utilizar modelos elastoplásticos y/o de daño desarrollados para materiales isótropos.

Los tensores de tensión en ambos espacios están relacionados mediante una transformación del tipo:

$$\tau_{ij} = A_{ijkl}(\sigma_{ij}, d^e)\sigma_{kl} \quad (4.107)$$

donde  $\tau_{ij}$  y  $\sigma_{kl}$  son los tensores de tensión en los espacios anisótropo real e isotropo ficticio respectivamente. El tensor de cuarto orden  $A_{ijkl}$  contiene la información sobre la anisotropía de resistencia. En el caso más general, este tensor es función del tipo de estado tensional y de la evolución del proceso de daño. Se propone para el mismo la siguiente expresión:

$$A_{ijkl} = S_{klmn} A_{ijkl}^t(\hat{d}) + (I_{klmn} - S_{klmn}) A_{ijkl}^c(\hat{d}) \quad (4.108)$$

donde  $I_{klmn}$  es el tensor identidad de cuarto orden. Los tensores  $A_{ijkl}^t(\hat{d})$  y  $A_{ijkl}^c(\hat{d})$  son los tensores de transformación correspondientes a procesos de tracción y compresión simple y son funciones de la variable de daño (Oller, 1988 y Luccioni, 1993).

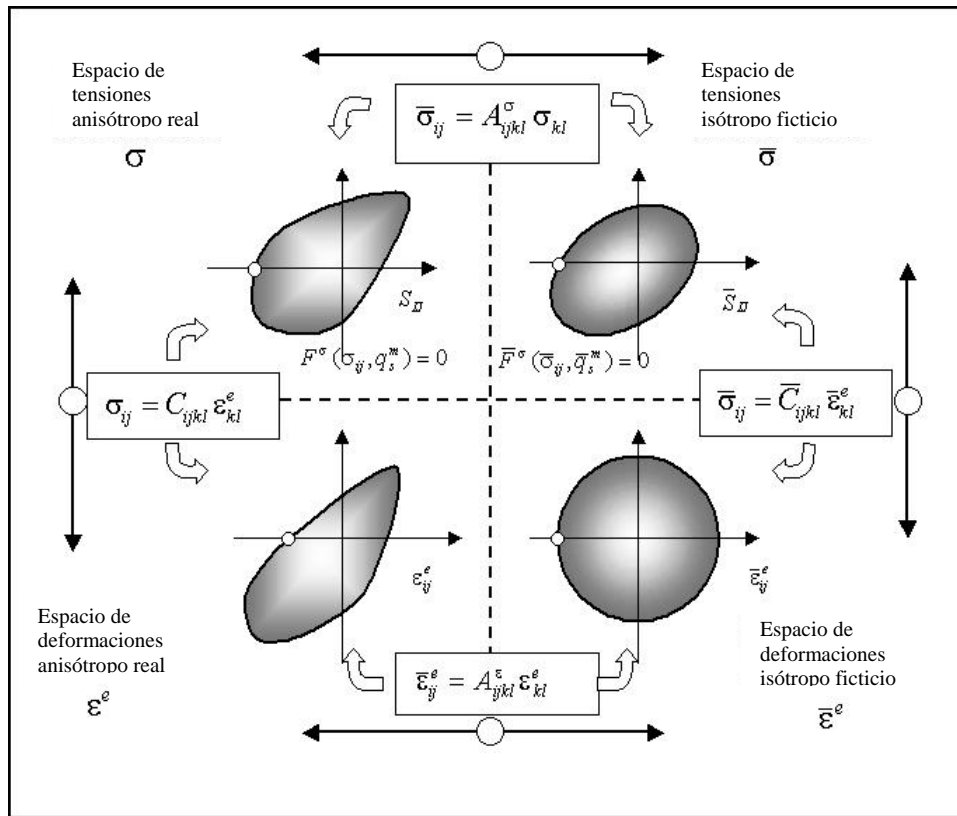


Figura 4.13. Relación entre los espacios isotropos ficticios y anisotropo reales (Oller et al., 1996)

El tensor  $S_{klmn}$  tiene en cuenta el tipo de estado tensional y se calcula como:

$$S_{klmn} = \delta_{kr} \delta_{ls} \delta_{mr} \delta_{ns} \frac{|\sigma_{rs}| + \sigma_{rs}}{2\sigma_{rs}} \quad (4.109)$$

La definición general implícita del criterio ortótropo umbral de daño tiene por objetivo utilizar como base una “*formulación isótropa en un espacio ficticio*” para luego transformarla a una “*formulación ortótropa implícita en un espacio real*”. Esto significa que no es necesario expresar explícitamente la forma matemática de este criterio umbral ortótropo, sino sólo basta con expresar matemáticamente su forma isótropa y admitir la existencia de una transformación numérica que permita pasar del criterio umbral isótropo a otro ortótropo implícito. Así, el umbral de daño se define mediante una función de discontinuidad:

$$F(\sigma_{ij}, \alpha_k) = \bar{F}(\tau_{ij}, \bar{\alpha}_k) = 0 \quad (4.110)$$

donde  $F$  y  $\bar{F}$  representan las funciones de discontinuidad en los espacios anisótropo real e isótropo ficticio, y  $\alpha_k$  y  $\bar{\alpha}_k$  son variables internas correspondientes a dichos espacios, cuya descripción se realiza en la Sección 4.5.

## 4.5. SUPERFICIE DE FALLA

Se muestra a continuación la formulación de la superficie de discontinuidad utilizada para delimitar el comportamiento elástico de los componentes. Como se detalló anteriormente, la falla está regida por el comportamiento del mortero, lo que le confiere a la mampostería las características de un material friccional, dependiente de la cohesión del mismo. Por ello, el criterio de falla utilizado es el de Mohr-Coulomb modificado (Oller, 1991). Este criterio, formulado por Coulomb en 1773 y desarrollado en profundidad por Mohr en 1882, forma parte de los criterios que dependen de dos parámetros, siendo éstos la cohesión interna entre partículas del sólido  $c$  y el rozamiento interno entre ellas, medido por el ángulo  $\phi$ . En función de las tensiones principales, la expresión matemática que lo define es:

$$F(\sigma, c, \phi) = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) + \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \text{sen} \phi - c \cos \phi = 0 \quad (4.111)$$

Debido al valor de ángulo de fricción  $\phi$  del mortero, que normalmente oscila entre  $30^\circ$  y  $35^\circ$ , el criterio original de Mohr-Coulomb presenta el inconveniente de no cumplir con la relación inicial entre la resistencia uniaxial de tracción y compresión:



$$R^0 = \frac{|\sigma_C^0|}{|\sigma_T^0|} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (4.112)$$

Evaluada la relación dada por la ecuación (4.112) en los valores de  $\phi$  mencionados para el mortero, se concluye que el valor de la misma está lejos de la que corresponde a este material:  $R^0 = |\sigma_C^0|/|\sigma_T^0| \approx 10$ . La opción para solucionar este problema, sería aumentar el ángulo de fricción, lo que provocaría un exceso de dilatación, o bien formular una modificación del criterio original, como lo hiciera Oller (1991), que consiste en afectar la tensión principal mayor  $\sigma_1$  por un parámetro de ajuste  $\alpha_R$  que permite regular la relación de resistencia uniaxial hasta cumplir con el valor deseado. De esta manera, la ecuación (4.111) queda expresada como:

$$F(\sigma, c, \phi, \alpha_R) = \left( \frac{\alpha_R \sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) + \left( \frac{\alpha_R \sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \operatorname{sen} \phi - c \cos \phi = 0 \quad (4.113)$$

Operando algebraicamente, la ecuación (4.113) puede ser reducida a:

$$\sigma_3 = \alpha_R \sigma_1 R_{Mohr} - 2c \sqrt{R_{Mohr}} \quad (4.114)$$

con  $R_{Mohr} = R^0$  como se definió anteriormente en la ecuación (4.112).

A partir de la ecuación (4.114) se puede obtener el valor de  $\alpha_R$  necesario para cumplir con la relación de resistencia uniaxial requerida  $R'_{Mohr} = \alpha_R R_{Mohr}$ , cualquiera que sea el ángulo de rozamiento interno  $\phi$  que se proponga (cuidando que este ángulo esté comprendido entre  $0^\circ < \phi < 90^\circ$ ). Esto implica (ec. (4.114)) que:

$$\text{si } \sigma_1 = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_3 = 2c \sqrt{R_{Mohr}}$$

$$\text{si } \sigma_3 = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_1 = \frac{2c}{\alpha_R \sqrt{R_{Mohr}}}$$

Por lo tanto, de la ecuación (4.112) resulta:

$$R^0 = \frac{|\sigma_3|}{|\sigma_1|} = \frac{2c \sqrt{R_{Mohr}}}{\frac{2c}{\alpha_R \sqrt{R_{Mohr}}}} = \alpha_R R_{Mohr} = R'_{Mohr} \quad (4.115)$$

obteniéndose así la expresión del ángulo de rozamiento interno en función de las variables del modelo:

$$\phi = 2 \left[ \arctan \left( \sqrt{\frac{R'_{Mohr}}{\alpha_R}} \right) - \frac{\pi}{4} \right] \quad (4.116)$$

#### 4.6. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

La metodología desarrollada, así como la formulación obtenida en este trabajo ha sido implementada en el programa PLCD4.05 (PLCD Manual, 1991-presente) desarrollado en lenguaje FORTRAN. Los archivos de entrada de datos y los de salida, correspondientes al pre y el post-proceso, respectivamente, fueron ejecutados con el software GID desarrollado y distribuido por CIMNE.

El algoritmo de la implementación numérica se detalla a continuación:

- 
- Inicialización y lectura de datos del problema
  - Cálculo de los tensores constitutivos elásticos de los materiales simples:  $\bar{C}_i^0$
  - Cálculo del tensor constitutivo elástico del material compuesto homogeneizado:  $C_{ij}^0$
  - a)** Ensamblaje de matriz de rigidez y del vector de fuerzas de cada elemento
  - b)** Resolución del sistema de equilibrio no-lineal para la obtención del incremento de desplazamiento  $\Delta u_i^n$  para el paso  $n$
  - c)** Incremento de deformaciones  $\Delta \varepsilon_{ij}^n$  y actualización del tensor deformación total
 
$$\varepsilon_{ij}^n = \varepsilon_{ij}^{n-1} + \Delta \varepsilon_{ij}^n$$
  - d)** Cálculo de la tensión predictora elástica del compuesto:  $\sigma_{ij} = C_{ij}^0 \varepsilon_{ij}$ 
    - d.1)** Determinación de tensiones y deformaciones para los materiales simples
      - Descomposición de la tensión predictora para el i-ésimo componente:  $\sigma_{ij}^i$
      - Integración de la ecuación constitutiva, para el modelo de degradación diferenciada:
        - Inicialización de las variables del problema

\* Variable/s de daño/s:  $d_i^n = d^{ant} = 0$

\* Variable de disipación de energía:  $\gamma^n$

\* Valor inicial del umbral de daño:  $g(\sigma_{lim}) = \sigma^o$

- Cálculo de la función escalar del tensor de tensiones,  $f(\sigma_{ij})$  de acuerdo al criterio elegido (Tresca, Von Mises, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, etc.)
- Verificación de estado:  $g(\sigma_{ij}) < f(\sigma_{ij})$

**SI: material dañado**

◦ Actualización del umbral de daño:  $g(\sigma_{lim}) = f(\sigma_{ij})$

◦ Cálculo de la/s variable/s de daño/s:  $d_i^n$

◦ Cálculo de la disipación de energía del paso actual:  $\gamma^n$

◦ Actualización de variables de daño y disipación:

$$d_i^n = d_i^{n-1} + d_i^n, \quad \gamma^n = \gamma^{n-1} + \gamma^n$$

◦ Actualización del tensor constitutivo secante degradado:

$$\bar{C}_i^0(K, G) = \bar{C}_i^S((1-d_k)K, (1-d_G)G)$$

◦ Ir a **d.2)**

**NO: material elástico**

◦ Ir a **d.2)**

**d.2)** Actualización del estado tensional del i-ésimo componente :  $\sigma_{ij}^i = (1-d_i)\sigma_{ij}^i$

**e)** Actualización del tensor constitutivo secante del material compuesto homogeneizado en función de la/s variable/s de daño:  $C_{ij}^S$

**f)** Actualización del estado tensional del compuesto:  $\sigma_{ij} = C_{ij}^S \varepsilon_{ij}$

**g)** Verificación de la convergencia en el proceso iterativo:

**Si converge:**

◦ Actualización de base de datos

◦ Fin del paso  $n$

**No converge:**

◦ Siguiente iteración y volver a a)

## 4.7. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

En esta sección se desarrollan diversos ejemplos de validación y aplicación.

A efectos de la validación se aplica en primer lugar la formulación a un elemento finito de mampostería, y se valida tanto la técnica de homogeneización (Sección 4.2) como el modelo de degradación diferenciada (Sección 4.3 y 4.5) y el tratamiento de la anisotropía (Sección 4.4). Luego, se aplica el modelo completo a muros de mampostería y pórticos rellenos con mampostería.

A efectos de validar la técnica de homogeneización se incorporó, en primera instancia, a nivel de la micro-escala el modelo de Faria et al. (1998) el cual se describe en el Anexo A-4 de este Capítulo.

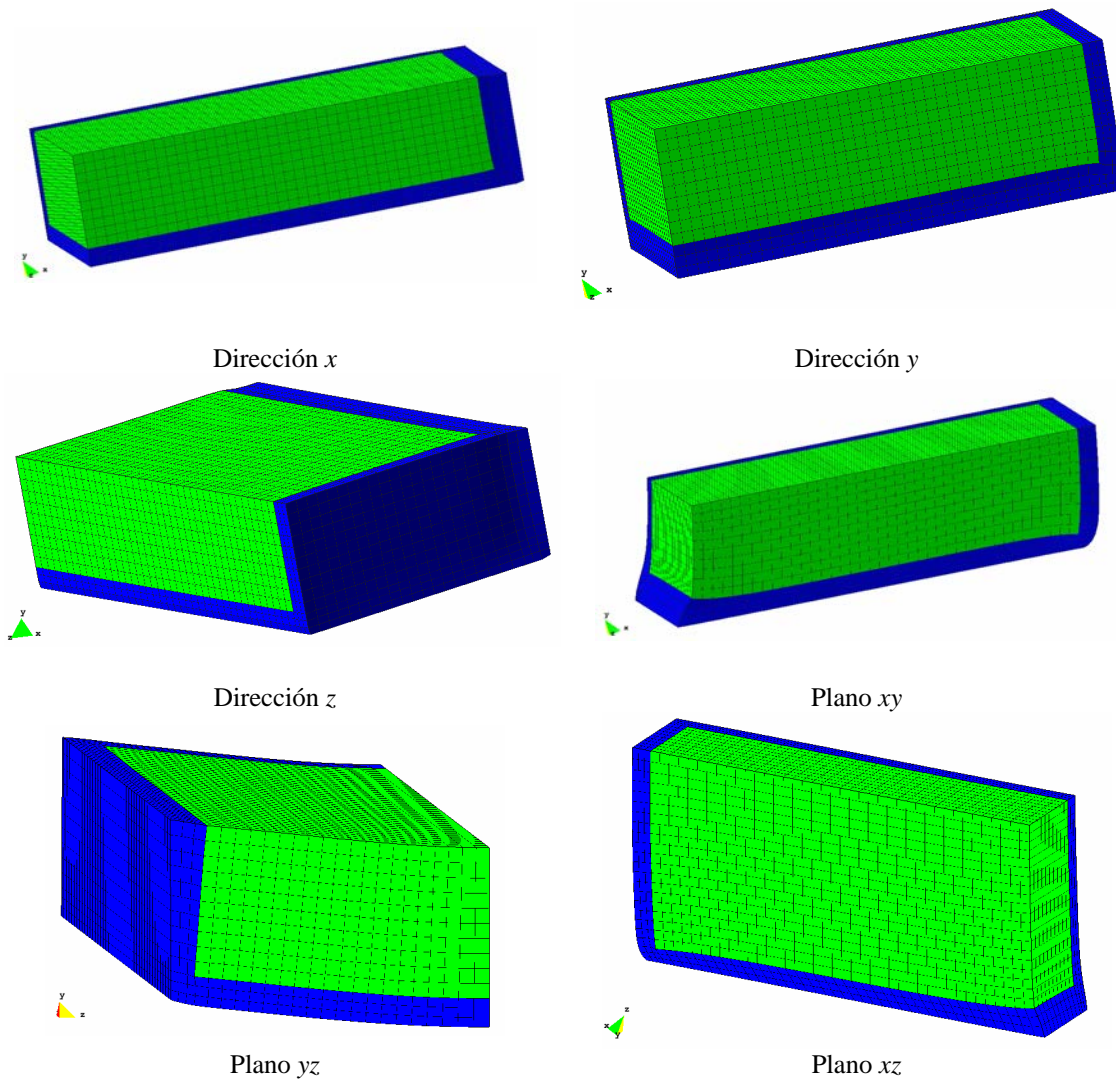
Luego, se presentan las envolventes de falla obtenidas con el modelo propuesto en esta tesis y se comparan estos resultados con los obtenidos experimentalmente por Page (1978).

A continuación se presentan resultados de aplicación de cargas en el plano a muros de mampostería sometidas a diferentes cargas verticales de compresión. En este caso se emplea un análisis estático no lineal (*push-over*). Se incluye también el análisis de un pórtico relleno con mampostería. En este caso, el pórtico se analiza mediante la teoría de Mezclas Serie / Paralelo (descrita en el Anexo B-4), mientras que para la mampostería se emplea la técnica de homogeneización acoplada con el modelo de daño propuesta en esta tesis.

### 4.7.1. RESULTADOS ELÁSTICOS

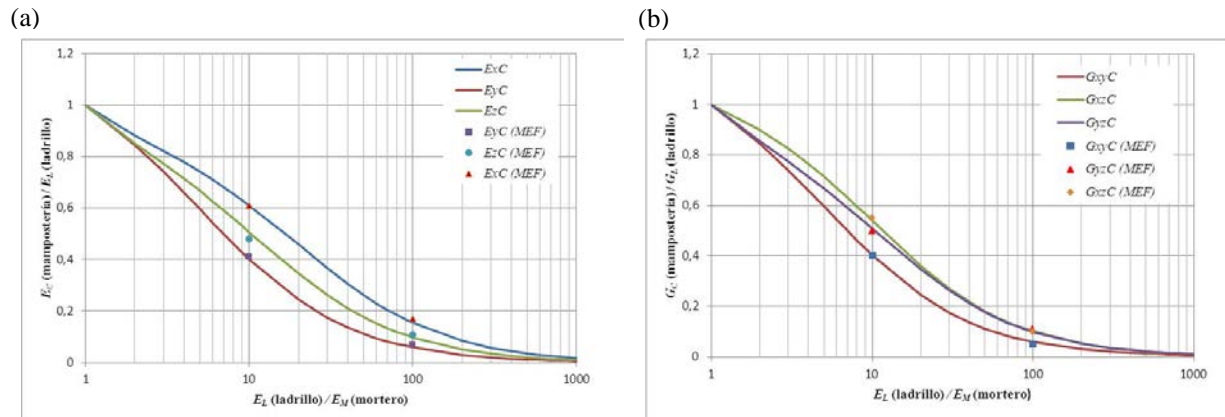
La técnica de homogeneización descrita en la Sección 4.2 se aplica a una celda básica de mampostería y se realiza una comparación con resultados obtenidos mediante la discretización micromecánica de los tres componentes de la celda básica, es decir mortero 1 ( $M1$ ), mortero 2 ( $M2$ ), mortero 3 ( $M3$ ) y ladrillo (ver Figura 4.4 y 4.14). En el caso de los morteros de las tres juntas se adopta  $E_{M1} = E_{M2} = E_{M3} = E_M$  y  $\nu_{M1} = \nu_{M2} = \nu_{M3} = \nu_M$ . Se adoptaron diferentes relaciones de rigidez entre mortero y ladrillo.

Las dimensiones del ladrillo son  $210 \times 100 \times 52 \text{ mm}^3$  y el espesor del mortero 10 mm. En el análisis, se mantienen constantes las propiedades del ladrillo, mientras que varían las del mortero. Para el ladrillo el módulo elástico es  $E_L = 20 \text{ GPa}$  y el coeficiente de Poisson es 0.15. Para el mortero el módulo de elasticidad es variable ( $E_L / E_M$ ), tomando un rango bastante amplio. Las propiedades elásticas del material homogeneizado, obtenidas con la técnica de homogeneización presentada en la Sección 4.2 se comparan, en la Figura 4.15, con los resultados obtenidos mediante el modelo detallado de elementos finitos mostrado en la Figura 4.14. Para la comparación con el modelo detallado se eligieron algunas relaciones específicas ( $E_L / E_M$ ).



**Figura 4.14.** Configuración deformada resultante de la discretización detallada en EF de la celda unidad (Direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y planos  $xy$ ,  $yz$ ,  $xz$ ).

En la Figura 4.15 se puede observar una muy buena concordancia entre los resultados obtenidos con la técnica de homogeneización y los obtenidos con el modelo detallado para las relaciones  $E_L/E_M = 10$  y  $E_L/E_M = 100$ , lo que permite concluir que los modos de deformación tomados para obtener las ecuaciones homogeneizadas capturan de manera adecuada la cinemática tridimensional de la celda representativa.



**Figura 4.15.** Curvas de variación de (a) los módulos elásticos longitudinales y (b) los módulos de corte para la mampostería, comparación con modelo detallado de elementos finitos.

#### 4.7.2. VALIDACIÓN DEL MODELO DE DEGRADACIÓN DIFERENCIADA

El modelo de degradación propuesto en esta tesis permite degradar de manera independiente la parte volumétrica y la parte desviadora del tensor constitutivo, tal como se mencionó anteriormente. Por lo tanto, una manera sencilla de validar su implementación computacional se lleva a cabo mediante la simulación de dos estados tensionales característicos como lo son el estado hidrostático y el estado de cortante o cizallamiento puro, degradando, en ambos casos, sólo el módulo de corte  $G$ .

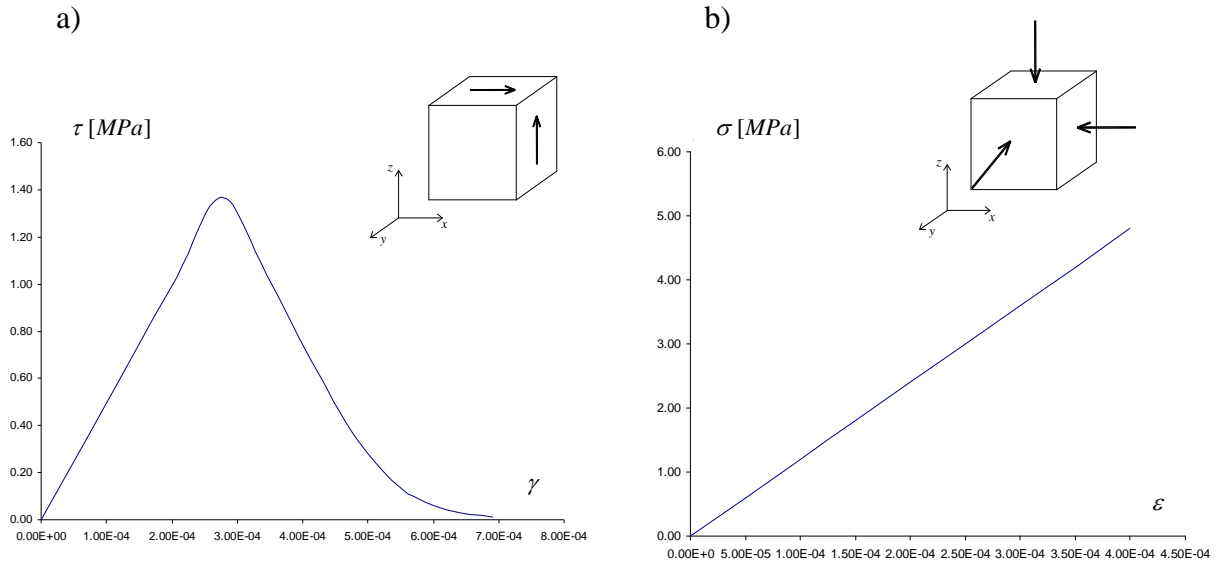
Esta modelación se lleva a cabo, como se dijo, empleando un elemento finito hexaédrico sólido (3D) y se ha analizado el comportamiento de un mortero isótropo con las siguientes propiedades mecánicas:

$$E = 1200 \text{ MPa}, \nu = 0.21, f'_c = 3.2 \text{ MPa}$$

donde  $f'_c$  es la tensión límite a la compresión del mortero analizado.

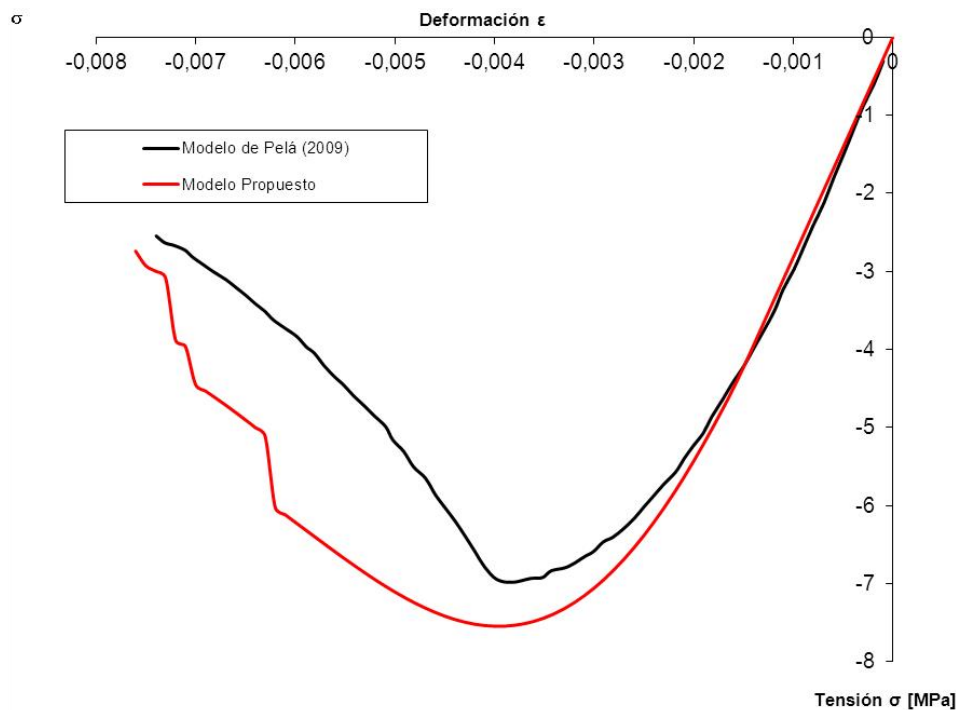
En el primer caso se somete a un elemento finito a tensiones normales de igual magnitud y dirección en todas sus caras. Se observa claramente que el material no degrada y se mantiene la proporcionalidad entre tensiones normales y deformaciones

longitudinales en todas las direcciones (Figura 4.16b), lo cual confirma el buen funcionamiento del modelo en este caso. Por otra parte, en el estado de cortante puro se obtiene, como se espera, una caída en la curva de tensiones tangenciales y distorsiones cuando la tensión alcanza un valor igual a la mitad de la tensión límite del material analizado (Figura 4.16a).



**Figura 4.16.** Validación del modelo propuesto. a) Estado de cortante puro; b) Caso hidrostático

Se muestra a continuación el resultado de la comparación de una curva tensión normal - deformación longitudinal ( $\sigma - \varepsilon$ ) a efectos de analizar el comportamiento inelástico de un elemento finito de mampostería aplicando el modelo propuesto. La curva utilizada para la comparación corresponde a la obtenida por Pelá (2009), quien representa el comportamiento ortótropo de una estructura de mampostería con las siguientes características mecánicas:  $E_x = 3000MPa$ ,  $E_y = 2000MPa$ ,  $\nu_{xy} = 0.1$ ,  $\nu_{yx} = 0.15$ , y  $G_{xy} = 900MPa$ . El modelo constitutivo utilizado por el autor es el de daño unilateral formulado por Faria et al. (1998) en conjunto con una metodología de mapeo de espacios para el tratamiento de la ortotropía, y se simula una sollicitación de compresión uniaxial en la dirección paralela a la junta. En la Figura 4.17 se observa un buen acuerdo entre las curvas hasta el valor del pico de la tensión de compresión, es allí donde la curva obtenida por Pelá (2009) presenta un ablandamiento exponencial, luego de un endurecimiento parabólico dado por el modelo.



**Figura 4.17.** Comparación de la respuesta a compresión uniaxial en la dirección paralela a la junta horizontal

### 4.7.3. APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE HOMOGENEIZACIÓN A UN MODELO DE DAÑO UNILATERAL (Faría et al., 1998)

En esta sección se muestran los resultados obtenidos al aplicar la técnica de homogeneización presentada en este Capítulo acoplada con un modelo de daño unilateral. En este caso se empleó, en la micro-escala, el modelo desarrollado por Faría et al. (1998) (ver Anexo A-4) para simular el comportamiento del mortero.

El análisis consiste en una prueba uniaxial, con cargas cíclicas reversibles. La Figura 4.18 muestra los resultados obtenidos tanto para el compuesto (mampostería periódica) como para las componentes: ladrillo y mortero. El esquema de carga consiste en la aplicación de tracción hasta el límite elástico inicial lo que produce, a partir de ese instante, el inicio del daño. Luego, la carga se invierte produciendo un retorno al estado inicial, y una posterior incursión en la zona de compresión hasta su límite elástico inicial, recuperando el material su rigidez inicial. A partir de allí, se observa la deformación por daño progresivo. Luego se realiza una nueva inversión de la carga. Este efecto unilateral corresponde a una característica particular que se aprecia en el



comportamiento de los materiales frágiles, totalmente capturada por el modelo propuesto por Faría et al. (1998), debido a su capacidad de "memoria".

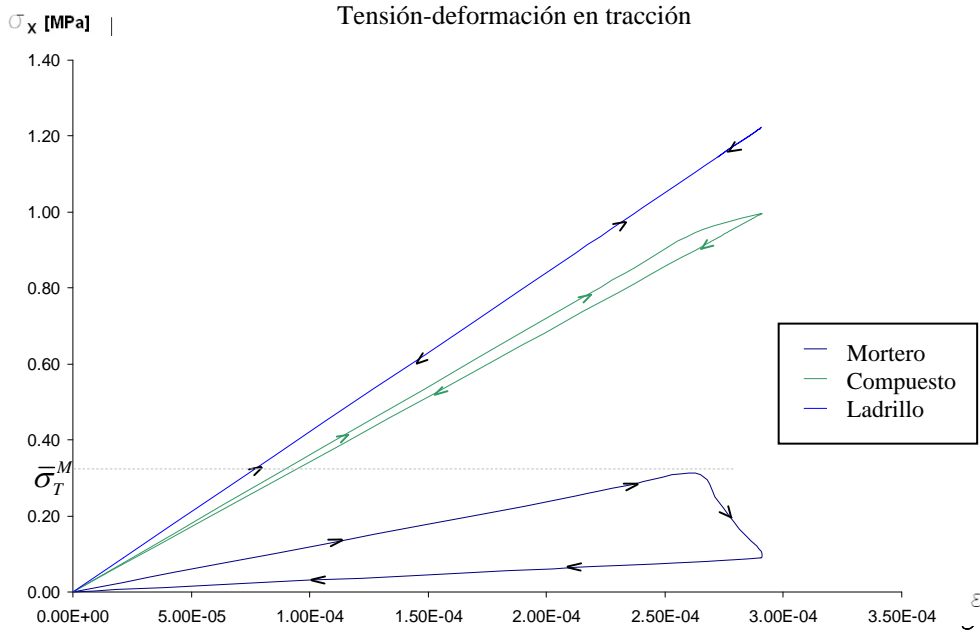


Figura 4.18. Comportamiento del compuesto y de los componentes.

En la Figura 4.18 se muestra la curva del compuesto en la que se aprecia su degradación de rigidez, provocada por el comportamiento del mortero. En la Figura 4.19 se detalla, para el mortero, el comportamiento ante el ciclo de carga completo tracción-compresión.

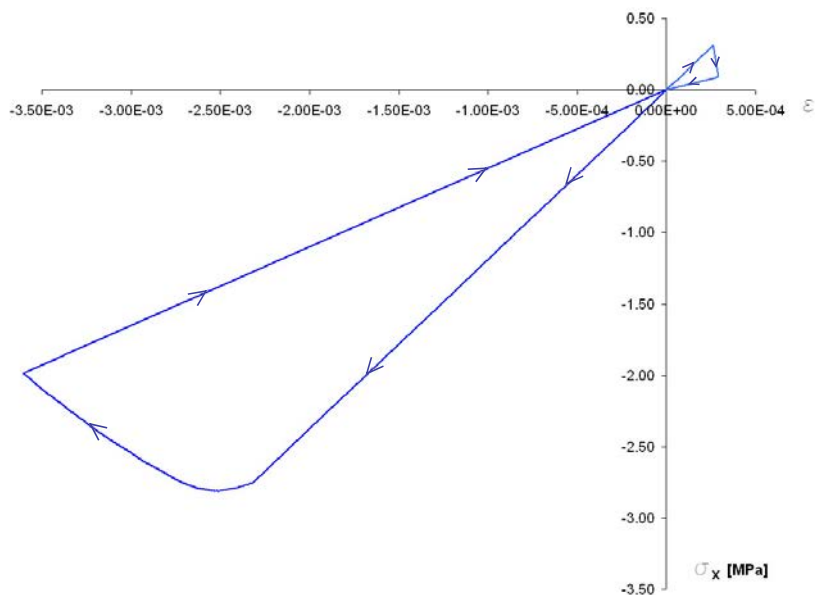


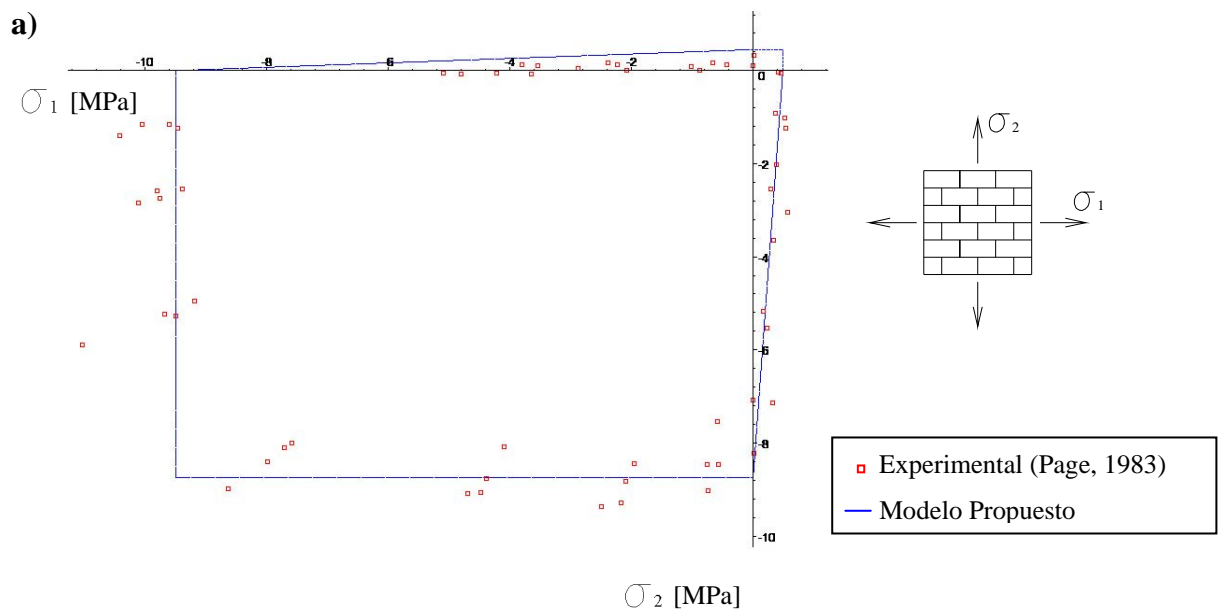
Figura 4.19. Comportamiento del mortero bajo carga cíclica de tracción- compresión.

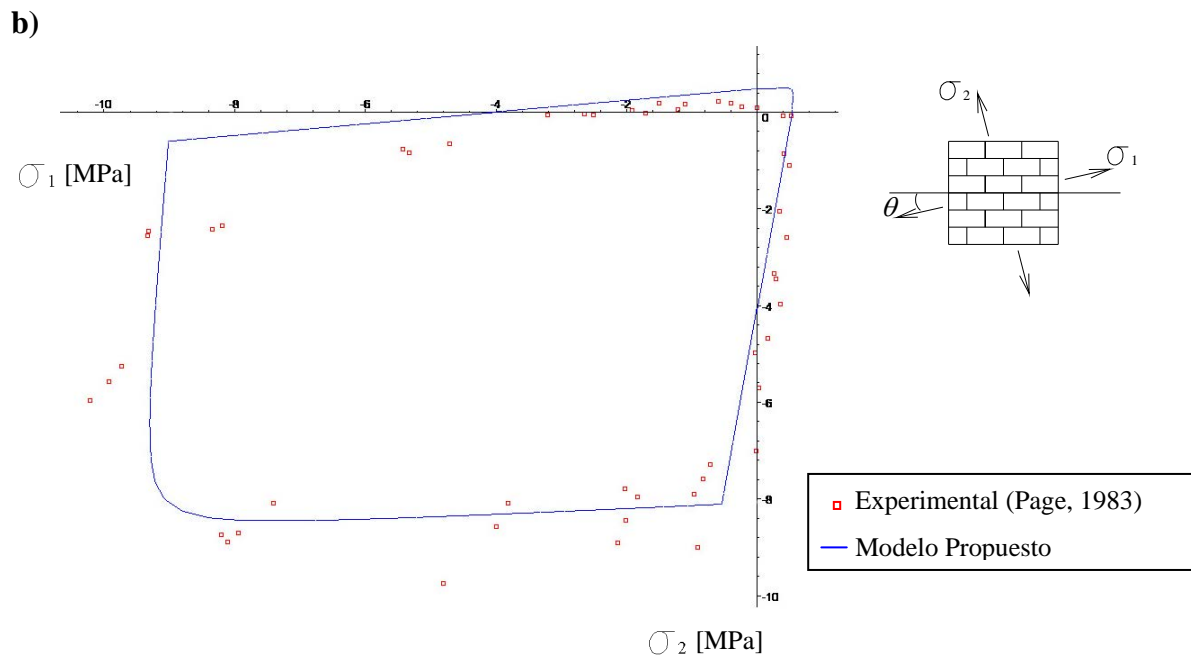
#### 4.7.4. ENVOLVENTES DE FALLA

A modo de validación se presentan comparaciones de las superficies de falla obtenidas con el modelo propuesto y resultados experimentales. Se muestran resultados en el espacio de tensiones principales (Figuras 4.20a) obtenidos aplicando carga perpendicular y paralela a la junta de mortero. Por otra parte, en la Figura 4.20b se muestran los resultados obtenidos cuando se aplican cargas oblicuas respecto a las juntas de mortero. Los resultados experimentales, empleados en la comparación, corresponden a ensayos biaxiales de tracción-compresión y compresión-compresión obtenidos por Page (1983 y 1981), en un programa de ensayos realizado sobre 102 paneles de mampostería de  $360 \times 360 \times 54 \text{ mm}^3$ , con mampuestos en escala de dimensiones  $115 \times 40 \times 54 \text{ mm}^3$ .

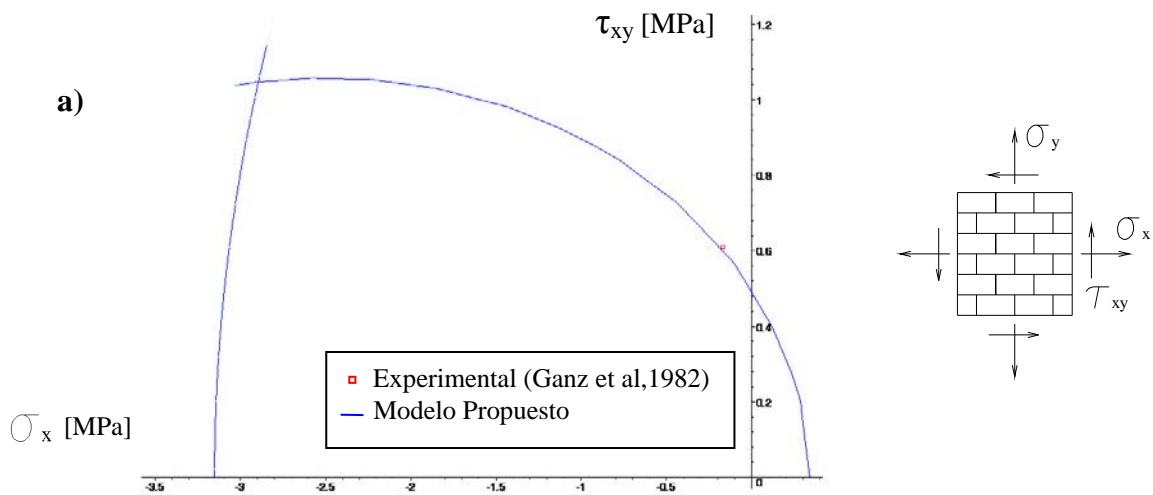
En las Figuras 4.21a, 4.21b y 4.21c se muestran, en el espacio tensión normal - tensión tangencial, una comparación de los resultados obtenidos con el modelo propuesto y resultados experimentales obtenidos por Ganz and Thürlimann (1982) a través de un programa de ensayos de 12 paneles de mampostería de dimensiones  $1200 \times 1200 \times 150 \text{ mm}^3$ .

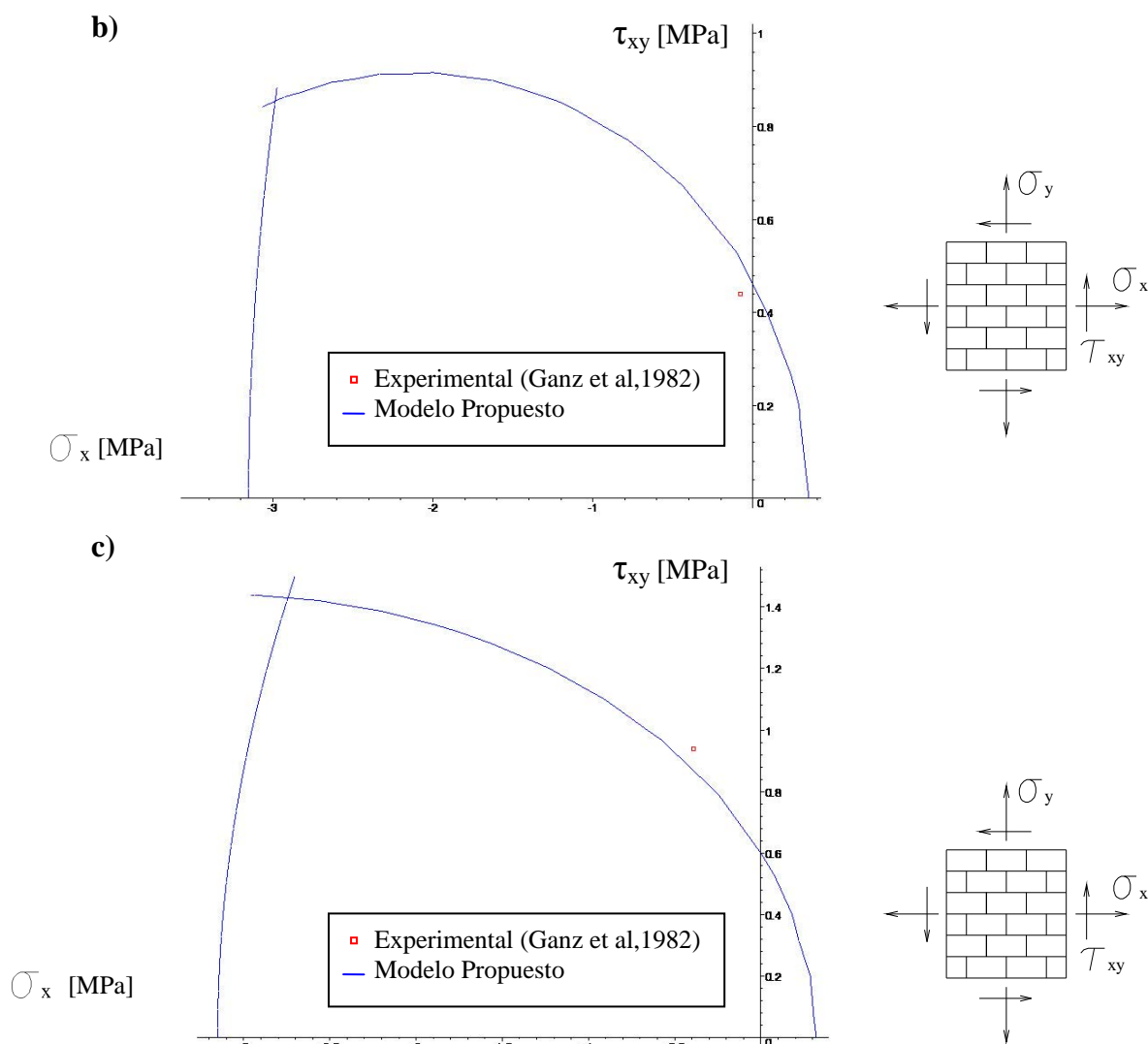
Se observa un buen acuerdo entre las curvas obtenidas en ambos espacios con la metodología presentada y los resultados experimentales obtenidos por Page (1983 y 1981) y por Ganz and Thürlimann (1982).





**Figura 4.20.** Comparación entre el modelo propuesto y resultados experimentales  
 a) con cargas perpendicular y paralela a la junta  
 b) con una orientación de  $\theta = 22,5^\circ$





**Figura 4.21.** Comparación entre el modelo propuesto y resultados experimentales,

- a) con  $\sigma_y = -1.42$  MPa
- b) con  $\sigma_y = -0.92$  MPa
- c) con  $\sigma_y = -2.25$  MPa

#### 4.7.5. COMPARACIÓN CON OTROS MODELOS Y RESULTADOS EXPERIMENTALES (MUROS)

##### 4.7.5.1. Ensayos de compresión simple

Los ensayos realizados por Page (1978) son comúnmente utilizados para la calibración de modelos numéricos que estudian la mampostería. Los paneles, de dimensiones  $50 \times 24 \times 5,4 \text{ cm}^3$  fueron ensayados bajo un estado de compresión uniaxial

con carga aplicada normal a la junta horizontal y los valores de tensión y deformación fueron medidos sobre una línea de galgas ubicadas en la parte media del panel.

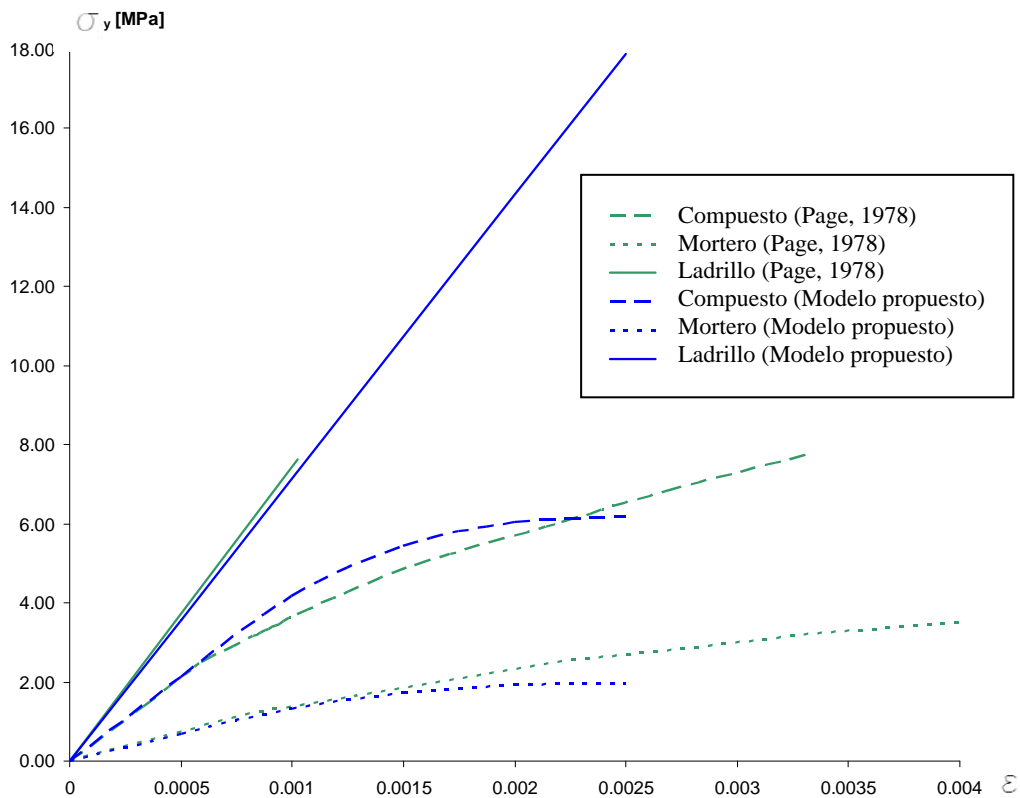
En la Figura 4.22 se muestran las curvas obtenidas por Page y las obtenidas con el modelo propuesto en este Capítulo. La curva correspondiente al material compuesto fue obtenida por Page experimentalmente, mientras que las curvas correspondientes a los componentes (ladrillos y mortero) fueron determinadas analíticamente. En la misma Figura 4.22 se presentan los resultados obtenidos con el modelo de homogeneización y daño propuesto. Se aprecia una diferencia entre la rigidez del mortero para ambas curvas; esto se debe a que Page no considera en su teoría un límite para este material. En el presente modelo, el mortero alcanza un valor límite de  $\bar{\sigma}_C^M = 2.00MPa$  y no tiene más capacidad para absorber tensión.

Las propiedades de los materiales utilizados para esta simulación se detallan a continuación:

- Ladrillos (ortótropos):  $E_x = 5900MPa$ ,  $E_y = 7550MPa$ ,  $E_z = 5900MPa$ ,

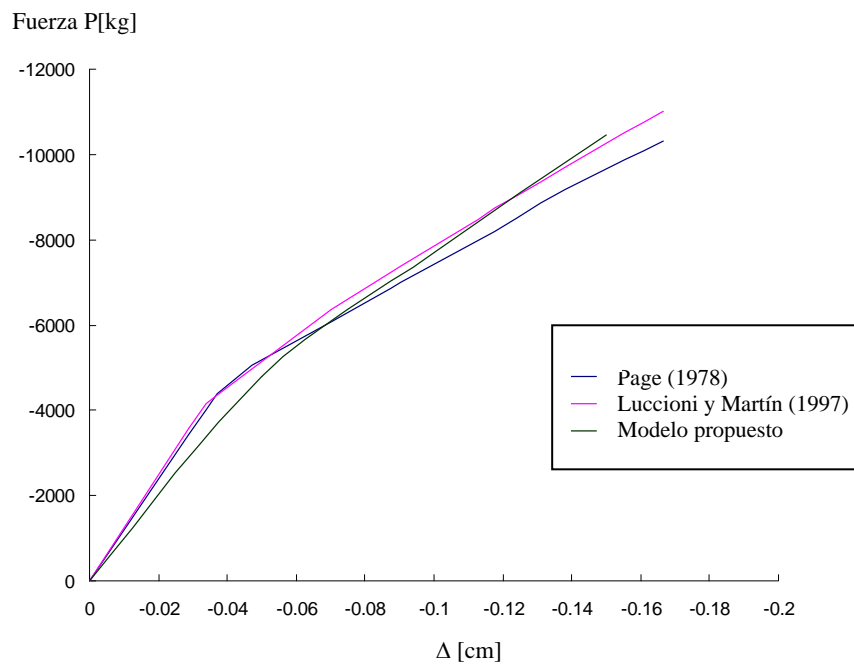
$$\nu = 0.167$$

- Mortero (1, 2 y 3) (isótropos):  $E = 1200MPa$ ,  $\nu = 0.21$ .



**Figura 4.22.** Comparación de curvas tensión-deformación para compuesto y componentes

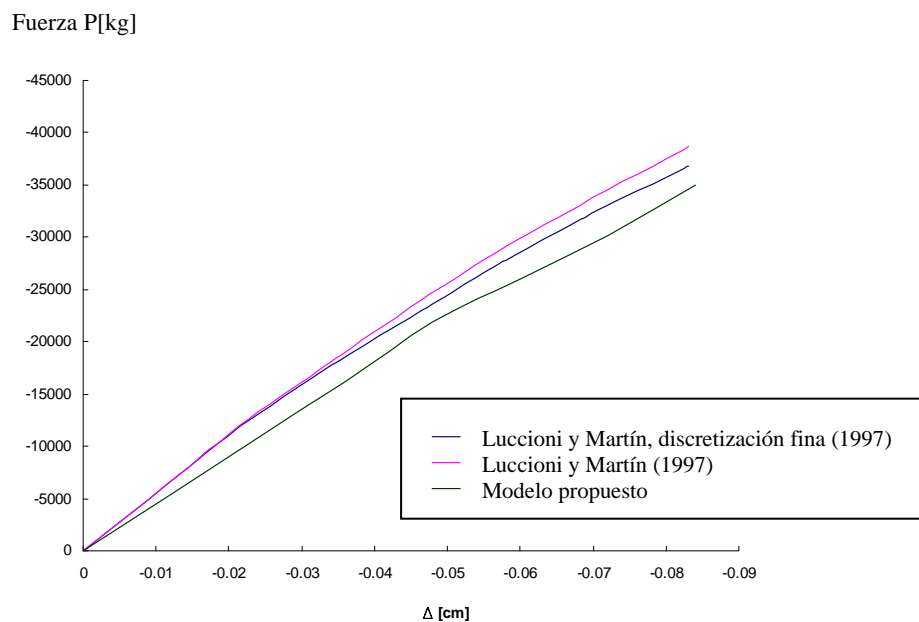
Luccioni y Martín (1997) también usaron los ensayos de Page (1978) para calibrar un modelo no lineal desarrollado para materiales ortótropos. Los autores presentan una generalización de los modelos antes desarrollados de mapeo de espacios (Luccioni, 1993; Oller et al.,1995 y Oller et al., 1996). La diferencia reside en que los tensores de tensión en el espacio isótropo ficticio y en el espacio anisótropo real no están relacionados mediante una transformación lineal, sino que el tensor de transformación es función del tipo de estado tensional y evoluciona con el proceso elastoplástico. De esta manera se tiene en cuenta que el grado de anisotropía de la mampostería o la relación entre resistencias en distintas direcciones, depende del tipo de estado tensional: compresión, tracción u otra combinación de tensiones y, a su vez, evoluciona a lo largo del proceso elastoplástico.



**Figura 4.23.** Curvas de comparación fuerza perpendicular a la junta-desplazamiento vertical para un panel de mampostería

En las Figuras 4.23 y 4.24, se muestran comparaciones de los resultados obtenidos por Luccioni y Martín (1997) y las curvas del presente modelo. El panel de mampostería se ensaya bajo cargas de compresión paralela y perpendicular a la junta horizontal del mortero. Los gráficos corresponden a curvas carga - desplazamiento vertical (Figura 4.23) y carga - desplazamiento horizontal (Figura 4.24). En el caso de ensayo de carga de compresión horizontal los autores mencionados realizaron en su

simulación una comparación empleando un modelo detallado de elementos finitos, realizando una discretización de ladrillo y mortero con diferentes densidades de mallado, este caso no fue estudiado por Page. Las propiedades de los materiales son las siguientes: para los ladrillos,  $E_x = 5900MPa$ ,  $E_y = 7550MPa$ ,  $E_z = 5900MPa$  y coeficiente de Poisson  $\nu = 0.167$ ; mientras que para el mortero se utiliza un tensor constitutivo isótropo con  $E = 1200MPa$  y coeficiente de Poisson  $\nu = 0.21$ . Se observa un buen acuerdo entre las curvas como resultado de la comparación.



**Figura 4.24.** Curvas de comparación fuerza paralela a la junta-desplazamiento horizontal para un panel de mampostería

#### 4.7.5.2. Ensayo de flexión

Empleando el modelo de homogeneización y daño, se realizó la simulación numérica de un ensayo de flexión sobre un panel de mampostería. Para la simulación se emplearon la geometría y condiciones mecánicas del ensayo experimental realizado por Page (1978).

Para la simulación se realizó una discretización empleando 100 elementos finitos 3D hexaédricos. El diseño del ensayo se muestra en la Figura 4.25 y las propiedades mecánicas de los materiales son las mismas que en las simulaciones anteriores (Sección 4.7.5.1), las energías de fractura son  $G_f^L = 6\text{kg/cm}$  para el ladrillo y  $G_f^M = 0,16\text{kg/cm}$  para el mortero. Las deformaciones verticales fueron medidas en el nivel A-A con lo

que se determinó la distribución de tensiones a lo largo de la misma línea (Figura 4.25). La comparación se efectuó para cargas de 20 y 60 kN y los resultados se muestran en las Figuras 4.26 y 4.27. Los otros modelos empleados para comparación, cuyos resultados se presentan en las mencionadas figuras, son los correspondientes a Lourenço (1996) y al modelo elastoplástico anisótropo de López et al. (1999).

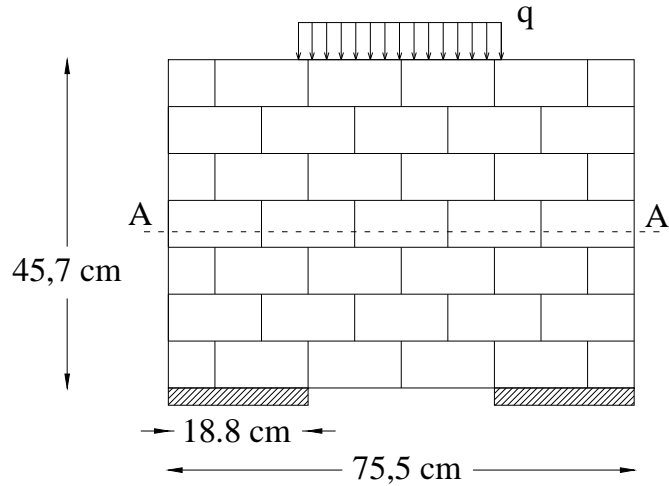


Figura 4.25. Diseño de ensayo a flexión de un panel de mampostería (Page, 1978)

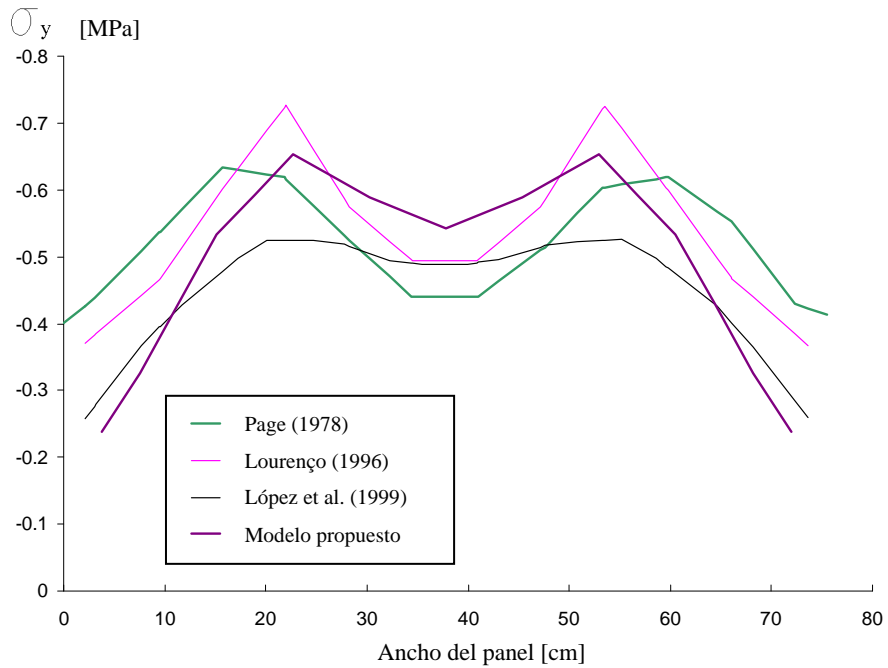
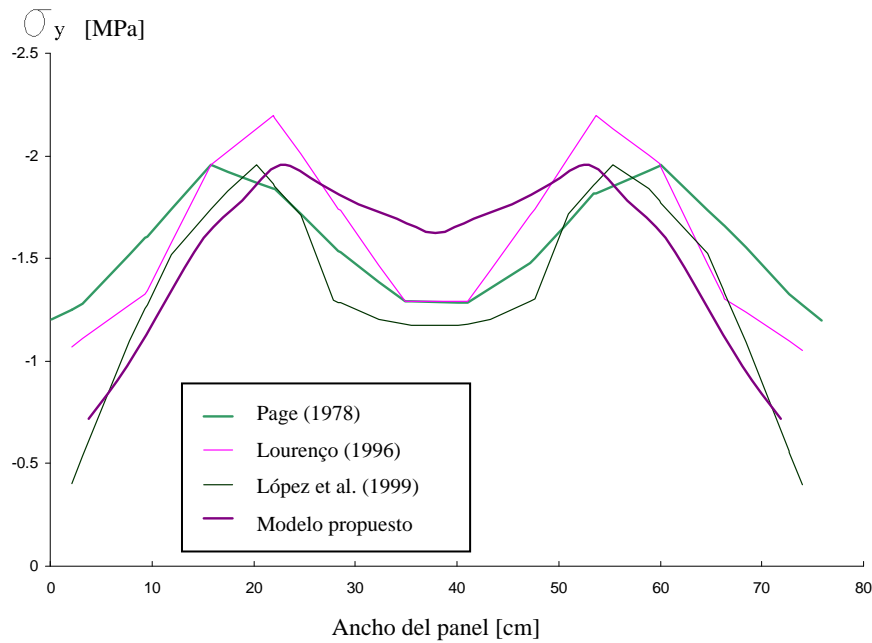


Figura 4.26. Curva tensión-deformación para ensayo a flexión con carga de 20kN





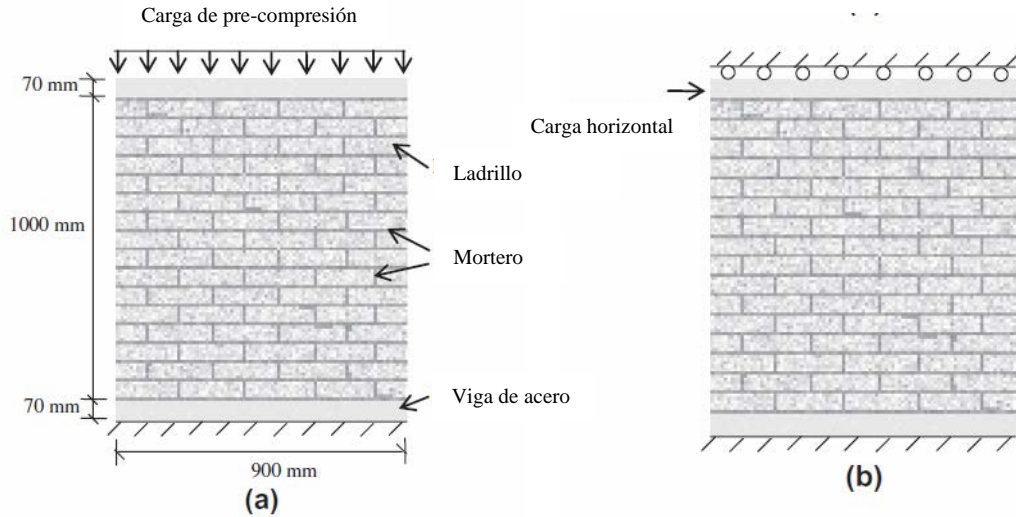
**Figura 4.27.** Curva tensión-deformación para ensayo a flexión con carga de 60kN

#### 4.7.6. ENSAYOS *PUSH OVER* DE PANELES DE MAMPOSTERÍA (PREVIAMENTE COMPRIMIDOS)

La campaña de ensayos llevados a cabo por Raijmakers & Vermeltoort (1992) y por Vermeltoort & Raijmakers (1993) fueron utilizados por numerosos autores como pruebas de validación de sus modelos (Zucchini & Lourenço, 2009; Addessi & Sacco, 2012; Xu et al, 2012; Akhaveissy & Milani, 2013). En estos ensayos (ver Figura 4.28) se aplicaron cargas laterales crecientes a muros de mampostería que tenían una compresión vertical inicial.

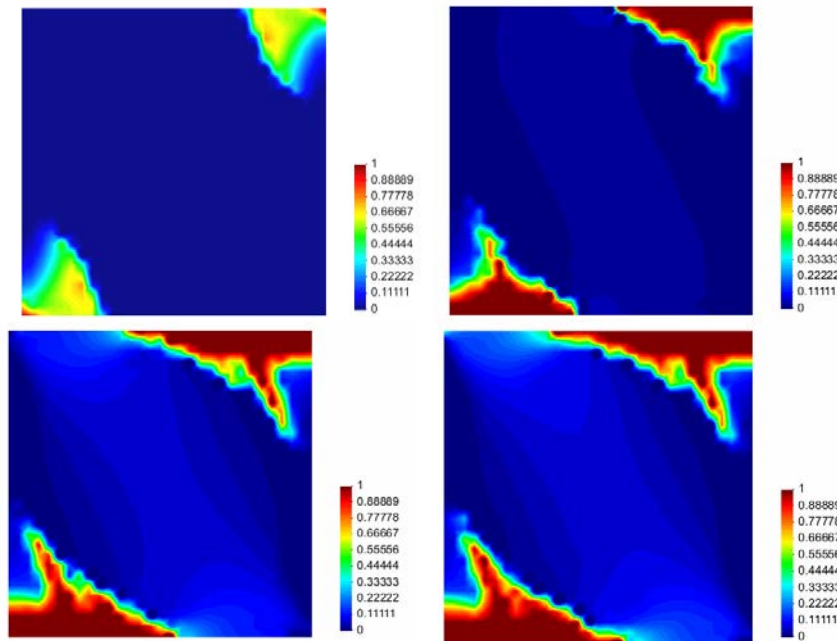
Los muros tienen una relación de aspecto cercana a la unidad, sus dimensiones son 990mm x 1000mm. Fueron construidos con 18 hiladas de ladrillos de arcilla macizos de 204mm x 52mm x 100mm y juntas de mortero de 10mm (Figura 4.28). La primera y la última hilada de ladrillos se encuentran empotradas en vigas metálicas que cumplen la función de restringir la rotación del panel, distribuir de manera uniforme las cargas y asegurar su fijación en la base. Los muros fueron previamente comprimidos con cargas distribuidas de tres intensidades, 0.30, 1.21 y 2.12 MPa, lo que equivale a fuerzas verticales resultantes de 30, 120 y 210 KN respectivamente. Luego, se aplica en la parte superior una carga horizontal monótonica creciente, con el fin de analizar su comportamiento a esfuerzos cortantes. Las propiedades mecánicas de los materiales

simples empleados en la simulación son los siguientes: para los ladrillos  $E = 16000MPa$ , y coeficiente de Poisson  $\nu = 0.15$ ; mientras que para el mortero se utiliza un tensor constitutivo isótropo con  $E = 1000MPa$  y coeficiente de Poisson  $\nu = 0.15$ . El valor de la tensión límite a la compresión del mortero es de  $10MPa$ .



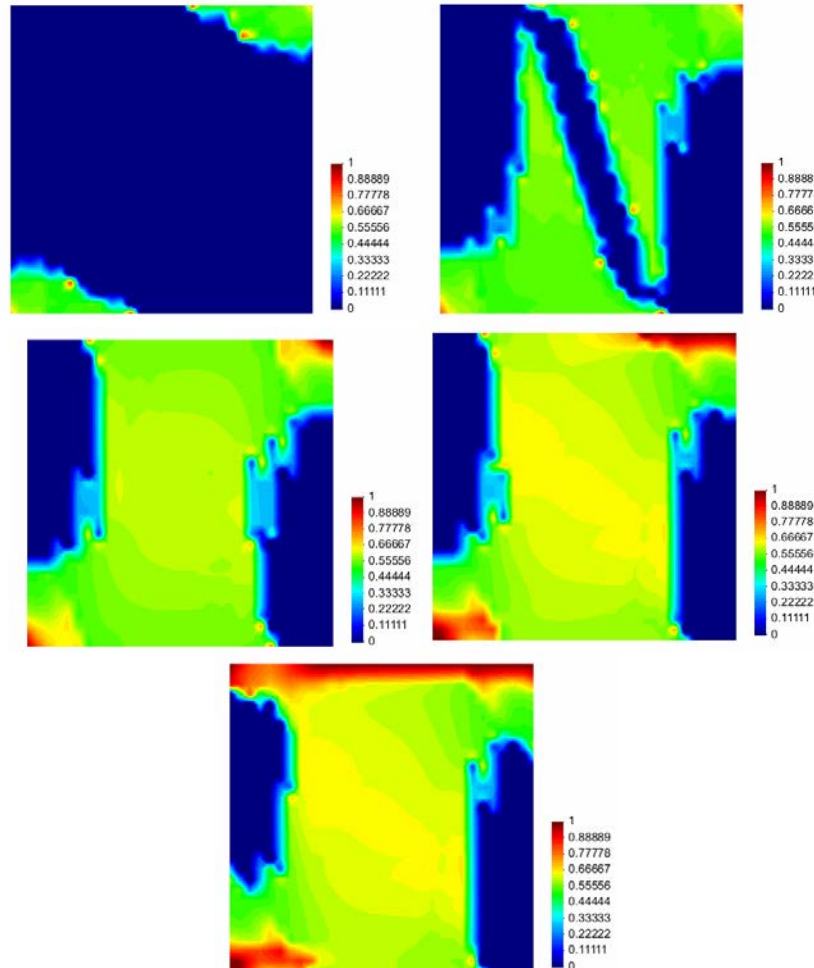
**Figura 4.28.** Esquema de ensayo *push over* en muros de mampostería pre-comprimidos (Vermeltoort & Raijmakers (1993))

En la Figura 4.29 se observa el mapa de daño obtenido con el presente modelo, para el caso de una carga de pre-compresión de 120 kN en una secuencia de desplazamientos horizontales de 0.5, 1, 2 y 2.5 mm respectivamente.



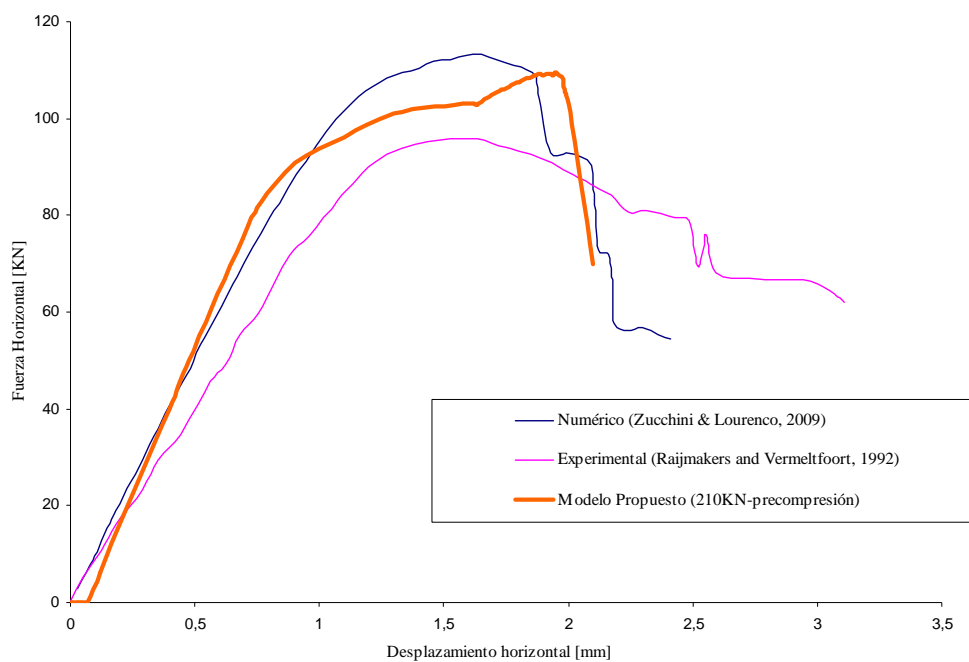
**Figura 4.29.** Distribución del daño para una carga de pre-compresión de 120 kN y diferentes niveles de desplazamientos horizontales

En la Figura 4.30 se observa el mapa de daño obtenido con el presente modelo, para el caso de una carga de pre-compresión de 210 KN en una secuencia de desplazamientos horizontales de 0.5, 1, 1.5, 2 y 2.5 mm respectivamente.

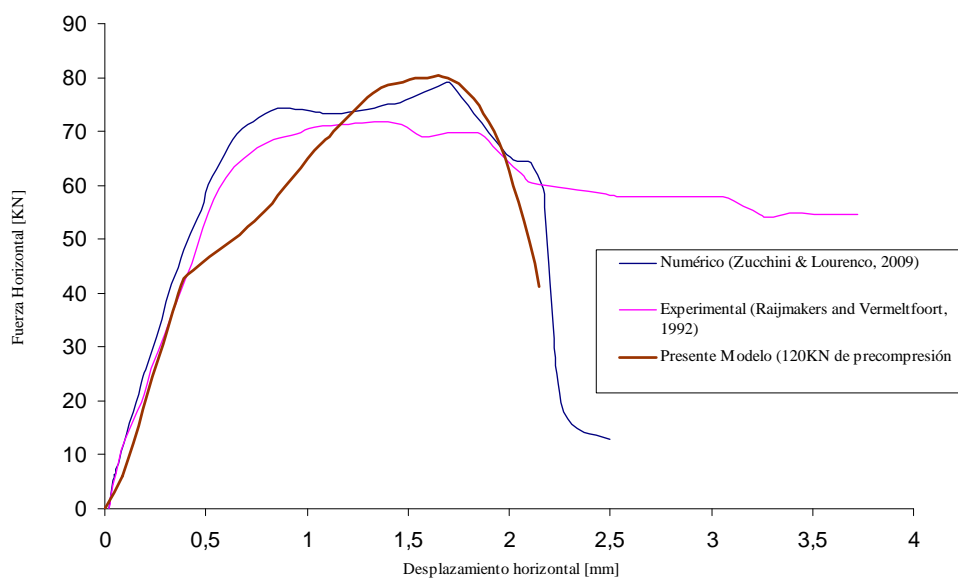


**Figura 4.30.** Distribución del daño para una carga de pre-compresión de 210 kN y diferentes niveles de desplazamientos horizontales

Finalmente, en las Figuras 4.31 y 4.32 se comparan las curvas fuerza - desplazamiento horizontal obtenidas con el modelo de homogeneización y daño propuesto, con las obtenidas de manera experimental por Raijmakers & Vermeltoort (1992) y aquella obtenida mediante una simulación numérica por Zucchini & Lourenço (2009).



**Figura 4.31.** Curva Fuerza-desplazamiento horizontal de panel con carga de pre-compresión de 210 kN



**Figura 4.32.** Curva Fuerza-desplazamiento horizontal de panel con carga de pre-compresión de 120 kN

## 4.8. ANÁLISIS DE PÓRTICO RELLENO CON MAMPOSTERIA

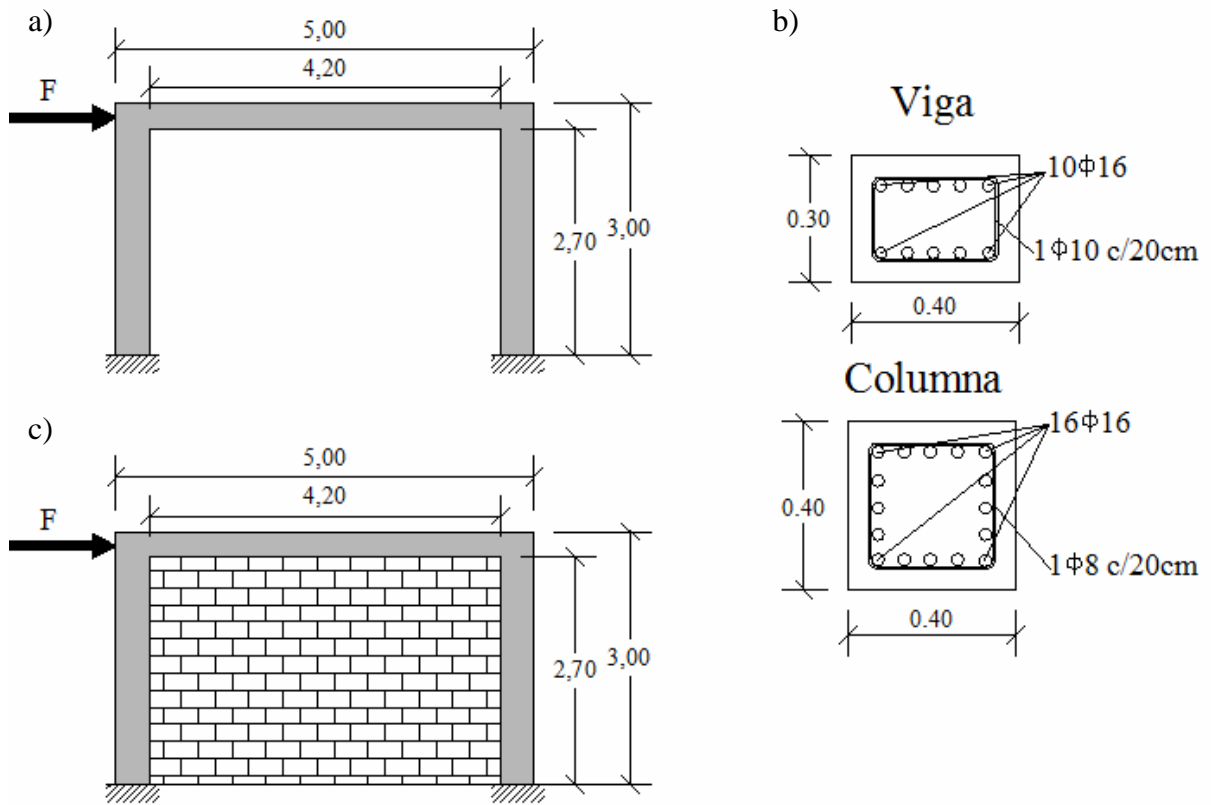
Para poder estimar la demanda sísmica de pórticos rellenos con mampostería, es necesario considerar en el comportamiento inelástico, la posibilidad de desarrollar modos de fallas tanto flexión como de corte.

A pesar de que el análisis dinámico es el procedimiento más riguroso para obtener las demandas sísmicas de una estructura, los análisis *push over* se han popularizado debido a la menor demanda de tiempo de cálculo y a que es posible obtener resultados con un sentido físico de fácil interpretación cuando las estructuras están sometidas a sollicitaciones sísmicas que sobrepasan su capacidad elástica. Aunque, es necesario aclarar que este método está restringido mayoritariamente a estructuras de poca o media altura.

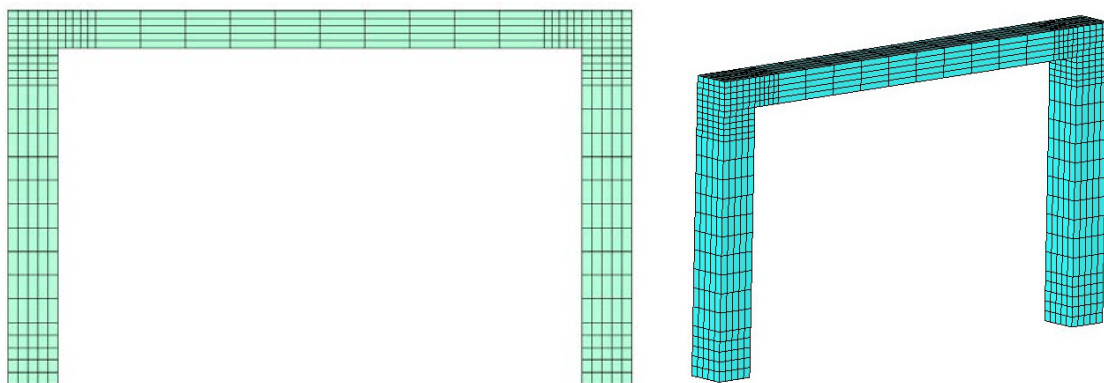
En las simulaciones presentadas se ha realizado el análisis mediante control de desplazamientos, esto significa que se aplica un desplazamiento horizontal incremental en los nudos de la estructura, obteniendo el cortante en la base como incógnita del problema. De esta manera, es posible simular mejor el comportamiento post-pico de las estructuras lo que resulta difícil de lograr si se opta por controlar las fuerzas.

En la Figura 4.33 se muestra la configuración de los casos utilizados para el análisis. En primer lugar se analiza un pórtico de hormigón simple de 40 cm espesor de y cuyas dimensiones se muestran en la Figura 4.33a. En la Figura 4.33b se detallan las armaduras con las que se refuerza el pórtico para el análisis del pórtico de hormigón armado. Finalmente, se realiza el cierre del pórtico con un muro de mampostería de 15 cm de espesor cuya configuración se detalla en la Figura 4.33c.

A continuación, en la Figura 4.34 se muestra la discretización de los casos analizados para su resolución en el programa de elementos finitos PLCD donde se ha implementado el modelo propuesto. En la mencionada figura se observa la discretización en 1750 elementos finitos hexaédricos (de ocho nodos) del pórtico de hormigón simple. La malla se hace más densa a nivel de los nudos de unión de vigas y columnas ya que, de esta manera, se puede capturar los efectos de la concentración de tensiones y/o deformaciones que se generan en estas zonas críticas.



**Figura 4.33.** Casos analizados. a) Pórtico de hormigón simple, b) Detalle de armadura para el pórtico de hormigón armado, c) Pórtico armado con cerramiento de mampostería

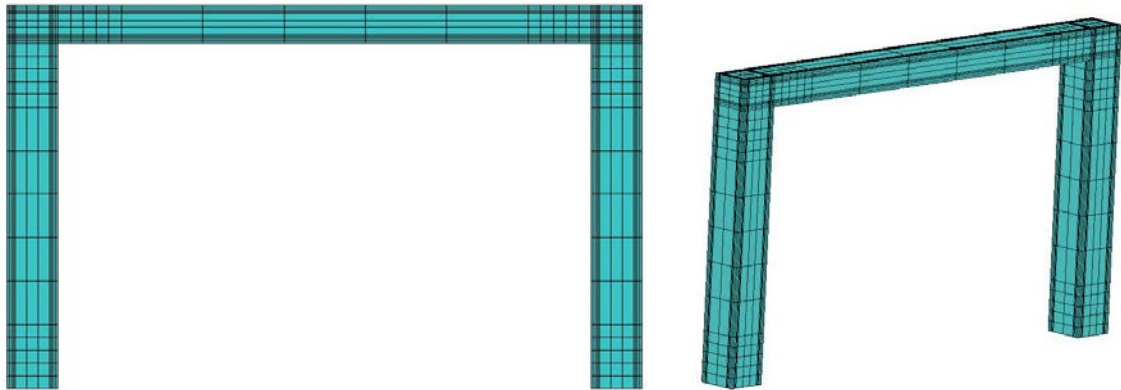


**Figura 4.34.** Mallado de elementos finitos del pórtico de hormigón simple.

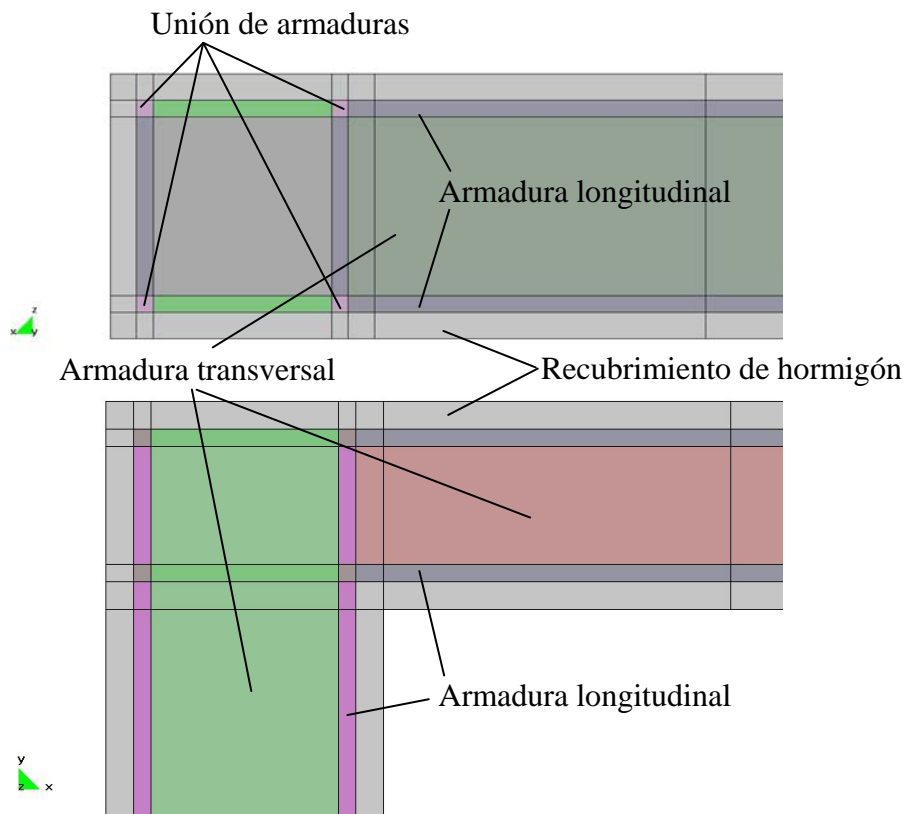
En la Figura 4.35. se muestra la discretización del pórtico de hormigón armado. El mallado además de estar densificado a nivel de los nudos, se encuentra influenciado por la discretización de las armaduras.

En la Figura 4.36 se muestra el detalle de los nudos, de la geometría utilizada para su posterior discretización, donde se evidencia: el recubrimiento, las armaduras de

viga y de columna longitudinales y transversales, y su unión. Por lo mencionado, el número de elementos finitos hexaédricos de ocho nodos se incrementa a 7370.



**Figura 4.35.** Mallado de elementos finitos del pórtico de hormigón armado.



**Figura 4.36.** Detalle de la geometría en el nudo de unión de viga y columna del pórtico de hormigón armado.

Material Compuesto	%					
	Hormigón	Acero Longitudinal	Acero Vertical	Estribo x	Estribo y	Estribo z
1	3.84		32.16	32.00		32.00
2	59.07		8.93			32.00
3	100.00					
4	3.84		8.93	32.00		
5	96.16	32.16			40.00	24.00
6	60.00				40.00	
7	51.07	8.93				40.00
8	100.00					
9	100.00					
10	10.00					
11	59.07			40.93		
12	59.07					40.93
13	91.07	8.93				

**Tabla 4.1.** Propiedades de los materiales compuestos del Pórtico

En la Figura 4.37 se muestra un esquema de los materiales compuestos (hormigón y acero) empleados en el pórtico, mientras que en la Tabla 4.1 se describen los porcentajes de participación volumétrica de cada uno de los componentes, cuyas propiedades y características mecánicas son las siguientes:

#### Hormigón:

- Criterio de Fluencia: Mohr- Coulomb
- Módulo de elasticidad (isotropía):  $E = 25000 \text{ MPa}$
- Módulo de Poisson:  $\nu = 0.20$
- Tensión límite en compresión:  $\sigma_c = 30 \text{ MPa}$
- Tensión límite en tracción:  $\sigma_t = 3 \text{ MPa}$
- Energía de rotura en compresión:  $G_c = 0.05 \text{ MJ/m}^2$
- Energía de rotura en tracción:  $G_t = 0.005 \text{ MJ/m}^2$

#### Acero:

- Criterio de Fluencia: Von Mises
- Módulo de elasticidad (isotropía):  $E = 210000 \text{ MPa}$
- Módulo de Poisson:  $\nu = 0$
- Tensión límite en compresión:  $\sigma_c = 270 \text{ MPa}$



- Tensión límite en tracción:  $\sigma_t = 270 \text{ MPa}$
- Energía de rotura en compresión:  $G_c = 2 \text{ MJ/m}^2$
- Energía de rotura en tracción:  $G_t = 2 \text{ MJ/m}^2$

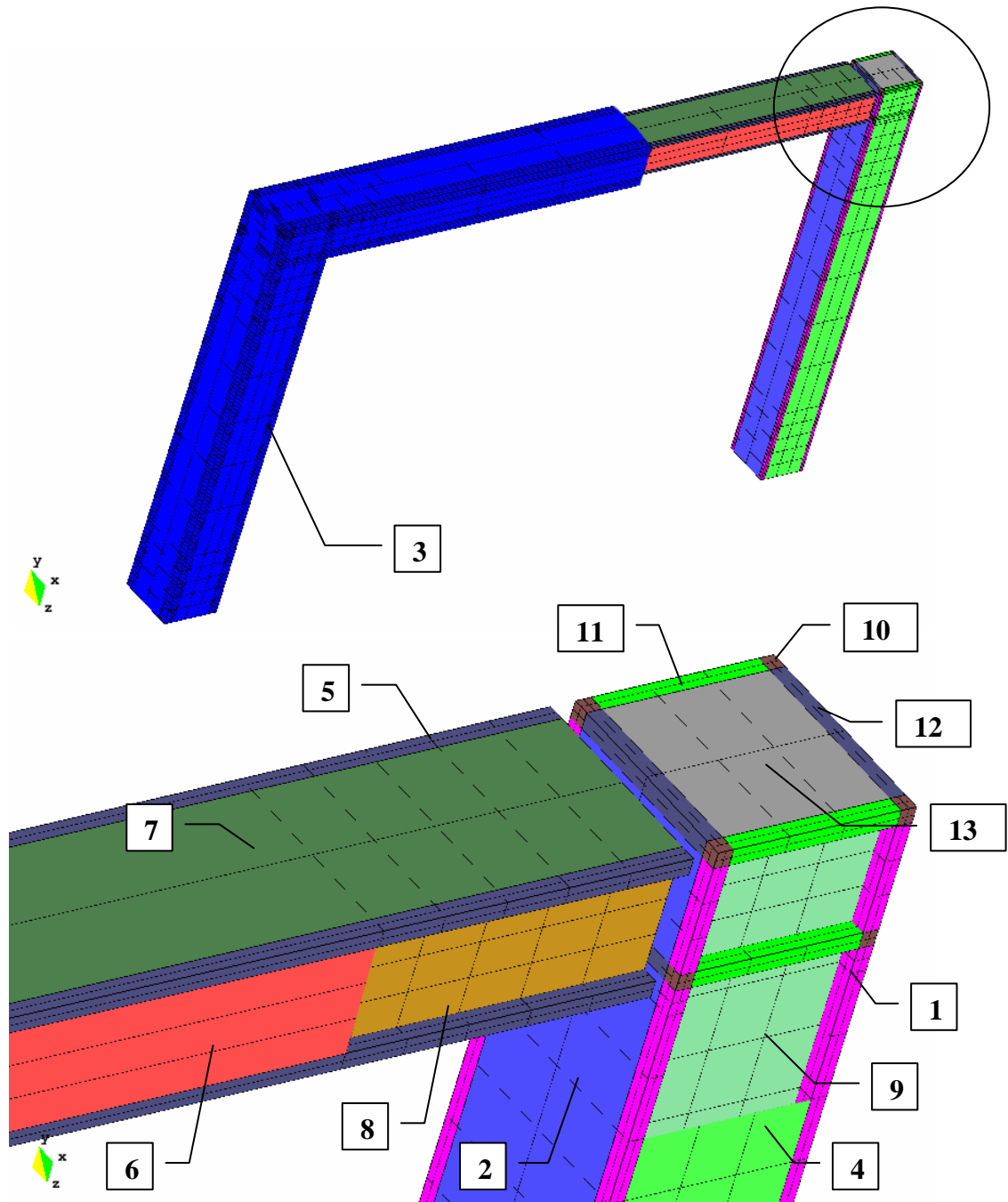
#### Ladrillo:

- Módulo de elasticidad (isotropía):  $E = 7000 \text{ MPa}$
- Módulo de Poisson:  $\nu = 0.167$
- Tensión límite en compresión:  $\sigma_c = 20 \text{ MPa}$
- Tensión límite en tracción:  $\sigma_t = 2 \text{ MPa}$
- Energía de rotura en compresión:  $G_c = 0.08 \text{ MJ/m}^2$
- Energía de rotura en tracción:  $G_t = 0.008 \text{ MJ/m}^2$

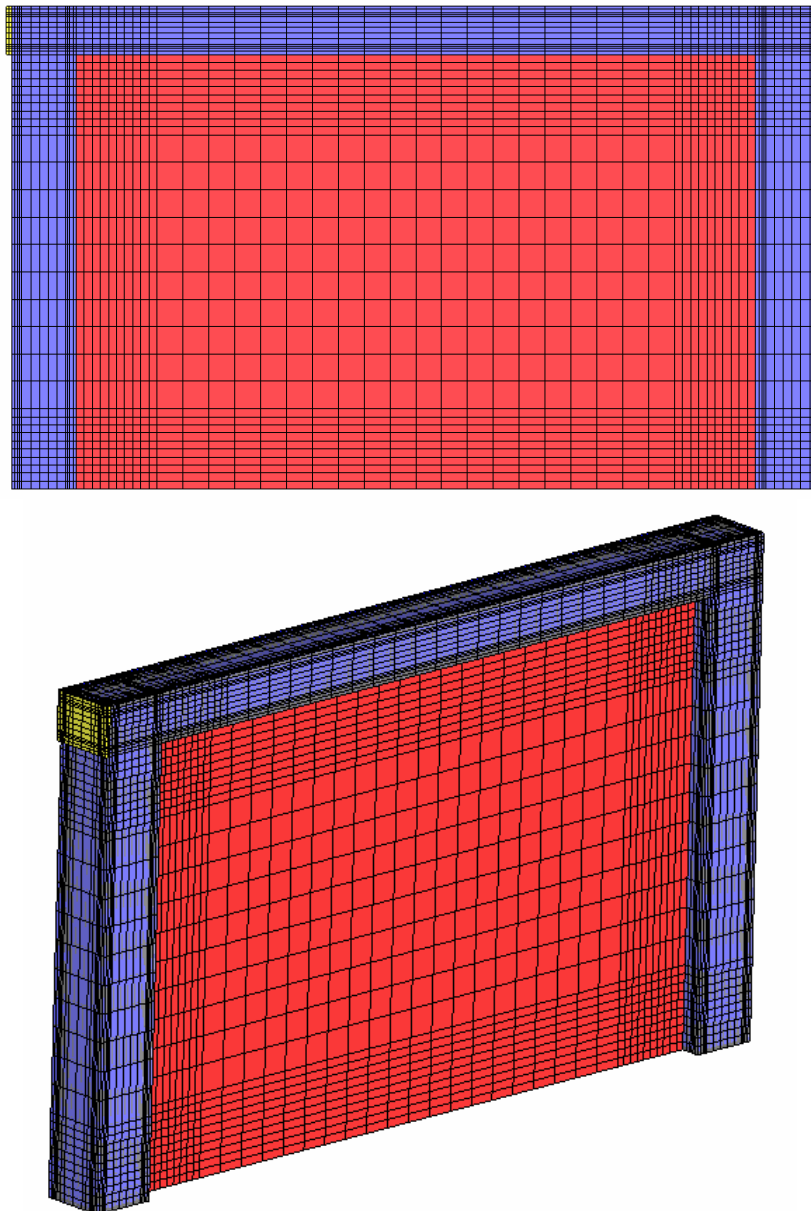
#### Mortero:

- Criterio de Fluencia: Mohr- Coulomb Modificado
- Módulo de elasticidad (isotropía):  $E = 900 \text{ MPa}$
- Módulo de Poisson:  $\nu = 0.21$
- Tensión límite en compresión:  $\sigma_c = 3 \text{ MPa}$
- Tensión límite en tracción:  $\sigma_t = 0.3 \text{ MPa}$
- Energía de rotura en compresión:  $G_c = 0.03 \text{ MJ/m}^2$
- Energía de rotura en tracción:  $G_t = 0.003 \text{ MJ/m}^2$

En la Figura 4.38 se muestra la discretización del pórtico de hormigón armado, cerrado con un panel de mampostería. Para evitar una concentración de daño en los nodos ubicados donde se imponen los desplazamientos, se coloca una placa en la cara exterior del nudo donde se aplican dichos desplazamientos. El material de esta placa es suficientemente rígido y además se lo considera actuando en el rango elástico lineal. La discretización en este caso está conformada por 25696 elementos finitos hexaédricos de ocho nodos.



**Figura 4.37.** Detalle de la discretización y distribución de los materiales en el pórtico de hormigón armado (ver Tabla 4.1)



**Figura 4.38.** Mallado de elementos finitos del pórtico de hormigón armado con cerramiento de mampostería.

A continuación se discuten algunos aspectos sobre la obtención de las curvas de capacidad mediante la aplicación del análisis push-over.

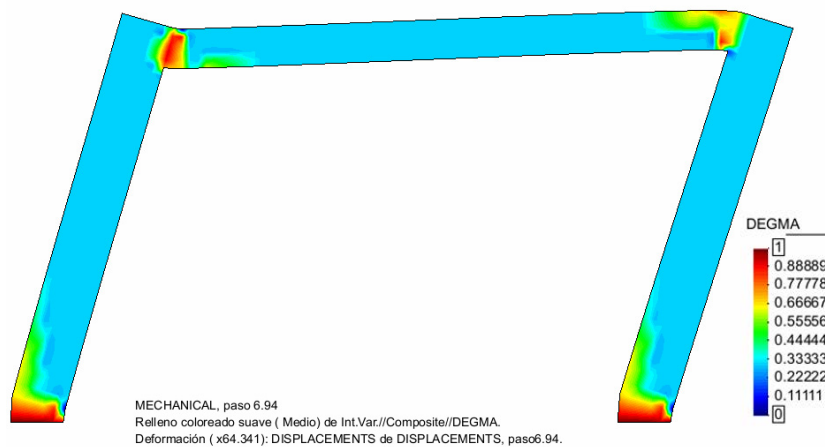
Para el análisis de los pórticos de hormigón armado se emplea la teoría de mezclas serie – paralelo (S/P) que se encuentra brevemente descrita en el Anexo 4-B de este Capítulo (mayores detalles sobre esta teoría pueden encontrarse en (Rastellini et al., 2008)). Por esta razón, el pórtico ha sido discretizado empleando diferentes materiales compuestos, que tienen en cuenta la cantidad de acero dispuesto en

armaduras longitudinales y estribos, tanto para vigas como para columnas. El detalle de esta discretización se puede apreciar en la Figura 4.37.

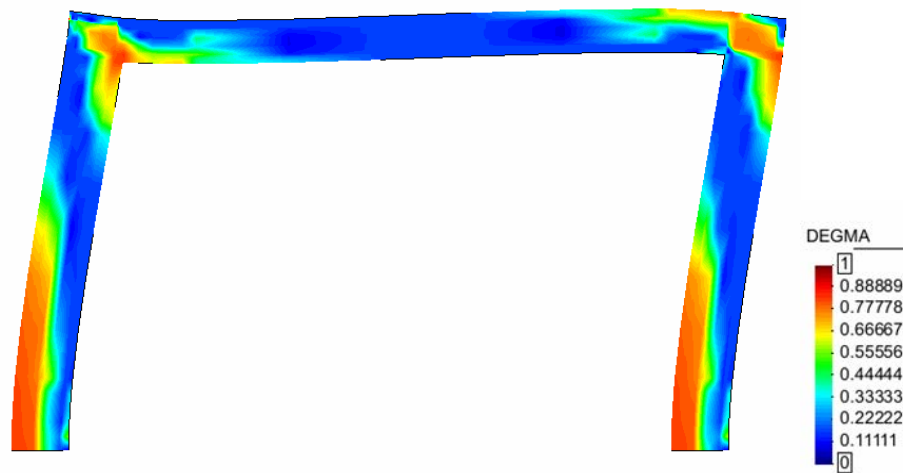
En la Figura 4.39 se representan los mapas de daño sobre las deformadas obtenidos, después de realizar el análisis pseudo-estático para el caso de los dos pórticos (hormigón simple y hormigón armado) sin cerramiento. Aquí puede verse claramente que, en ausencia de armadura, el daño está localizado en la base de los pilares y en los extremos de la viga adyacentes a los nudos del pórtico; mientras que en presencia de acero, si bien el daño empieza en los mismos sitios, este se extiende disipando muchas más energía, hecho por el cual aumenta su ductilidad estructural.

La Figura 4.40 muestra las curvas fuerza horizontal-desplazamiento horizontal para el caso de los pórticos sin cerramiento y con cerramiento de mampostería. En el caso de ausencia de armadura se alcanza la resistencia máxima y a partir de este momento el cortante de base necesario para producir desplazamientos sobre la estructura decae rápidamente hasta llegar al colapso. Mientras que si las secciones están reforzadas adecuadamente con barras de acero, no se produce esta caída brusca de resistencia, sino que una vez alcanzado el valor pico (obviamente superior al caso de hormigón simple), éste se mantiene relativamente constante hasta alcanzar el fallo estructural para niveles superiores de deformación. La curva correspondiente al pórtico relleno con mampostería muestra una mayor rigidez inicial, hasta alcanzar un pico coincidente con la falla de la mampostería, posteriormente la curva tiende a los valores correspondientes al pórtico de hormigón armado sin cerramiento.

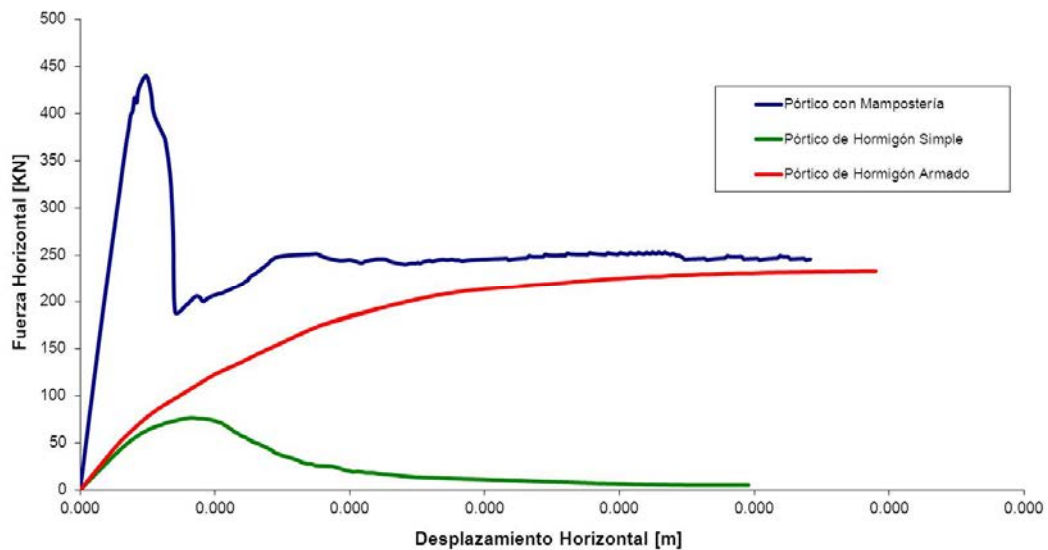
a)



b)

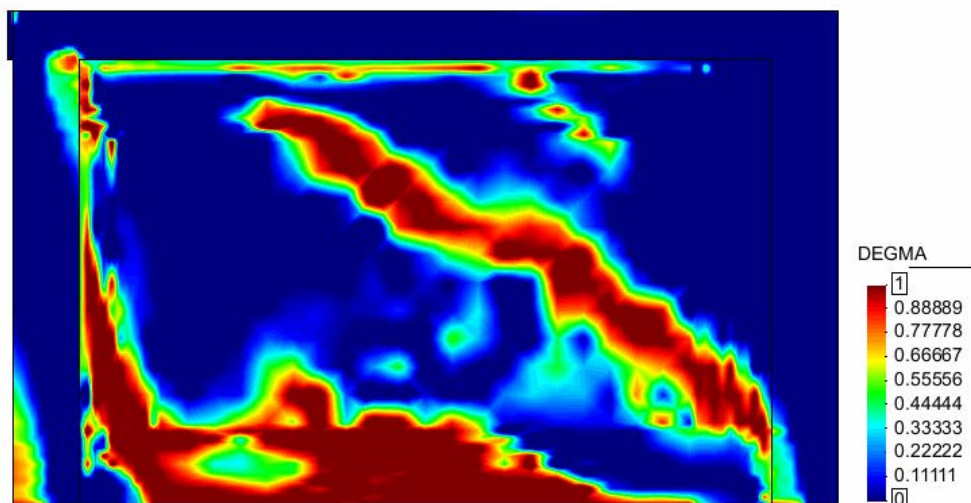


**Figura 4.39.** Daño en la estructura deformada de un pórtico de hormigón simple (a) y armado (b)

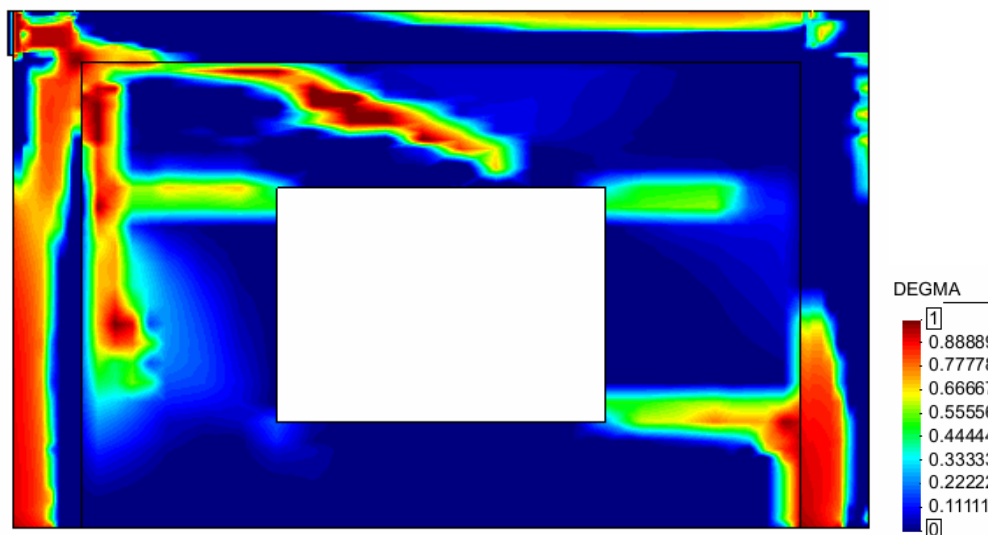


**Figura 4.40.** Curva Fuerza-desplazamiento horizontal de pórticos con y sin cerramiento de mampostería

Finalmente, la Figura 4.41 ilustra la distribución del daño en el pórtico de hormigón armado y en la mampostería incluida. Mientras que la Figura 4.42 presenta el mapa de daño correspondiente al mismo pórtico con cerramiento, al que se le ha incluido una discontinuidad debido a una abertura.



**Figura 4.41.** Daño en la estructura de un pórtico de hormigón con cerramiento de mampostería

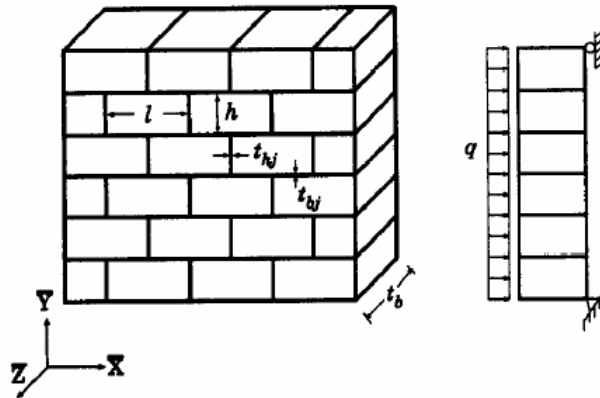


**Figura 4.42.** Daño en la estructura de un pórtico de hormigón con cerramiento de mampostería y abertura

#### 4.9. MAMPOSTERÍA SOMETIDA A CARGAS PERPENDICULARES A SU PLANO

El estudio del volumen elemental representativo en tres dimensiones realizado en este capítulo, permite generalizar los casos de carga y analizar sollicitaciones fuera del plano de la mampostería y, de esta manera, predecir el comportamiento de muros con configuración periódica ante la acción de cargas en el plano y fuera de él, actuando de manera simultánea o por separado.

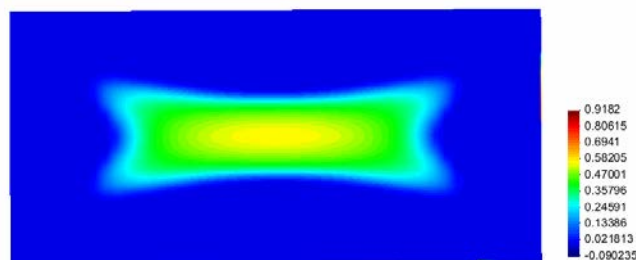
Lee et al (1996), presentan un modelo para simular a la mampostería sometida a cargas perpendiculares al plano del panel y utilizan para su validación, resultados experimentales provistos por la *British Ceramic Research Ltd*. El panel modelado tiene dimensiones de  $5.5 \times 2.6 \times 0.102 \text{m}^3$  y las condiciones de apoyo del mismo se muestran en la Figura 4.43.

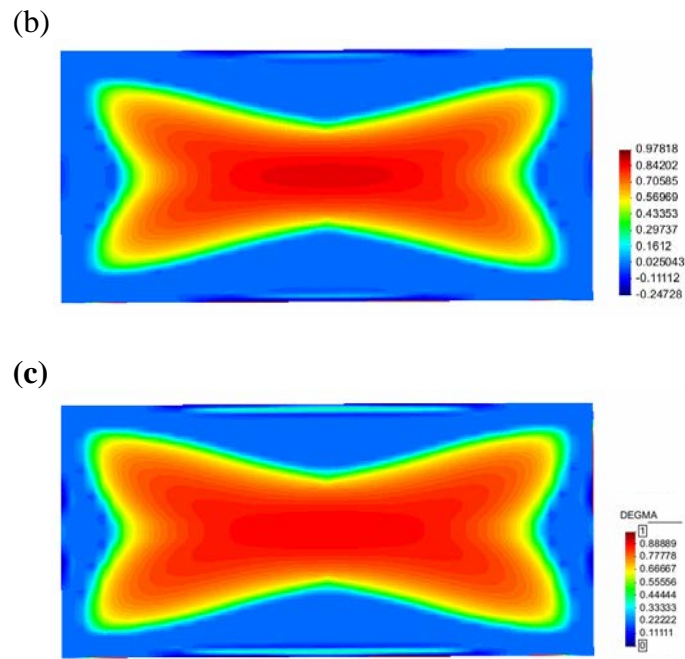


**Figura 4.43.** Condiciones geométricas, de contorno y carga aplicada a un muro de mampostería (Lee et al., 1994)

Se utilizaron ladrillos de dimensiones  $212 \times 65 \times 102 \text{mm}^3$  con las siguientes características mecánicas:  $E = 22582 \text{MPa}$  y  $\nu = 0.25$ . Para la junta de 10mm de espesor se utilizó un mortero con  $E = 7400 \text{MPa}$  y  $\nu = 0.30$  y tensiones límites a la tracción de  $0.32 \text{MPa}$  para las juntas horizontales y  $1.15 \text{MPa}$  para las juntas verticales. Se aplica de manera gradual una carga distribuida sobre el panel como se indicaba en la Figura (4.43) y en la Figura (4.44) se muestra el patrón de propagación del daño para valores de carga  $q$  de  $1 \text{KN/m}^2$ ,  $2 \text{KN/m}^2$  y  $2.5 \text{KN/m}^2$  respectivamente.

(a)





**Figura 4.44.** Mapa y evolución del daño obtenido para un panel de mampostería sometido a una carga uniformemente distribuida perpendicular a su plano. a)  $q = 1\text{KN/m}^2$ , b)  $q = 2\text{KN/m}^2$  y c)  $q = 2.5\text{KN/m}^2$ .



## **ANEXO A – 4**

### **MODELO DE DAÑO UNILATERAL** **(Faria et al., 1998)**

En este Anexo se describe el modelo de Faria et al. (1998), ya que este modelo ha sido también implementado en el marco de la teoría de homogeneización presentada en el Capítulo 4 de esta tesis, y los resultados obtenidos se encuentran en las referencias Quinteros et al. (2011) y Quinteros et al. (2012b).

#### **A.4.1. MODELO DE FARIA ET AL. (1998)**

Debido a la diferencia entre las tensiones límites de tracción y compresión de los materiales friccionales, Faria et al. (1998) formularon un modelo de daño unilateral que permite distinguir el comportamiento ante cargas de compresión y tracción. La característica más importante de este modelo es el hecho que el daño, si bien es irreversible, puede estar activo o no en función de las condiciones de carga.

Para la descripción del modelo es necesario definir dos variables de daño escalares,  $d^+$  y  $d^-$ , para tensiones de tracción y compresión respectivamente. Por ello se debe descomponer al tensor de tensión efectiva en una parte positiva  $\bar{\sigma}_{ij}^+$  y una negativa  $\bar{\sigma}_{ij}^-$  tal que  $\bar{\sigma}_{ij} = \bar{\sigma}_{ij}^+ + \bar{\sigma}_{ij}^-$ , sobre las que estarán asociadas cada una de ellas.

$$\bar{\sigma}_{ij} = \bar{\sigma}_{ij}^+ + \bar{\sigma}_{ij}^- \quad (\text{A4.1})$$

Dicha descomposición viene dada a través de las tensiones y direcciones principales:

$$\bar{\sigma}_{kl}^+ = \sum_i \langle \bar{\sigma}_i \rangle p_k^i p_l^i \quad (\text{A4.2})$$

con:

$\bar{\sigma}_i$ : tensiones principales del tensor  $\bar{\sigma}_{ij}$

$p_k^i$ : vector unidad para la asociada dirección principal

$\langle \cdot \rangle$ : función rampa

De la ecuación (A4.1), despejando se obtiene:

$$\bar{\sigma}_{ij}^- = \bar{\sigma}_{ij} - \bar{\sigma}_{ij}^+ \quad (\text{A4.3})$$

Si sólo se considera actuando al daño, es decir que no se consideran deformaciones plásticas, el potencial de energía libre de Helmholtz se define como:

$$\Psi(\varepsilon, d^+, d^-) = (1 - d^+) \Psi_0^+(\varepsilon) + (1 - d^-) \Psi_0^-(\varepsilon) \quad (\text{A4.4})$$

donde  $\Psi_0^+$  y  $\Psi_0^-$  se definen como densidad de energía libre elástica:

$$\Psi_0^+ = \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{ij}^+ C_{ijkl}^o \bar{\sigma}_{kl}^+ = \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{ij}^+ \varepsilon_{ij} \quad (\text{A4.5})$$

$$\Psi_0^- = \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{ij}^- C_{ijkl}^o \bar{\sigma}_{kl}^- = \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{ij}^- \varepsilon_{ij}$$

Así definidas,  $\Psi_0^+$  y  $\Psi_0^-$  son las fuerzas termodinámicas asociadas a las variables internas  $d^+$  y  $d^-$ .

$$-\frac{\partial \Psi}{\partial d^+} = \Psi_0^+ \geq 0, \quad -\frac{\partial \Psi}{\partial d^-} = \Psi_0^- \geq 0$$

El criterio de daño usado, es análogo al criterio de daño escalar de Simo y Ju (1987), pero diferenciado en cada dirección, por lo que se define una tensión de tracción equivalente y una tensión de compresión equivalente:

$$\bar{\tau}^+ = \sqrt{\sigma_{ij}^+ C_{ijkl}^0 \sigma_{kl}^+} \quad (\text{A4.6})$$

$$\bar{\tau}^- = \sqrt{\sqrt{3}(K \bar{\sigma}_{oct}^- + \bar{\tau}_{oct}^-)} \quad (\text{A4.7})$$

$K$ : propiedad material (parámetro experimental)

$\bar{\sigma}_{oct}^-$  y  $\bar{\tau}_{oct}^-$ : tensión normal octaédrica y tensión de corte octaédrica respectivamente.

Por lo tanto, los criterios de daño se definen como:

$$g^+(\bar{\tau}^+, r^+) = \bar{\tau}^+ - r^+ \leq 0 \quad (\text{A4.8})$$

$$g^-(\bar{\tau}^-, r^-) = \bar{\tau}^- - r^- \leq 0$$

donde  $r^-$  y  $r^+$  son los umbrales de daño y  $r_0^-$  y  $r_0^+$  son los parámetros iniciales de daño:

$$r_0^+ = \frac{\bar{\sigma}^+}{\sqrt{E_0}}, \quad r_0^- = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{3}(k - \sqrt{2})\bar{\sigma}^-} \quad (\text{A4.9})$$

Las siguientes ecuaciones se asumen como leyes de evolución de las variables internas  $d^+$  y  $d^-$ :

$$\dot{d}^+ = \dot{g}^+ \frac{\partial G^+(r^+)}{\partial r^+} \quad (\text{A4.10})$$

$$\dot{r}^+ = \dot{g}^+ (\geq 0)$$

donde  $G^+$  (y análogamente  $G^-$  para la otra dirección) son funciones arbitrarias monótonicas crecientes y  $g^+$  y  $g^-$  son parámetros de consistencia de daño.

Las condiciones de carga y descarga de Kuhn-Tucker se expresan como:

$$\dot{g}^+ \geq 0, \quad g^+ \leq 0, \quad \dot{g}^+ g^+ = 0 \quad (\text{A4.11})$$

Se puede concluir, que para un instante genérico dado:

$$r^+ = \max \left\{ r_0^+, \max_{s \in [0, t]} \left( \bar{\tau}_s^+ \right) \right\}, \quad r^- = \max \left\{ r_0^-, \max_{s \in [0, t]} \left( \bar{\tau}_s^- \right) \right\}$$

La regla de evolución de las variables  $d^+$  y  $d^-$  han sido derivadas utilizando como base trabajos previos, en particular para la variable  $d^+$ , la ley de evolución es adoptada de Oliver et al (1990):

$$d^+ = G^+(r^+) = 1 - \frac{r_0^+}{r^+} e^{A^+ \left(1 - \frac{r^+}{r_0^+}\right)} \quad (\text{A4.12})$$

$$A^+ = \left( \frac{G_f}{r_0^{+2}} - \frac{1}{2} \right)^{-1} \geq 0$$

donde  $G_f$  es la energía de fractura.

Mientras que para la variable  $d^-$  la ley de evolución es adoptada del trabajo de Mazars and Pijaudier-Cabot (1989):

$$d^- = G^-(r^-) = 1 - \frac{r_0^-}{r^-} (1 - A^-) - A^- e^{B^- \left(1 - \frac{r^-}{r_0^-}\right)} \quad (\text{A4.13})$$

Los parámetros  $A^-$  y  $B^-$  se determinan experimentalmente de curvas de tensión - deformación uniaxiales.

Por lo tanto, de acuerdo a este modelo, el tensor de tensiones de Cauchy se deriva de la siguiente ley constitutiva:

$$\sigma_{ij} = (1 - d^+) \sigma^+ + (1 - d^-) \sigma^- \quad (\text{A4.14})$$

## Anexo B-4

# TEORÍA DE MEZCLAS, APLICADA AL PÓRTICO DE HORMIGÓN ARMADO

### B.4.1. INTRODUCCIÓN

Cada una de las sustancias componentes que integran un compuesto condicionan con su propia ley constitutiva el comportamiento del conjunto en función de la proporción del volumen en que participan y de su distribución morfológica en el compuesto.

Existen diversas teorías que permiten simular el comportamiento constitutivo de los materiales compuestos. Una de ellas es la *Teoría de Mezclas* (Trusdell y Topin, 1960), que se considera adecuada para la simulación del comportamiento de materiales compuestos en régimen lineal y, con ciertas modificaciones, permite simular el comportamiento una vez superado el límite de proporcionalidad del material. Esta teoría establece que los materiales componentes, que coexisten en un punto del sólido, deben tener la misma deformación (componentes participando en *paralelo*). Esta hipótesis plantea una fuerte limitación en la utilización de esta teoría para la predicción del comportamiento de los materiales compuestos. Para solucionar este problema se realizaron planteos que abordan ciertas generalizaciones de la teoría de mezclas, partiendo de ecuaciones de compatibilidad que se adaptan al comportamiento del

compuesto (componentes participando en *serie-paralelo*). En este capítulo se presenta una breve descripción de las mismas.

### B.4.2. TEORÍA DE MEZCLAS CLÁSICA

La teoría de *mezclas clásica* se basa en la mecánica del sólido continuo local y se considera adecuada para explicar el comportamiento de un punto de un sólido compuesto. Se basa en el principio de interacción de sustancias componentes que constituyen el material, asumiendo las siguientes hipótesis: i) en cada volumen infinitesimal de un compuesto participan un conjunto de sustancias componentes; ii) cada componente contribuye en el comportamiento del compuesto en la misma proporción que su participación volumétrica; iii) todos los componentes poseen la misma deformación (ecuación de cierre o compatibilidad); iv) el volumen ocupado por cada componente es mucho menor que el volumen total del compuesto. La segunda de las hipótesis implica una distribución homogénea de todas las sustancias en una cierta región del compuesto. La interacción entre las diferentes sustancias componentes, cada una con su respectiva ley constitutiva, determina el comportamiento del material compuesto y depende básicamente del porcentaje en volumen ocupado por cada componente y de su distribución en el compuesto. Esto permite combinar materiales con comportamientos diferenciados (elástico, elasto-plástico, etc.), donde cada uno de ellos presenta un comportamiento evolutivo gobernado por su propia ley (Green y Naghdi, 1965; Trusdell y Toupin, 1960; Ortiz y Popov, 1982; Oller *et al.*, 1996). La tercera de las hipótesis establece que, en ausencia de difusión atómica<sup>1</sup>, se cumple la siguiente condición de compatibilidad bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones para cada una de las fases del material compuesto:

$$\varepsilon_{ij} = (\varepsilon_{ij})_1 = (\varepsilon_{ij})_2 = \dots = (\varepsilon_{ij})_n \quad (\text{B4.1})$$

donde  $\varepsilon_{ij}$  y  $(\varepsilon_{ij})_n$  representan las deformaciones del conjunto y de la componente  $n$ -ésima del material, respectivamente.

---

<sup>1</sup> Los fenómenos de difusión atómica se producen a temperaturas cercanas al punto de fusión. En los análisis se considera una temperatura inferior a la correspondiente al punto de fusión.

La energía libre de un material compuesto está dada por la suma de las energías libres de cada una de las fases del material ponderadas en función de su participación volumétrica, esto es:

$$m\psi(\varepsilon^e, \theta, \alpha^m) = \sum_{c=1}^n k_c m_c \psi_c[\varepsilon, (\varepsilon^p)_c, \theta, \alpha_c^m] \quad (\text{B4.2})$$

donde  $\psi_c$  es la energía libre por unidad de masa correspondiente a cada una de las “ $n$ ” sustancias componentes de la mezcla,  $k_c$  es el coeficiente de participación volumétrica,  $(\varepsilon^p)_c$  es la deformación plástica de cada fase,  $m_c$  la densidad y  $\alpha_c^m$  son las variables internas del componente  $c$ -ésimo, que definen el comportamiento físico de cada sustancia componente.

El factor de ponderación o coeficiente de participación volumétrica  $k_c$  permite considerar la contribución de cada fase y se obtiene considerando la participación en volumen de cada una de las componentes respecto del volumen total,

$$k_c = \frac{dV_c}{dV_0} \quad (\text{B4.3})$$

donde  $V_c$  representa el volumen del componente  $c$ -ésimo del material y  $V_0$  es el volumen total del material compuesto. Los coeficientes de participación volumétrica de los distintos componentes de un material compuesto deben satisfacer la siguiente condición:

$$\sum_{c=1}^n k_c = 1, \quad (\text{B4.4})$$

la cual permite recuperar la energía libre para el caso de materiales monofase y garantiza la conservación de la masa. Siguiendo un procedimiento similar al utilizado para materiales simples (Oller, 1988; Lubliner *et al.*, 1989; Oñate *et al.*, 1991; Oller *et al.*, 1996), a partir de la desigualdad de Clasius-Duhem y aplicando el método de Coleman se obtiene la entropía que está dada por:

$$\eta = -m \frac{\partial \psi(\varepsilon_{ij}; \theta; \alpha_i)}{\partial \theta} = -\sum_{c=1}^n \left( k_c m_c \frac{\partial \psi_c(\varepsilon_{ij}; \theta; (\alpha_i)_c)}{\partial \theta} \right) = -\sum_{c=1}^n k_c m_c \eta_c \quad (\text{B4.5})$$

donde  $\eta_c$  es la entropía de cada una de las fases. La ecuación constitutiva surge también aplicando el método de Coleman a la desigualdad de Clasius-Duhem,

$$\sigma_{ij} = m \frac{\partial \psi(\varepsilon_{ij}; \theta; \alpha_i)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^n k_c m_c \frac{\partial \psi_c(\varepsilon_{ij}; \theta; (\alpha_i)_c)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^n k_c (\sigma_{ij})_c \quad (\text{B4.6})$$

La ecuación constitutiva secante para el material compuesto se escribe como:

$$\sigma_{ij} = \sum_{c=1}^n k_c (\sigma_{ij})_c = \sum_{c=1}^n k_c (\mathbb{C}_{ijkl})_c (\varepsilon_{ij}^e)_c = \mathbb{C}_{ijkl}^S \varepsilon_{ij}^e \quad (\text{B4.7})$$

Teniendo en cuenta la condición de compatibilidad expresada por la ec. (B4.1), la deformación de cada componente está dada por:

$$(\varepsilon_{ij})_c = \varepsilon_{ij} = (\varepsilon_{ij}^e)_c + (\varepsilon_{ij}^p)_c + (\varepsilon_{ij}^t)_c \Rightarrow (\varepsilon_{ij}^e)_c = \varepsilon_{ij} - (\varepsilon_{ij}^p)_c - (\varepsilon_{ij}^t)_c \quad (\text{B4.8})$$

donde  $(\varepsilon_{ij}^e)_c$ ,  $(\varepsilon_{ij}^p)_c$  y  $(\varepsilon_{ij}^t)_c$  representan las cuotas de deformación elástica, plástica y de origen térmico. La deformación plástica del material compuesto se obtiene desarrollando ambos miembros de la igualdad expresada en la ec. (B4.7) considerando la ec. (B4.8) y teniendo en cuenta que para el material compuesto las deformaciones elásticas resultan  $\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^t$ , esto es<sup>2</sup>:

$$(\mathbb{C}_{ijkl})(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^t) = \sum_{c=1}^n k_c (\mathbb{C}_{ijkl})_c (\varepsilon_{ij} - (\varepsilon_{ij}^p)_c - (\varepsilon_{ij}^t)_c) \Rightarrow \quad (\text{B4.9})$$

$$\varepsilon_{ij}^p = (\mathbb{C}_{ijkl})^{-1} \left[ \sum_{c=1}^n k_c (\mathbb{C}_{ijkl})_c ((\varepsilon_{ij}^p)_c - (\varepsilon_{ij}^t)_c) \right] - (\varepsilon_{ij}^t) \quad (\text{B4.10})$$

El tensor constitutivo tangente surge de considerar la variación de la tensión respecto de las deformaciones y está dado por:

$$\mathbb{C}_{ijkl} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} = m \frac{\partial^2 \psi(\varepsilon_{ij}; \theta; \alpha_i)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} = \sum_{c=1}^n k_c (\mathbb{C}_{ijkl})_c \quad (\text{B4.11})$$

<sup>2</sup> Para deducir esta expresión es necesario tener en cuenta la condición de compatibilidad de deformaciones dada por la ec. (B4.1) y que  $(\mathbb{C}_{ijkl})(\varepsilon_{ij}) = \sum_{c=1}^n k_c (\mathbb{C}_{ijkl})_c (\varepsilon_{ij})$ .



La teoría de mezclas clásica, es rigurosamente válida sólo si se aplica a materiales compuestos cuyos componentes trabajen en paralelo. Estos materiales se caracterizan porque su estado tensional resulta ser la suma de las tensiones de cada componente ponderadas de forma proporcional al volumen que ocupa cada fase respecto del total. Este caso se produce, por ejemplo, en materiales compuestos constituidos por matriz con fibras largas sometidos a un esfuerzo en la dirección de las fibras. En el caso de matriz con fibras largas sometida a un esfuerzo en otra dirección, como por ejemplo en la dirección transversal al refuerzo, o en el caso de laminados, no resulta válida la hipótesis de igualdad entre las deformaciones de todos los componentes. Para solucionar este inconveniente se pueden plantear, básicamente, dos alternativas: definir otra ecuación de cierre que permita simular adecuadamente los fenómenos que se producen en el material, o realizar una corrección en las propiedades de cada componente y mantener la hipótesis de iguales deformaciones en cada uno de los componentes del compuesto (Oller, 2003).

#### **B.4.3. MODIFICACIÓN DE LA TEORÍA CLÁSICA. MODELO SERIE /PARALELO**

La limitación de la teoría de mezclas clásica ha dado lugar a diferentes propuestas para la modificación y/o generalización de la misma. Particularmente, en este trabajo se presenta la teoría de mezclas serie/paralelo, originalmente formulada por F. Rastellini (2006), cuya gran ventaja reside en conseguir equilibrio entre los componentes para distintos grados de compatibilidad. A continuación se presenta una breve introducción a esta formulación.

La teoría de mezclas Serie Paralelo (S/P) considera que en la dirección de cada fibra el comportamiento de los materiales componentes es en paralelo mientras que su comportamiento es en serie para el resto de direcciones. Para tener en cuenta esta doble condición de compatibilidad, es necesario descomponer los tensores de deformación y de tensión de los materiales componentes en su dirección en serie y en paralelo. Para ello se define  $e_1$  como el vector director que determina el comportamiento en paralelo, que permite obtener el tensor de proyección de la dirección en paralelo  $N_p = e_1 \otimes e_1$  y que a su vez se utiliza para definir el tensor de proyección en paralelo  $P_p = N_p \otimes N_p$

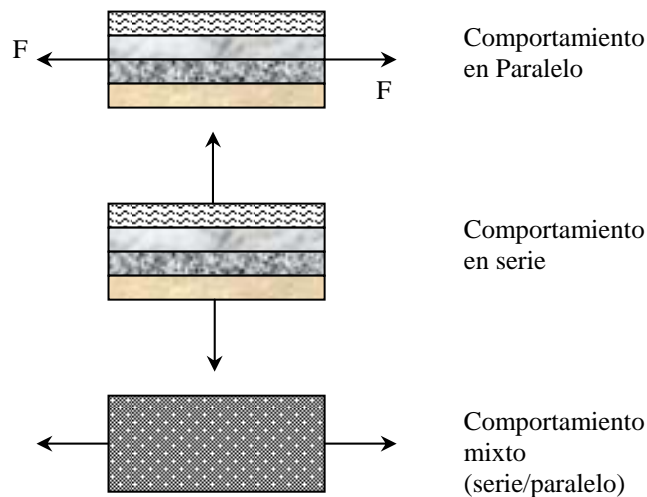
cuya función es descomponer la parte del comportamiento en paralelo del tensor de tensiones y deformaciones.

El tensor de proyección en serie se puede obtener como el complementario del tensor en la dirección en paralelo  $P_S = I - N_P$ . Ambos tensores permiten descomponer el tensor de deformación en sus componentes en serie y en paralelo. Esto es,

$$\varepsilon = \varepsilon_P + \varepsilon_S; \quad \varepsilon_P = P_P : \varepsilon \quad \text{y} \quad \varepsilon_S = P_S : \varepsilon \quad (\text{B4.12})$$

El tensor de tensiones se puede dividir de forma análoga, obteniendo:

$$\sigma = \sigma_P + \sigma_S; \quad \sigma_P = P_P : \sigma \quad \text{y} \quad \sigma_S = P_S : \sigma \quad (\text{B4.13})$$



**Figura B4.1:** Comportamiento esquemático serie-paralelo de un compuesto

El modelo numérico desarrollado para obtener la relación tensión-deformación del material compuesto a partir de un comportamiento serie/paralelo de sus componentes se basa en las siguientes hipótesis:

- Los materiales componentes tienen la misma deformación en la dirección en paralelo (condición de iso-deformación).
- Los materiales componentes tienen la misma tensión en la dirección en serie (condición de iso-tensión).
- La contribución de los componentes a la respuesta del compuesto es directamente proporcional a su participación volumétrica en el mismo.

- Se considera una distribución homogénea de los distintos componentes en el compuesto.
- Los materiales componentes están perfectamente unidos entre ellos.

La Figura B.4.1 muestra un esquema del significado del comportamiento en serie y en paralelo de un material compuesto genérico.

### B.4.3.1. Tratamiento de las ecuaciones constitutivas de los materiales componentes

El comportamiento de cada uno de los materiales componentes del compuesto se obtiene con su propia ecuación constitutiva. Así, normalmente el hormigón sigue la ley constitutiva de daño y el refuerzo de acero se modela mediante la plasticidad clásica. A modo de ejemplo, se muestra a continuación el caso en que la ecuación de uno de los componentes cumple con el daño escalar de Kachanov (1958) (Oller, 2001) y la plasticidad clásica (Lubliner, 1990), resultando la siguiente ecuación,

$${}^k\sigma = \rho_0 \frac{\partial {}^k\Psi}{\partial \varepsilon} = (1 - {}^k d) \cdot {}^k\mathbb{C} : \underbrace{({}^k\varepsilon - {}^k\varepsilon^p)}_{{}^k\varepsilon^e} \quad (\text{B4.14})$$

siendo  ${}^k\sigma$  la tensión del material componente  $k$  del compuesto,  ${}^k\mathbb{C}$  su tensor constitutivo y  ${}^k\varepsilon$ ,  ${}^k\varepsilon^p$  y  ${}^k\varepsilon^e$  las deformaciones totales, plásticas y elásticas respectivamente. La ecuación (B4.14) se puede reescribir teniendo en cuenta la descomposición de los tensores en sus componentes en serie y en paralelo:

$$\begin{bmatrix} {}^k\sigma_P \\ {}^k\sigma_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^k\mathbb{C}_{PP} & {}^k\mathbb{C}_{PS} \\ {}^k\mathbb{C}_{SP} & {}^k\mathbb{C}_{SS} \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} {}^k\varepsilon_P^e \\ {}^k\varepsilon_S^e \end{bmatrix} \quad (\text{B4.15})$$

siendo,

$$\begin{aligned} {}^k\mathbb{C}_{PP} &= P_P : {}^k\mathbb{C} : P_P; & {}^k\mathbb{C}_{PS} &= P_P : {}^k\mathbb{C} : P_S; \\ {}^k\mathbb{C}_{SP} &= P_S : {}^k\mathbb{C} : P_P; & {}^k\mathbb{C}_{SS} &= P_S : {}^k\mathbb{C} : P_S \end{aligned} \quad (\text{B4.16})$$

Las ecuaciones que definen el equilibrio tensional y establecen la compatibilidad de deformaciones entre los componentes del compuesto se obtienen del análisis de las hipótesis anteriores. Con este planteamiento, la relación entre un material de matriz (hormigón) y uno de refuerzo (barras de acero) en las direcciones en serie y en paralelo

será,

$$\text{En paralelo} \quad \begin{cases} {}^c \varepsilon_P = {}^m \varepsilon_P = {}^f \varepsilon_P \\ {}^c \sigma_P = {}^m k^m \sigma_P + {}^f k^f \sigma_P \end{cases} \quad (\text{B4.17})$$

$$\text{En serie} \quad \begin{cases} {}^c \varepsilon_S = {}^m k^m \varepsilon_S + {}^f k^f \varepsilon_S \\ {}^c \sigma_S = {}^m \sigma_S = {}^f \sigma_S \end{cases} \quad (\text{B4.18})$$

Los superíndices  $c$ ,  $m$  y  $f$  designan al material compuesto, matriz y refuerzo de acero, respectivamente. El parámetro  ${}^i k$  designa la participación volumétrica del material  $i^{\text{esimo}}$  en el compuesto.

Puesto que la teoría de mezclas es un gestor de ecuaciones constitutivas, la implementación de la misma en un código de elementos finitos se deberá realizar a nivel constitutivo. Esto es, en la parte del código que, a partir de la deformación de un punto de integración de gauss, obtiene la tensión que le corresponde. Luego, siendo la variable que entra en el algoritmo la deformación del compuesto  ${}^c \varepsilon$  en el instante de tiempo  $t + \Delta t$ , el algoritmo deberá encontrar el estado tenso-deformacional de cada uno de los componentes del compuesto que cumplan con las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad y devolver la tensión del compuesto  ${}^c \sigma$ . La primera operación a realizar por el algoritmo es separar el tensor de deformación en sus partes en serie y en paralelo, para calcular las deformaciones de los materiales componentes fibra y matriz. Una vez hecha esta separación, la componente en paralelo de la deformación para los materiales componentes es, tal como indica la ecuación (B4.18), la misma para ambos. Por otro lado, la componente en serie requiere una primera predicción de las deformaciones esperadas en alguno de los componentes. Si esta predicción se realiza sobre el material matriz, el incremento de las deformaciones esperadas en el paso de carga actual se puede obtener como,

$$\left[ {}^m \Delta \varepsilon_S \right]^0 = \mathbb{A} : \left[ {}^f \mathbb{C}_{SS} : {}^c \Delta \varepsilon_S + {}^f k \left( {}^f \mathbb{C}_{SS} - {}^m \mathbb{C}_{SP} \right) {}^c \Delta \varepsilon_P \right] \quad (\text{B4.19})$$

siendo,  $\mathbb{A} = \left( {}^m k^f \mathbb{C}_{SS} + {}^f k^m \mathbb{C}_{SS} \right)^{-1}$  y  ${}^c \Delta \varepsilon_S = {}^{t+\Delta t} \left[ {}^c \varepsilon_S \right] - {}^t \left[ {}^c \varepsilon_S \right]$ . Con esta primera aproximación de las deformaciones en serie de la matriz, el tensor de deformaciones de la fibra se puede calcular, utilizando la ecuación (B4.19),

$${}^{t+\Delta t} [\mathcal{E}_S]^0 = \frac{1}{f k} {}^{t+\Delta t} [\mathcal{E}_S] - \frac{m k}{f k} {}^{t+\Delta t} [{}^m \mathcal{E}_S] \quad (\text{B4.20})$$

Una vez conocidas las deformaciones en serie del material acero y del material matriz de hormigón, éstas se deben reagrupar con las componentes en paralelo para poder obtener el tensor de deformación de cada material componente. En este punto, se debe utilizar las ecuaciones constitutivas de cada uno de los materiales, de forma independiente, para obtener sus tensiones y la actualización de sus variables internas. La componente en serie de las tensiones que se obtengan para el material fibra y el material matriz deberán verificar la condición de equilibrio (B4.20),

$$\Delta \sigma_S = {}^m \sigma_S - {}^f \sigma_S \leq \text{toler} \quad (\text{B4.21})$$

donde  $\Delta \sigma_S$  es la tensión residual. Si ésta resulta ser menor que la tolerancia, la predicción inicial de las deformaciones en serie de la matriz habrá resultado ser correcta y, por tanto, también las tensiones obtenidas. Por otro lado, si la ecuación (B4.21) no se verifica, deberá corregirse la predicción inicial de la deformación. Esta corrección se realiza mediante un procedimiento de Newton-Raphson, para el que resulta necesario obtener el operador Jacobiano a partir de la ecuación del residuo.

$$\mathbb{J} = \left. \frac{\partial \Delta \sigma_S}{\partial {}^m \mathcal{E}_S} \right|_{{}^m \mathcal{E}_S = [{}^m \mathcal{E}_S]^n} = [{}^m \mathbb{C}_{SS}]^n + \frac{m k}{f k} [{}^f \mathbb{C}_{SS}]^n \quad (\text{B4.22})$$

siendo  $n$  el número de la última iteración realizada.

Una vez se tiene el operador jacobiano, la corrección de la predicción del tensor de deformaciones en serie de la matriz de hormigón, se realiza de la siguiente manera,

$$[{}^m \mathcal{E}_S]^{n+1} = [{}^m \mathcal{E}_S]^n - \mathbb{J}^{-1} : [\Delta \sigma_S]^n \quad (\text{B4.23})$$

Para obtener una convergencia cuadrática con la teoría de mezclas Serie/Paralelo, el jacobiano se debe obtener utilizando los tensores constitutivos tangentes de la fibra y la matriz. Según la ecuación constitutiva que se utilice para cada uno de estos materiales, puede ser que no exista una expresión analítica con la que obtener el tensor constitutivo tangente. Para solucionar este problema y obtener un

algoritmo robusto, se suele utilizar un algoritmo de derivación numérica por perturbaciones (Martínez et al, 2007; Martínez, 2008).

Obtenida la tensión y deformación en cada componente, es cuando interviene el correspondiente modelo constitutivo del propio material componente. Es aquí donde se introduce la diversidad de comportamientos y si corresponde, la no linealidad que luego se manifestará en el material compuesto y en la estructura global.

Utilizando las deformaciones obtenidas para el refuerzo de acero (ecuación (B4.24)) y para la matriz de hormigón (ecuación (B4.23)), se introducen éstas en la correspondiente ley constitutiva (hormigón o acero) y de aquí resulta el correcto estado tensional al que está trabajando el material componente.

En la Figura B.4.2 se muestra el diagrama de flujo correspondiente a la implementación de la teoría de mezclas S/P.

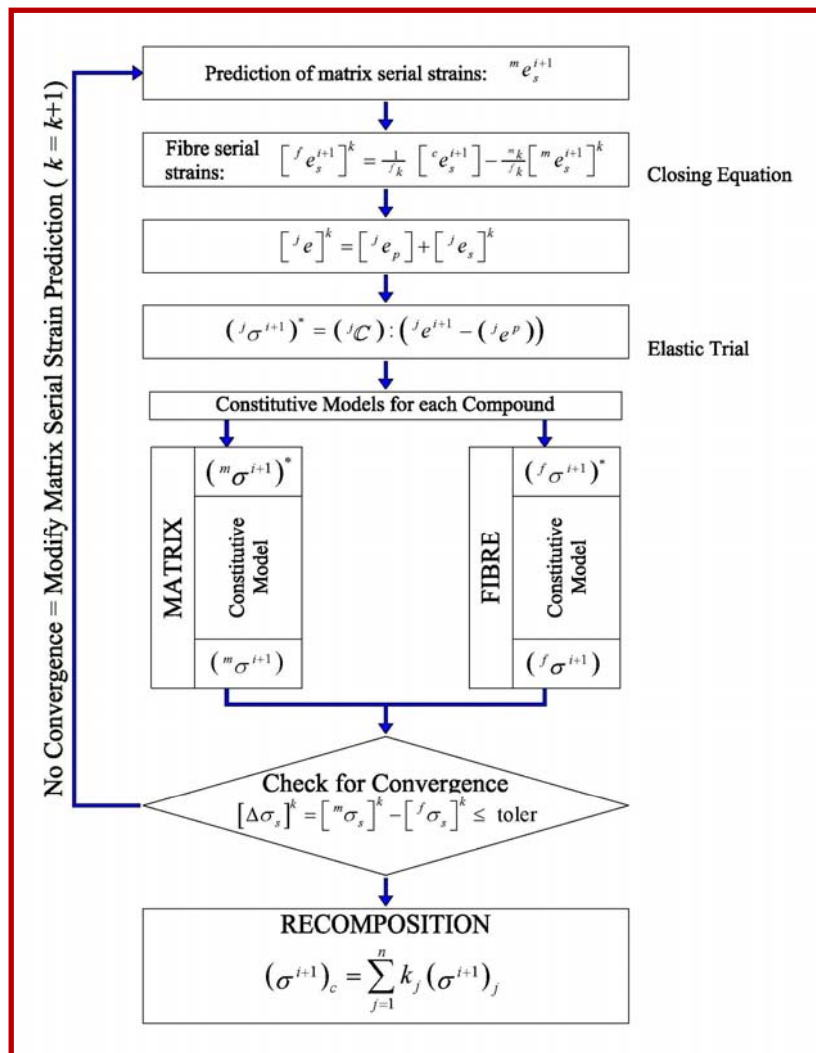


Figura B4.2. Diagrama de flujo con la implementación de la teoría de mezclas serie/paralelo

# **CAPÍTULO 5**

## **CONCLUSIONES GENERALES Y SUGERENCIAS PARA TRABAJOS FUTUROS**

### **5.1. CONCLUSIONES**

En la presente Tesis se propone una metodología que acopla una técnica de homogeneización con un modelo de daño, apropiada para resolver el análisis de muros de mampostería sometidos a diversas tipologías de cargas. La formulación desarrollada es apropiada para el análisis no lineal de mampostería constituida por ladrillos y mortero ubicado en juntas y verticales, conformando una estructura periódica. La técnica de homogeneización empleada puede considerarse como un caso particular del Método de los Promedios y se basa en la propuesta de López et al. (1999). A partir del análisis de los modos de deformación de una celda unidad en tres dimensiones (volumen elemental representativo), se obtienen las ecuaciones a nivel de la macro-escala, las cuales contienen la información de los diferentes mecanismos cinemáticos de deformación en las coordenadas espaciales  $(x,y,z)$ , así como la geometría y el comportamiento constitutivo de los componentes de la celda unidad.

A nivel de los componentes, en esta tesis se ha considerado para los ladrillos una ley de comportamiento elástico lineal, mientras que para el mortero se propone un modelo original de degradación diferenciada (Quinteros et al, 2013), que permite degradar de manera selectiva los módulos de rigidez volumétrico y cortante a través de dos variables internas y de sus respectivas ecuaciones de evolución, asociadas a cada fenómeno particular, resultando apropiado para cualquier tipo de material friccional.

Además se ha incorporado, junto a la técnica de homogeneización planteada, el modelo de daño unilateral de Faria et al. (1998) a efectos de simular el comportamiento ante cargas reversibles.

Por otra parte, la heterogeneidad en la composición de la mampostería, junto con la disposición de los componentes (ladrillos y juntas) conduce a una combinación que es fuertemente anisótropa. Por ello, para reproducir este comportamiento anisótropo, en esta tesis se utiliza la Teoría de Transformación de Espacios en la que se simula el comportamiento del sólido anisótropo real mediante un sólido ficticio isótropo. De esta manera, el problema se resuelve en el espacio isótropo ficticio, lo que permite utilizar modelos de daño desarrollados para materiales isótropos y, en particular, el modelo de daño propuesto en esta tesis.

Además de lo antes mencionado y de lo expresado en el cuerpo de la tesis, y a partir de los resultados obtenidos, se pueden agregar las siguientes conclusiones:

- Las técnicas de homogeneización para la obtención de un tensor constitutivo para tratar a la mampostería como un material homogéneo en la macro-escala resultan útiles en su aplicación, ya que conllevan un gran ahorro computacional para las simulaciones numéricas en el código de elementos finitos reduciendo considerablemente el tiempo para los procesos de generación de malla. En consecuencia, el número de elementos finitos necesarios es mucho menor que en los micro-modelos. Esta técnica es óptima para estructuras grandes donde el uso de elementos finitos para cada componente de la mampostería (ladrillo, juntas y/o interfaz) no es práctico para la generación de mallas.
- La combinación de la técnica de homogeneización, el modelo de daño propuesto, la técnica de mapeo de espacios y el criterio de falla de Mohr-Coulomb modificado



(Oller, 1991), permite obtener superficies de falla de la mampostería que resultan ser concordantes con las obtenidas de manera experimental.

- En el modelo de degradación propuesto, se destaca la diferenciación selectiva de la degradación, lo que constituye una mejora en relación a otros modelos de daño clásicos que degradan de igual manera el tensor constitutivo completo.
- Cuando se combina la homogeneización ad-hoc desarrollada con el modelo de degradación diferenciada propuesto y con el modelo de daño unilateral se obtienen resultados que concuerdan de manera satisfactoria con otros modelos numéricos y experimentales presentes en la bibliografía.
- Es notorio en las simulaciones la incidencia que tienen en el comportamiento las condiciones de apoyo de los paneles, fundamentalmente en aquellos casos de cargas en el plano de la mampostería, ya que la respuesta es totalmente distinta si la cara superior se encuentra libre o restringida al giro, porque que ello marcará su tipología de falla. En el pórtico de hormigón con cerramiento de mampostería, esa restricción se da de manera natural, mientras que el recurso empleado en las campañas experimentales para lograr este efecto, es la colocación de una viga rígida en la parte superior del panel lo que, a su vez, permite la aplicación de una compresión inicial.
- La combinación de las condiciones de borde y esfuerzos de pre-compresión dominan la falla. Ante un comportamiento de flexión puede ocurrir una fractura en la base debido a las tensiones de tracción generando una rotación sobre la esquina superior opuesta, o bien pueden producirse fisuras tempranas provocadas por esfuerzos de tracción que reduzcan la sección efectiva del panel, lo que deriva en una concentración de tensiones de compresión a los pies del panel ocasionando su falla. La falla puede producirse también asociada a los esfuerzos de corte, donde la fisuración se propaga, ya sea siguiendo la dirección de las juntas, o traspasando la sección del ladrillo. Un mecanismo de falla por flexión predominante es característico de paneles sometidos a menores valores de pre-compresión.

## 5.2. PUBLICACIONES Y CONTRIBUCIONES DE ESTA TESIS

El acoplamiento de un modelo original de degradación elástica a una técnica de homogenización ad-hoc para simular el comportamiento estructural de muros de mampostería es el fundamental aporte de esta tesis.

La aplicación de manera directa a los temas pertinentes a esta tesis se materializó en la implementación y generalización de los resultados de la técnica de homogeneización descrita en el Capítulo 4 y su acoplamiento con el modelo de daño unilateral detallado en el Anexo A4 y quedó plasmada en la siguiente publicación:

- Quinteros R., Oller S., Nallim L. (2012b). Nonlinear homogenization techniques to solve masonry structures problems. *Composite Structures*, 94:724-730.

El acoplamiento de la técnica de homogeneización y el modelo original de degradación diferenciada se plasmó en:

- Quinteros R., Oller S., Nallim L. (2012a). Modelo de Degradación Diferenciada para Materiales Compuestos. *Mecánica Computacional Vol XXXI*, 1591-1606. X Congreso Argentino de Mecánica Computacional (MECOM 2012).
- Quinteros R., Oller S., Nallim L. (2013). A Volumetric-Deviatoric degradation model into a homogenization framework for masonry material. *Materials and Structures* (Trabajo completo enviado en evaluación. Manuscript Number MAAS-D-13-00447)
- Quinteros R., Bellomo F., Nallim L., Oller S. Análisis del Comportamiento Estructural de Mampostería confinada y no confinada. XXXVI Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural. (Resumen enviado para su evaluación)

De manera complementaria y a efectos de alcanzar el objetivo general, durante la primera etapa del doctorado se realizó una fase de estudio sobre teorías de homogeneización y mecánica de materiales compuestos en general, así se desarrolló una metodología para el análisis dinámico de placas compuestas laminadas asimétricas reforzadas con fibras largas unidireccionales con bordes elásticamente restringidos (Nallim, Bellomo, Quinteros y Oller, 2010). Para esta formulación se incluyó el método de homogeneización de Eshelby (1957) considerando la modificación de Mori-Tanaka (1973) para soluciones no diluidas, de manera de trabajar con las propiedades

mecánicas de las fases componentes, forma, orientación y coeficientes de participación volumétrica. Para considerar el refuerzo de compuestos con fibras cortas, se simuló el comportamiento mediante una formulación ad-hoc de la teoría de homogeneización de compuestos reforzados con fibras cortas de cualquier especie, de diferentes formas y dimensiones, ubicadas en una orientación preferencial (Quinteros, Nallim y Luccioni, 2011). Los resultados obtenidos de la esta etapa quedaron reflejados en las siguientes publicaciones:

- Quinteros R., Nallim L., Luccioni B. (2011). Estudio del Comportamiento de Compuestos Reforzados con Fibras Cortas empleando Homogeneización y Teoría de Mezclas. *Mecánica Computacional Vol XXX*, 773-785. XIX Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones (ENIEF 2011)
- Nallim L.G., Bellomo F., Quinteros R., Oller S. (2010). Dynamical analysis of long fiber reinforced laminated plates with elastically restrained edges. *Advances in Acoustics and Vibration*. Hindawi Publishing Corporation. Volume 2012, Article ID 189376, 16 pages, doi:10.1155/2012/189376, 2012.

### **5.3. BECAS Y PARTICIPACIÓN EN PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN**

Becas obtenidas durante la realización de esta tesis:

- Beca de Postgrado CONICET Tipo I (01/04/2009 a 31/03/2012)
- Beca de Postgrado CONICET Tipo II (01/04/2012 a 31/03/2014)

Participación en los siguientes proyectos de investigación:

- Integrante del Proyecto CIUNSa N° 2137: Estudio de la vulnerabilidad sísmica de edificios históricos de mampostería. Su aplicación en la ciudad de Salta. Financiado por el Consejo de Investigación de la Universidad nacional de Salta. Período: 01/01/2012 hasta 31/12/2015. Directora: Ing. Susana Gea.
- Integrante del Proyecto PICTO-SISMO N° 251 Evaluación de la Vulnerabilidad y Rehabilitación Sísmica de Puentes Existentes. Financiado por el Financiado por FONCYT. Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica. Período: 01/01/2011 hasta 31/12/2013. Director: Dr. Gustavo Ariel Pérez.

- Integrante del Proyecto SPU 15-14-192: Desarrollo y aplicación de modelos para el análisis de vulnerabilidad sísmica. Financiado por SPU (Secretaría de Políticas Universitarias Ministerio de Educación de la Nación Argentina). Período: 28/12/2010 hasta 31/06/2013. Directora: Dra. Liz Nallim.
- Integrante del Proyecto PIP CONICET N° 0105/2010: Modelos No Lineales para Materiales Compuestos. Financiado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Período: 18/04/2011 al 17/04/2014. Directora: Dra. Bibiana Luccioni. Co-Directora: Dra. Liz G. Nallim.
- Integrante Aula CIMNE Salta (Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería). Responsable Dra. Liz G. Nallim.
- Integrante del Proyecto CIUNSa N° 1903: Modelos para el análisis de estructuras de material compuesto laminado. Financiado por el Consejo de Investigación de la Universidad nacional de Salta. Período: 01/01/2010 al 31/12/2013. Directora: Dra. Liz G. Nallim. Co-Director: Sergio H. Oller.
- Integrante del Proyecto AECID (A/024063/09): Análisis y evaluación de la vulnerabilidad sísmica en la ciudad de Salta. Financiado por la Agencia Española de Cooperación Internacional para el Desarrollo. Período: 01/01/2010 al 31/12/2010. Director: Dr. Alejandro Barbat.

#### **5.4. SUGERENCIAS PARA FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

La presente tesis ha cumplido de manera satisfactoria los objetivos generales y específicos propuestos, y a su vez deja abierta la posibilidad de continuar estudiando y expandiendo las teorías aquí presentadas o descritas. Siguiendo los lineamientos generales de este trabajo, se sugieren algunas líneas de investigación, las cuales permitirán profundizar, generalizar y extender las formulaciones desarrolladas.

- Implementación de elementos de junta y de contacto para reproducir el despegue y el deslizamiento friccional entre los materiales componentes mediante elementos finitos discontinuos o elementos de barra de sección nula.

- De manera análoga al tratamiento realizado para la homogeneización de la estructura a nivel material debido a su distribución periódica, es posible la formulación e incorporación de un elemento finito apropiado para el análisis del comportamiento no lineal de las sub-escalas estructurales, es decir desarrollar modelos de homogeneización estructural.
- Debido a la marcada influencia que tienen algunos parámetros sobre el comportamiento estructural ante cargas en el plano, tales como la geometría de los paneles (relaciones de aspecto, espesor, etc.), cargas de pre-compresión o condiciones de contorno, sería conveniente emplear la herramienta desarrollada para llevar a cabo estudios paramétricos que permitan obtener bases ciertas sobre tendencias de comportamiento ante diferentes combinaciones de acciones y parámetros geométricos y mecánicos.
- Estudiar el fenómeno denominado normalmente como daño activo/pasivo o efecto unilateral del daño, extendiendo el modelo de degradación diferenciado propuesto en esta tesis, empleando la base conceptual del modelo de Faria et al. (1998) descrito brevemente en el Anexo A4. Es decir estudiar la viabilidad que el daño pueda estar activo o inactivo en la parte volumétrica y/o desviadora ante cambios bruscos del tipo y/o dirección de la sollicitación actuante. Esto resultará sumamente valioso en el caso de cargas cíclicas y sollicitaciones reversibles.
- El modelo general obtenido puede aplicarse al estudio de estructuras de mampostería con diferentes combinaciones de carga, incluyendo cargas en el plano o perpendiculares a éste. Sin embargo, es necesario consolidar el análisis de los efectos de las sollicitaciones fuera o perpendiculares al plano de la mampostería a través del estudio de combinaciones de carga, tales como sollicitaciones de compresión vertical actuando de manera simultánea, que podrían comprometer la estabilidad de la estructura ante un posible fenómeno de pandeo. Este análisis permitiría extender la formulación del estudio del comportamiento global a casos estructurales más complejos como la sucesión de paneles de mampostería dispuestos en distintos planos.
- Debido a que el modelo original de daño propuesto, permite degradar de manera diferenciada a los módulos volumétrico y de corte, resulta interesante el análisis más a fondo de una degradación a diferentes niveles (incluida la no-degradación de uno

de ellos). En estos casos se deben analizar las opciones de degradación en relación al comportamiento del material y el estado tensional. Asimismo, puede ocurrir que se presenten inestabilidades numéricas que lleven a problemas de bloqueo, en cuyo caso se debe analizar la solución vía integración reducida.

- En el marco del plan de trabajo propuesto y aceptado para su desarrollo mediante una Beca Post-Doctoral de CONICET que daría comienzo el primero de abril del presente año, se propone la calibración de la formulación presentada, para su aplicación a edificios históricos de mampostería, con el propósito de analizar la influencia de las vibraciones provocadas por el tráfico para la obtención de información sobre el daño que estas acciones pueden provocar, y proponer soluciones de mitigación. El estudio incluye el desarrollo de un modelo global (edificio, terreno y edificios circundantes), con la finalidad de tener resultados orientativos del conjunto incluyendo sus condiciones de contorno.

## REFERENCIAS

- Addessi D., Sacco E. (2012). A multi-scale enriched model for the analysis of masonry panels. *International Journal of Solids and Structures*, 49:865-880.
- Addessi, D., Sacco, E., Paolone, A., (2010). Cosserat model for periodic masonry deduced by nonlinear homogenization. *European Journal of Mechanics – A/Solids* 29, 724–737.
- Akhaveissy A.H. , Milani G. (2013) . Pushover analysis of large scale unreinforced masonry structures by means of a fully 2D non-linear model *Construction and Building Materials* 41: 276–295
- Al-Chaar G., Issa M., Sweeney S. (2002). Behaviour of masonry-infilled nonductile reinforced concrete frames. *J Struct Eng.*, 128(8):1055-63.

- 
- Anthoine A. (1995). Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory. *International Journal of Solids and Structures*, 32(2):137-163.
  - Anthoine A. (1997). Homogenization of periodic masonry: plane stress, generalized plane strain or 3D modelling. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 13(5):319-326.
  - Backes H.P. (1985). On the behaviour of masonry under tension in the direction of the bed joints (in German). Dissertation, Aachen University of Technology, Aachen, Germany.
  - Bati, S.B., Ranocchiai, G., Rovero, L., (1999). A micromechanical model for linear homogenization of unit masonry. *Materials and Structures* 32, 22–30.
  - Bayraktar A., Sahin A., Özcan D.M., Yildirim F. (2010). Numerical damage assessment of Hagia Sophia bell-tower by nonlinear FE modelling. *Applied Mathematical Modelling*, 34:92-121.
  - Belmouden Y., Lestuzzi P. (2009). An equivalent frame model for seismic analysis of masonry and reinforced concrete buildings. *Construction and Building Materials*, 23(1):40-53.
  - Bensoussan A., Lions J.L., Papanicolaou G. (1978). *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*. North-Holland, Amsterdam.
  - Berto L., Saetta A., Scotta R., Vitaliani R. (2002). Orthotropic damage model for masonry structures. *International Journal Numerical Methods Engineering*, 55(2):127–57.
  - Betten J. (1981). Creep Theory of Anisotropic Solids. *Journal of Rheology*, 25(6):565-581.
  - Betten J. (1988). Applications of tensor functions to the formulation of yield criteria for anisotropic materials. *International Journal of Plasticity*; 4: 29–46.
  - Binda L., Fontana A., Frigerio G. (1988). Mechanical behaviour of brick masonries derived from unit and mortar characteristics. *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Brick/Block Masonry Conference*, Dublin, Ireland.



- 
- Budiansky B. (1965). On the elastic moduli of some heterogeneous materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 13:223-227.
  - Caliò I., Marletta M., Pantò B. (2012). A new discrete element model for the evaluation of the seismic behavior of unreinforced masonry buildings. *Engineering Structures*, 40:327-338.
  - Car E., Lubliner J., Oller S. (2003). Definition of a general implicit orthotropic yield criterion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(7-8):895-912.
  - Casolo, S., (2006). Macroscopic modelling of structured materials: relationship between orthotropic Cosserat continuum and rigid elements. *International Journal of Solids and Structures* 43 (3–4), 475–496.
  - Cedolin L., Crutzen R., Dei Poli S. (1977). Triaxial stress-strain relationship for concrete. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 103(EM3):423-439.
  - Cervera M. (2003). *Viscoelasticity and Rate-Dependent Continuum Damage Models*. CIMNE, Monography N°-79, Technical University of Catalunya, Barcelona, Spain.
  - Cervera M., Oliver J., Prato T. (1999). Thermo-Chemo-Mechanical Model for Concrete. II: Damage and Creep. *Journal Of Engineering Mechanics*; 125 (9):1028-1039.
  - Chaimoon K; Attard MM (2006). Modeling of unreinforced masonry walls under shear and compression. *Engineering Structures*, 28: 1 – 13.
  - Chen S.Y., Moon F.L., Yi T. (2008). A macroelement for the nonlinear analysis of in-plane unreinforced masonry piers. *Engineering Structures*, 30:2242-2252.
  - Chen W.F. (1982). *Plasticity in reinforced concrete*. Mc Graw Hill.
  - Christensen R.M. (1979). *Mechanics of composites materials*. Wiley. New York.
  - Colangelo F. (2005). Pseudo-dynamic seismic response of reinforced concrete frames infilled with non structural brick masonry. *Earthq Eng Struct Dyn*, 34: 1219-1241.
  - Coleman B.D., Gurtin M.E. (1967). Thermodynamics with internal state variables. *Journal of Chemistry and Physics*; 47: 597–613.

- 
- D'Ayala D., Free M. (2003). The Kocaeli, Turkey Earthquake of 17 August 1999: A field report by EEFIT. London.
  - D'Ayala D., Worthb J., Riddle O. (2009). Realistic shear capacity assessment of infill frames: Comparison of two numerical procedures. *Engineering Structures*, 31: 745\_1761.
  - De Bellis M., Addessi D. (2011). A Cosserat based multi-scale model for masonry structures. *International Journal for Computational Engineering*, 9(5):543-563.
  - De Bellis M.L. (2009). A Cosserat based Multi-Scale Technique for Masonry Structures, Ph.D. Thesis, University of Rome.
  - Delibes A. (1986). Microfisuración del hormigón por compresión, ¿Estamos del lado de la seguridad?. *Informes de la Construcción*, 37(379):43-47.
  - Dhanasekar M., Page A.W., Kleeman P.W. (1985). The failure of brick masonry under biaxial stresses. *Proc. Intsn. Civ. Engrs.*, 79 (2): 295-313.
  - Di Tommaso A. (1984). *Fracture Mechanics of Concrete: Material characterization and testing*. Martinus Nijhoff Publishers, Eds. A. Carpinteri and A. Ingraffea, The Netherlands, 31-65.
  - Duvaut G. (1976). *Analyse Fonctionnelle et Mécanique des Milieux Continus*. Th. Appl. Mech. Ed. W. Koiter. Nord Holland, 119-132
  - EERI (2000). Kocaeli, Turkey, Earthquake of August 17, 1999: Reconnaissance report; *Earthquake Spectra*, 16, Supplement A.
  - EERI (2001). Chi-Chi, Taiwan, Earthquake of September 21, 1999: Reconnaissance report; *Earthquake Spectra*, 17, Supplement A.
  - Eshelby, J.D. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proc. R. Soc. London* 241, 376–396.
  - Faria R., Oliver J., Cervera M. (1998). A Strain-based plastic viscous-damage model for massive concrete structures. *International Journal of Solids and Structures*, 35(14):1533-1558.

- 
- Faria R., Oliver J., Cervera M. (2000). On Isotropic Scalar Damage Models For The Numerical Analysis Of Concrete Structures, CIMNE Monograph PI198, Barcelona, Spain.
  - Faria R., Oliver J., Cervera M. (2004). Modeling Material Failure in Concrete Structures under Cyclic Actions. *Journal of Structural Engineering*; 130(12): 1997-2005.
  - Gambarotta L., Lagomarsino S. (1997). Damage models for the seismic response of brick masonry shear walls. Part I: the mortar joint model and its applications. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26:423-439.
  - Ganz H.R., Thürlimann B. (1982). Tests on the biaxial strength of masonry. Report No. 7502-3. Institute of Structural Engineering. ETH Zurich, Zurich, Switzerland.
  - Govindjee S., Kay G.J., Simó J.C. (1995). Anisotropic modelling and numerical simulation of brittle damage in concrete. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; 38 (21): 3611–3634.
  - Grande E., Imbimbo M., Sacco E. (2011). A beam finite element for nonlinear analysis of masonry elements with or without fiber-reinforced plastic (FRP) reinforcements. *International Journal of Architectural Heritage*, 5(5-6):693-716.
  - Green, A. E. y Naghdi, P. M. (1965). A dynamical theory of interacting continua. *Archives Rational Mech. Anal.*, 18, 19-281.
  - Green N.B. (1987). *Earthquake resistant building design and construction*. 3rd ed., Elsevier.
  - Hashin Z. (1962). The elastic moduli of heterogeneous materials. *J. Appl. Mech.*, 29:143-150.
  - Hashin Z. (1970). *Mechanics of composite materials. Theory of composite materials*. Pergamon. Oxford.
  - Hashin Z. (1983). Analysis of composite materials: a survey. *J. Appl. Mech.*, 50:481-505.
  - Hill R. (1965). A Self-consistent mechanics of composite materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 13:213-222.

- 
- Hill R. (1967). The essential structure of constitutive laws for metal composites and polycrystal. *J. Mech. Phys. Solids*, 15:79-95.
  - Jansson S., Stigh, U. (1985). Influence on cavity shape on damage variable. *Journal of Applied Mechanics*; 52: 609–614.
  - Ju, J. (1990). Isotropic and Anisotropic Damage Variables in Continuum Damage Mechanics. *J. Eng. Mech.*, 116(12), 2764–2770.
  - Kachanov L.M. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. *IVZ Akad Nauk. S.S.R. Otd Tech Nauk* 8.
  - Kachanov L.M. (1986). *Introduction to Continuum Damage Mechanics*. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
  - Kouznetsova V.G., Geers M.G.D., Brekelmans W.A.M. (2002). Multi-scale constitutive modeling of heterogeneous materials with a gradient-enhanced computational homogenization scheme. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 54:1235-1260.
  - Krajcinovic D., Fonseka U. (1981). The Continuous Damage Theory of Brittle Materials, Part I and II. *Journal of Applied Mechanics*, ASME, 48:809-824.
  - Krajcinovic D., Lemaitre J. (1987). *Continuum Damage Mechanics Theory and Applications*. CISM Lectures, Springer, Berlin Heidelberg, New York.
  - Lee J. S., Pande G. N., Middleton J. and Kraij B. (1996). Numerical modelling of brick masonry panels subject to lateral loadings. *Computers & Structures* Vol. 61, No. 4, pp. 735-745
  - Lemaitre J. and Chaboche J.L. (1978). Aspects phénoménologiques de la rupture par endommagement. *J. Méc. Appl.*; 2: 317–365.
  - Lemaitre J. and Chaboche J.L. (1985). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, Paris.
  - Lemaitre J., Desmorat R., Sauzy M. (2000). Anisotropic Damage Law of Evolution. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 19:187-208.
  - Lene G., Duvaut G. (1981). Résultats d'isotropie pour des milieux homogénéisés. *Acad. Sci. Paris, Series II. Comptes Rendus*, 293:477-480.

- 
- López J., Oller S., Oñate E., Lubliner J. (1999). A homogeneous constitutive model for masonry. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46:1651-1671.
  - Lotfi H.R., Shing P.B. (1994). Interface model applied to fracture of masonry structures, *J. Struct. Eng.*, 120(1):63-80.
  - Lourenço P.B. (1996). Computational strategies for masonry structures. Ph.D. Thesis. Delft University of Technology. Delft University Press. [www.civil.uminho.pt/masonry](http://www.civil.uminho.pt/masonry)
  - Lourenço P.B. (1997). An anisotropic macro-model for masonry plates and shells: Implementation and validation. Report N° 03.21.1.3.07, Delft University of Technology. Delft, The Netherlands. University of Minho. Guimarães, Portugal.
  - Lourenço P.B., De Borst R., Rots J.G. (1997). A plane stress softening plasticity model for orthotropic materials. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 40:4033-4057.
  - Lourenço P.B., Rots J.G., Blaauwendraad J.. (1998). Continuum model for masonry: Parameter estimation and validation. *J. Struct. Eng. ASCE*, 124(6):642-652.
  - Lourenço P.B., Rots J.G., Van Der Pluijm R. (1999). Understanding the tensile behaviour of masonry parallel to the bed joints: a numerical approach. *Mason Int.*, 12(3):96-103.
  - Lourenço P.B., Rots J.G.. (1997). A multi-surface interface model for the analysis of masonry structures. *J. Eng. Mech. ASCE*, 123(7):660-668.
  - Lubarda V.A., Krajcinovic D., Mastilovic S. (1994). Damage model for brittle elastic solids with unequal tensile and compressive strengths. *Engineering Fracture Mechanics*; 49: 681–697.
  - Lubliner J., Oliver J., S. Oller, and E. Oñate (1989). A plastic damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 25, no. 3, pp. 299-326.
  - Lubliner J. (1990). *Plasticity Theory*. U.S.A. Macmillan Publishing.

- 
- Luccioni B. (1993). *Formulación de un Modelo Constitutivo para el Tratamiento de Materiales Ortótropos*. Tesis Doctoral. Universidad Nacional de Tucumán. Dirigida por S. Oller y R Danesi. Tucumán, Argentina.
  - Luccioni B. (2003). *Mecánica de daño continuo*. Monografía CIMNE N°71, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España.
  - Luccioni B, Martin P. (1997). *Modelo elastoplástico para materiales ortótropos*. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*; 13(4):603-614.
  - Luciano R., Sacco E. (1997). *Homogenization technique and damage model for old masonry material*. *International Journal of Solids and Structures*, 34(24):3191-3208.
  - Magenes G., Della Fontana A. (1998). *Simplified non-linear seismic analysis of masonry buildings*. *Proceedings of the British Masonry Society*, 8:190-195.
  - Maier G., Papa E., Nappi A. (1991). *On damage and failure of unit masonry*. *Experimental and Numerical Methods in Earthquake Engineering*, Balkema, Brussels and Luxembourg, 223-245.
  - Mandel J. (1972). *Plasticité classique et viscoplasticité*. Number 97 in CISM Lecture Notes. Springer-Verlag.
  - Mann, W. and Müller, H., (1982). *Failure of shear-stressed masonry - an enlarged theory, tests and application to shear walls*. Mann, W. and Müller, H.,: British Ceramic Society.
  - Martinez X., Oller S., and Barbero E. (2007). *Study of delamination in composites by using the serial/parallel mixing theory and a damage formulation*. *Composites 2007*, U. Porto. , 12th to 14th September 2007.
  - Martinez X. (2008). *Micro-mechanical simulation of composite materials using the serial/parallel mixing theory*. Ph. D. thesis, Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria (RMEE)—UPC
  - Massart, T.J. (2003). *Multiscale modelling of damage in masonry structures*. Ph.D. thesis, Technische Universiteit Eindhoven.

- 
- Massart T.J., Peerlings R.H.J., Geers M.G.D. (2007). An enhanced multi-scale approach for masonry wall computations with localization of damage. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 69(5):1022-1059.
  - Maugin G.A. (1992). *The thermomechanics of plasticity and fracture*. Cambridge University Press.
  - Mazars J., Pijaudier-Cabot G. (1989). Continuum Damage Theory – Application to concrete. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 115(2):354-365.
  - Mehrabi A.B., Shing P.B., Schuller M.P., Noland J.L. (1996). Experiment evaluation of masonry-infilled RC frames. *Journal of Structural Engineering*, 122(3):228-237.
  - Milani G. (2011). Simple homogenization model for the non-linear analysis of in-plane loaded masonry walls. *Computers and Structures*, 89: 1586–1601.
  - Milani G., Lourenço P.B., Tralli A. (2006a). Homogenized limit analysis of masonry walls. Part I: Failure surfaces. *Comp. Struct.*, 84:166-180.
  - Milani G., Lourenço P.B., Tralli A. (2006b). Homogenized limit analysis of masonry walls. Part II: Structural examples. *Comp. Struct.*, 84: 181–195.
  - Milani G., Lourenço P.B., Tralli A. (2006c). A homogenization approach for the limit analysis of out-of-plane loaded masonry walls, *ASCE J. Struct. Eng.*, 132(10):1650-1663.
  - Milani G., Lourenço P.B., Tralli A. (2007). 3D homogenized limit analysis of masonry buildings under horizontal loads. *Eng. Struct.*, 29:3134-3148.
  - Moghaddam H.A., Dowling P.J. (1987). *The state-of-the-art in infilled frames*. ESEE Res. rep. N°87-2. London (England): Civ. Engrg. Dept., Imperial Coll. of Sci. and Technol.
  - Montserrat A. (2011). Evaluación del daño en estructuras de pórticos con mampostería y obtención de un índice de daño estructural. Trabajo Fin de Carrera. Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona. Dirigida por S. Oller y A. Barbat.
  - Mori T., Tanaka K. (1973). Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metall.* Vol. 21:571-574.

- 
- Nallim L.G., Bellomo F., Quinteros R., Oller S. (2012). Dynamical analysis of long fiber reinforced laminated plates with elastically restrained edges. *Advances in Acoustics and Vibration*. Hindawi Publishing Corporation. Volume 2012, Article ID 189376, 16 pages, doi:10.1155/2012/189376, 2012.
  - Odqvist F.K.G. and Hult, J.A.H. (1962). *Kriechfestigkeit Metallischer Werkstoffe.*, Springer-Verlag, Berlin.
  - Oller S. (1988). *Un Modelo de Daño Continuo para Materiales Friccionales*. Ph.D. Tesis. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Barcelona, España.
  - Oller S. (1991). *Modelización numérica de materiales friccionales*. Monografía Nº 3, Ed. CIMNE. Barcelona, España.
  - Oller S. (2001). *Fractura mecánica un enfoque global*. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), Barcelona, España.
  - Oller S. (2002). *Análisis y cálculo de estructuras de materiales compuestos*. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE). Barcelona, España.
  - Oller S. (2003). *Simulación numérica del comportamiento mecánico de los materiales compuestos*. Centro internacional de métodos numéricos en ingeniería (CIMNE). Barcelona, España.
  - Oller S., Botello S., Miquel Canet J., Oñate E. (1995). An Anisotropic Elasto-Plastic Model Based On An Isotropic Formulation. *International Journal for Computer-Engineering Computation*, 12(3):245-262.
  - Oller S., Oliver J., Lubliner J., Oñate E. (1988). Un Modelo Constitutivo de Daño Plástico para Materiales Friccionales. Parte I: Variables Fundamentales, Funciones de Fluencia y Potencial. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 4:397-431.
  - Oller S., Oñate E., Miquel Canet J., Botello S. (1996). A Plastic Damage Constitutive Model for Composite Materials. *International Journal of Solids and Structures*, 33(17):2501-2518.
  - Oñate, E., Oller, S., Botello, S. and Canet, J. (1991). Methods for analysis of



- composite material structures (in Spanish). Technical Report 11, CIMNE, Barcelona, Spain.
- Ortiz, M. and Popov, E. (1982). A physical model for the inelasticity of concrete. *Proc. Roy. Soc. London*, A383, 101-125.
  - Page A.W. (1978). Finite element model for masonry. *Journal of the Structural Division ASCE*, 104(ST8):1267-1285.
  - Page A.W. (1981). The biaxial compressive strength of brick masonry. *Proc. Inst. Civil Engrs.*, 71(2):893-906.
  - Page A.W. (1983). The strength of brick masonry under biaxial tension-compression. *International Journal of masonry constructions*, 3(1):26-31.
  - Pande G.N., Liang J.X., Middleton J. (1989). Equivalent elastic moduli for unit masonry. *Comp. Geotech*, 8:243-265.
  - Pegon P., Anthoine A. (1997). Numerical strategies for solving continuum damage problems with softening: application to the homogenization of masonry. *Computers and Structures*, 64:623-642.
  - Pelá L. (2009). Continuum Damage Model for Nonlinear Analysis of Masonry Structures. Ph.D. Thesis. Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria. Universidad Politècnica de Catalunya. Barcelona, España.
  - Penelis G.G. (2006). An efficient approach for pushover analysis of unreinforced masonry (URM) structures. *Journal of Earthquake Engineering*, 10(3):359-379.
  - Penelis G.G., Kappos A.J. (1997). *Earthquake-resistant concrete structures*. London: E&FN Spon.
  - Penna A., Lagomarsino S., Galasco A. (2013). A nonlinear macroelement model for the seismic analysis of masonry buildings. *Earthquake engineering & structural dynamics*. DOI: 10.1002/eqe.2335.
  - Pietruszczak S., Niu X. (1992). A mathematical description of macroscopic behavior of brick masonry. *Int. J. Solids Structures*, 29(5):531-546.
  - PLCD Manual. Non-linear thermomechanic finite element code oriented to PhD student education, code developer at CIMNE, 1991 – to present.

- 
- Puglisi M., Uzcategui M., Florez-Lopez J. (2009a). Modeling of masonry of infilled frames Part I: The plastic concentrator. *Engineering Structures*, 31(1):113-118.
  - Puglisi M., Uzcategui M., Florez-Lopez J. (2009b). Modeling of masonry of infilled frames Part II: Cracking and damage. *Engineering Structures*, 31:119-124.
  - Quinteros R., Nallim L., Luccioni B. (2011). Estudio del Comportamiento de Compuestos Reforzados con Fibras Cortas empleando Homogeneización y Teoría de Mezclas. *Mecánica Computacional Vol XXX, 773-785*. XIX Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones (ENIEF 2011).
  - Quinteros R., Oller S., Nallim L. (2012a). Modelo de Degradación Diferenciada para Materiales Compuestos. *Mecánica Computacional Vol XXXI, 1591-1606*. X Congreso Argentino de Mecánica Computacional (MECOM 2012)
  - Quinteros R., Oller S., Nallim L. (2012b). Nonlinear homogenization techniques to solve masonry structures problems. *Composite Structures*, 94:724-730.
  - Quinteros R., Oller S., Nallim L. (2013). A Volumetric-Deviatoric degradation model into a homogenization framework for masonry material. *Materials and Structures* (Trabajo completo enviado para su evaluación)
  - Rabotnov Y.N.. (1963). On the equations of state for creep. In: *Progress in Applied Mechanics-The Prager Anniversary Volume*, The Macmillan Company, New York, NY.
  - Raijmakers, T.M.J., Vermeltfoort, A.Th. (1992). Deformation Controlled Tests in Masonry Shear Walls. Report B-92-1156, TNO-Bouw, Delft, The Netherlands.
  - Rastellini F. (2006). Numerical modelling of the constitutive non-linearity of composite laminates. PhD thesis, Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria (RMEE)–UPC
  - Rastellini F., Oller S., Salomón O., Oñate E. (2008). Composite material non-linear modelling for long fibre-reinforced laminates. Continuum basis, computational aspects and validations. *Computers and Structures*, 86: 879-896.

- 
- Roca P., Molins C., Marì A.R. (2005). Strength capacity of masonry wall structures by the equivalent frame method. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 131(10):1601-1610.
  - Rots J.G. (1991). Numerical simulation of cracking in structural masonry. *Hero*, 36(2):49-63.
  - Sacco E. (2009). A nonlinear homogenization procedure for periodic masonry. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 28(2):209-222.
  - Sanchez-Palencia, E. (1974). Comportement local et macroscopique d'un type de milieux physiques hétérogènes. *Int. J. Eng. Sc.*, 12, 331–351.
  - Sanchez-Palencia, E. (1980). *Lecture Notes in Physics*, volume 127, chapter Nonhomogeneous media and vibration theory. Springer-Verlag, Berlin.
  - Sánchez-Palencia E. (1987). *Homogenization Techniques for Composite Media*, chapter Boundary Layers and Edge Effects in Composites, (pp. 121–192). Springer-Verlag. Berlin.
  - Simo J.C., Ju J.M. (1987). Strain and stress based continuum damage model - Part I : Formulation. *Int. Solids and Structures*, 23(7):281:841.
  - Suquet P. (1982). *Plasticité et Homogénéisation*. Ph.D. Thesis. Université Pierre et Marie Curie. Paris.
  - Suquet P. (1987). *Homogenization Techniques for Composite Media*, chapter Elements of homogenization for inelastic solid mechanics (pp. 193–279). Springer-Verlag. Berlin.
  - Tasnimi, A. A., Mohebkah, A. (2011). Investigation on the behaviour of brick infilled steel frames with openings, experimental and analytical approaches. *Engineering Structures*, 33(3). pp. 968-980.
  - Tomazevic M. (1997). Seismic behaviour of confined masonry walls. *Earthq Eng Struct Dyn.*, 26(10):1059-1071.
  - Tomazevic M. (1999). *Earthquake-resistant design of masonry buildings*. London: Imperial College Press.
  - Trusdell C. and Toupin R. (1960). *The classical field theories*, *Handbuch der physic iii*, 1st ed. Berlin, Germany: Springer-Verlag.

- 
- Uva G., Salerno G. (2006). Towards a multiscale analysis of periodic masonry brickwork: A FEM algorithm with damage and friction. *International Journal of Solids and Structures*, 43: 3739–3769.
  - Van Der Pluijm R. (1992). Material properties of masonry and its components under tension and shear. *Proceedings 6<sup>th</sup> Canadian Masonry Symposium*, eds. V.V. Neis. Saskatoon, Saskatchewan, Canada. 675-686.
  - Van Der Pluijm R. (1993). Shear behavior of bed joints. *Proceedings 6<sup>th</sup> North American Masonry Conf.*, eds. A.A. Hamid and H.G. Harris. Drexel University. Philadelphia, Pennsylvania, USA. 125-136.
  - Van Der Pluijm R. (1999). Out-of-plane bending of masonry - behaviour and strength. Ph.D. Thesis. Eindhoven University of Technology.
  - Vermeltoort, A.Th., Raijmakers, T.M.J. (1993). Deformation Controlled Tests in Masonry Shear Walls. Part 2. Report TUE/BKO/93.08. Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands.
  - Wei X., Hao H. (2009). Numerical derivation of homogenized dynamic masonry material properties with strain rate effects. *International Journal of Impact Engineering*, 36:522-536.
  - Xu C., Xiangli C., Bin L. (2012). Modelling of influence of heterogeneity on mechanical performance of unreinforced masonry shear walls. *Construction and Building Materials*, 26:90-95.
  - Zalamea F. (2001). Tratamiento Numérico de Materiales Compuestos mediante la Teoría de Homogeneización. Ph.D. Tesis. Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingeniería. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España.
  - Zarnic R. (1994). Experimental investigation of the R/C frame infilled by masonry wall. *Int J Eng Modelling*, 7(1):37-45.
  - Zucchini A., Lourenço P.B. (2002). A micro-mechanical model for the homogenization of masonry *International Journal of Solids and Structures*, 39:3233-3255.

- 
- Zucchini A., Lourenço P.B. (2004). A coupled homogenization-damage model for masonry cracking, *Comp. Struct.*, 82:917-929.
  - Zucchini A., Lourenço P.B. (2007). Mechanics of masonry in compression: Results from a homogenization approach. *Comp. Struct.*, 85:193-204.
  - Zucchini A., Lourenço P.B. (2009). A micro-mechanical homogenization model for masonry: Application to shear wall. *Int. J. Solids Struct.*, 46:871-886.