

# Prólogo

El ámbito de aplicación de la mayoría de las normativas de diseño sismorresistente, vigentes en los distintos países del mundo, es el campo de las *estructuras de edificación*. La apariencia de generalidad que a veces se les da a dichas normativas se refiere solamente a la definición de la intensidad o aceleración máxima del terreno en las diferentes zonas sísmicas del país. La incorporación de requisitos de diseño sismorresistente en las normativas de diseño de edificios data de los años 20 y 30 del siglo XX, cuando se observó claramente la necesidad de incluir en los cálculos los efectos de la acción sísmica. Al no disponerse de mediciones fiables de las características cinemáticas del movimiento sísmico del terreno y de conocimientos suficientes acerca de la respuesta dinámica de las estructuras, las fuerzas sísmicas de diseño se evaluaban de una manera muy simplificada. Habitualmente, se adoptaban para la acción sísmica fuerzas estáticas horizontales del orden del 10% del peso total del edificio. Puesto que se utilizaba un cálculo elástico con base en criterios de tensión admisible, las estructuras reales diseñadas tenían una resistencia a fuerzas laterales mayor que la calculada.

En el período transcurrido desde 1940 hasta 1960, se registraron numerosos acelerogramas de terremotos fuertes, lo que creó las condiciones para ampliar el estado del conocimiento acerca de los movimientos sísmicos del terreno. Asimismo, al desarrollarse procedimientos de cálculo dinámico cada vez más sofisticados, orientados hacia su aplicación en ordenadores, se pudieron realizar estudios mucho más rigurosos de la respuesta sísmica de las estructuras. El criterio de diseño que se utilizaba en las normativas de aquel tiempo requería que no se supere la capacidad de resistencia de la estructura. Sin embargo, años más tarde se pudo comprobar que al diseñar las estructuras utilizando dichas normativas, no se aseguraba que su límite de resistencia en el campo lineal elástico no se supere durante algunos terremotos fuertes. A pesar de ello, se pudo observar que esta falta de resistencia no siempre llevaba al fallo de la estructura y, muchas veces ni siquiera a daños sísmicos severos. La conclusión fue que

las estructuras lograban sobrevivir a los terremotos si se conseguía mantener la degradación de su resistencia por encima de ciertos límites durante la fase de deformación inelástica y en tal caso hasta era posible su reparación con unos costes razonables.

Una vez hecha la observación de que la resistencia excesiva no es esencial y ni siquiera deseable, el objetivo del diseño sismorresistente sufrió un cambio: en vez de asegurar la resistencia de la estructuras a grandes fuerzas laterales, se trataba ahora de *evitar el efecto destructivo* de dichas fuerzas sobre las estructuras (Paulay y Priestley 1992). Como consecuencia, empezó a utilizarse el cálculo no lineal de las estructuras como una herramienta esencial en la evaluación del diseño sismorresistente. Más recientemente, se llegó a la conclusión que el diseño sismorresistente debe orientarse al uso de edificios con alta capacidad para deformarse en el campo inelástico, permitiendo que esta no linealidad se concentre en ciertas zonas preestablecidas de la estructuras.

A pesar de la cada vez mejor comprensión y conocimiento de los factores que influyen en el comportamiento sísmico de los edificios, existe actualmente un gran desnivel entre los desarrollos teóricos que se realizan continuamente en la ingeniería sísmica y los conceptos que se aplican en las normativas de diseño de muchos países y, obviamente, en el diseño. Este hecho se refleja claramente en el comportamiento sísmico muy irregular de los edificios durante los grandes terremotos ocurridos en el mundo en los últimos diez años.

Es importante destacar la manera en que la aplicación de las normativas de diseño puede llevar a una reducción del riesgo sísmico en las zonas urbanas. En una zona sísmica existen edificios construidos en diferentes épocas históricas y con tipologías estructurales muy variadas. Obviamente, mediante la aplicación de normativas se consigue reducir solamente el riesgo de los edificios de nuevo diseño, que son muy pocos en comparación con la totalidad de los edificios existentes en la zona. En consecuencia, dicha aplicación puede dar resultados solamente a largo plazo. Y es importante aclarar que es muy difícil tomar medidas que tengan un resultado inmediato. Por ejemplo, aplicar un plan de evaluación del estado de los edificios, junto con uno de reparación o rehabilitación de los edificios que lo requieran, también puede dar resultados sólo a largo plazo.

Las normativas hacen recomendaciones referentes a las cargas sísmicas que se deben utilizar, a los métodos simplificados de cálculo de estructuras, a los criterios que deben aplicarse para asegurar un buen comportamiento global de las mismas así como a los detalles de diseño sismorresistente que se deben incorporar. Los procedimientos de análisis estructural previsto en todas las normativas del mundo están fundamentados en conceptos generalmente utilizados en el cálculo estático y dinámico de estructuras. Sin embargo, al considerarse en las normativas la posibilidad de utilizar procedimientos simplificados de cálculo dinámico y fórmulas aproximadas para la determinación de las características dinámicas de los edificios, los mencionados conceptos no aparecen explicados de una manera clara. Por ejemplo, en los cálculos dinámicos, en la mayoría de las normativas se desarrollan relaciones aplicables únicamente al cálculo de estructuras modeladas como edificios de cortante, las cuales, aunque introducen importantes simplificaciones, proporcionan resultados satisfactorios en ciertas tipologías estructurales. Este hecho puede tener como consecuencia que algunos

usuarios de las normativas, que no tenga suficiente base teórica en la dinámica de estructuras, puedan no entender el origen de los procedimientos o de las fórmulas de cálculo que deben aplicar. Por este motivo, en la monografía se analiza el contenido de las normativas de diseño sismorresistente en lo referente a los métodos de cálculo que proponen, explicando los conceptos de cálculo de estructuras que se aplican en cada caso, con especial referencia a la normativa española en vigor, NCSE-02.

Además, la monografía trata aspectos concretos del así llamado diseño conceptual, el cual proporciona descripciones cualitativas de las soluciones de diseño a partir de la experiencia del proyectista; dicho diseño tiene como finalidad asegurar un buen comportamiento sísmico global de los edificios. La necesidad de este objetivo se debe al hecho de que en muchas normativas el diseño conceptual se concreta en reglas que no se justifican en el texto de la normativa. Hay que mencionar que la fase de diseño conceptual de un edificio es muy importante, puesto que durante ella se eligen, por ejemplo, la tipología estructural, las formas en planta de la estructura, la distribución en altura de las masas y de la rigideces, se especifica la organización del sistema resistente, etc. Todo esto implica tomar decisiones determinantes en fases iniciales del diseño de estructuras, que condicionan el comportamiento sísmico de las mismas hasta tal punto que todos los cálculos posteriores así como los detalles de diseño que se apliquen, pueden no tener el efecto esperado.

Para facilitar la aplicación del análisis dinámico de edificios, se ha incorporado un programa elaborado en Matlab ®, el cual se puede obtener de la página web: [www.cimne.com/is-56/modal](http://www.cimne.com/is-56/modal), junto con los archivos de datos y resultados que están descritos en el Anexo de la presente monografía. Cabe indicar que el uso del programa está restringido a fines académicos.

## Capítulo 1

# Las normativas de diseño como mecanismo de reducción del riesgo sísmico

### 1.1 INTRODUCCIÓN

Las pérdidas económicas y de vidas humanas que se producen como consecuencia de los terremotos están relacionadas, en la mayoría de los casos, con un comportamiento deficiente de las estructuras (Bertero 1992b; Comartin *et al.* 1995). Numerosas estructuras realizadas de acuerdo con normativas de diseño y construcción actualmente en vigor sufrieron daños importantes durante terremotos ocurridos en los últimos 20 años. Así es el caso de los terremotos de Chile y México (1985), de Armenia (1988), de California (1989 y 1994), de Japón (1995), de Turquía e India (1999), de Irán (2003), Japón (2004), etc.

Es indudable el gran avance de la investigación en los métodos de cálculo y diseño sismorresistente en los últimos años, pero quizá no es tan evidente el avance de la práctica, con particular referencia a las normativas de diseño. Prueba de ello son los efectos de los de Northridge (1994) y de Kobe (1995). El terremoto de Northridge, que es considerado como el terremoto más destructivo en la historia de Estados Unidos, ocasionó un número de 57 víctimas y unas pérdidas económicas entre 20000 y 30000 millones de dólares (Bonacina *et al.* 1994). El terremoto de Kobe provocó 5470 víctimas y pérdidas económicas de 110.000 millones de dólares (Comartin *et al.* 1995). Para poder comparar adecuadamente estos datos, debe aclararse primero que en la zona

sísmica de California las normativas, que se actualizan continuamente, a medida que ocurren nuevos terremotos en la zona, tienen en cuenta todos los datos disponibles referentes a la peligrosidad. Al contrario, en la región de Kobe hubo un fallo en la predicción de la acción: dicha región estaba incluida entre las 18 zonas de Japón con una peligrosidad sísmica moderada, debido a la simple casualidad de que en los 30 años anteriores no se habían producido terremotos importantes en la zona. No es, pues, una paradoja, sino la pura realidad, que las zonas de mayor riesgo son las de Sismicidad aparentemente moderada, en las cuales el período de retorno de un terremoto fuerte es largo (Barbat *et al.* 1995; Bozzo y Barbat 1995b).

Es obvio que los avances que se realizan en el campo del diseño de estructuras pueden aplicarse solamente a las estructuras nuevas. Sin embargo, el número de éstas es muy pequeño en comparación con el número total de estructuras existentes en una zona. Consecuentemente, para reducir las pérdidas debidas a los sismos es necesario mejorar también el comportamiento de las estructuras antiguas. Esta necesidad ha sentado las bases de los estudios de vulnerabilidad sísmica de las estructuras. El objetivo de tales estudios es el de predecir los daños esperados en una estructura, en un grupo de estructuras o en una zona urbana completa, en el supuesto de un terremoto de una cierta magnitud. Partiendo de la mencionada predicción de daños, pueden definirse las soluciones de reducción de la vulnerabilidad estructural y, en consecuencia, de las pérdidas esperadas (Yépez, Barbat y Canas 1995; Yépez, Barbat y Canas 1996a).

Desde un punto de vista del cálculo de estructuras, el ingeniero calculista espera que la sismología le proporcione los datos necesarios para la definición de la acción sísmica. La totalidad de los procedimientos analíticos, experimentales y numéricos que pueden conducir dicha definición de la acción para su utilización en el cálculo de las estructuras son objeto de una materia relativamente nueva, denominada *Ingeniería Sismológica*. Obviamente, la operación de definición de la acción tiene un carácter de *predicción* de los parámetros de los terremotos, con todas las implicaciones probabilistas que dicha operación requiere (Barbat y Canet 1994).

Por otra parte, la definición de la acción está directamente relacionada con el tipo de análisis estructural que se pretende realizar. En el caso de *estructuras con comportamiento lineal*, se suele partir del desacoplamiento modal de las ecuaciones del movimiento y definir la acción mediante espectros sísmicos de respuesta, lo que permite sólo el cálculo de la respuesta máxima de la estructura; sin embargo, dicha respuesta máxima es el dato más importante en el que se fundamenta el diseño estructural. Esta forma de definición de la acción es la que se utiliza también en las normativas de diseño sismorresistente. En el caso de *estructuras con comportamiento no lineal*, se suelen utilizar procedimientos de integración numérica de las ecuaciones diferenciales del movimiento siendo necesaria, en consecuencia, una definición de la acción sísmica mediante acelerogramas. Los procedimientos de integración mencionados permiten el cálculo de la historia completa de la respuesta estructural, pero ésta tiene escaso valor práctico en el diseño de estructuras por la complicación que luego introduce el post-proceso de la información obtenida del cálculo. Además de esto, dicho cálculo consume más tiempo de ordenador y al mismo tiempo requiere un conocimiento previo detallado

de ciertas características de la estructura que en un cálculo preliminar no suelen definirse (Lin y Mahin, 1985; Barbat *et al.* 1994).

En las normativas existentes en los distintos países del mundo, la teoría de los espectros sísmicos de respuesta ha sido aplicada también al análisis no lineal de estructuras. Aunque la aplicabilidad de dichos espectros al análisis no lineal de estructuras no está completamente fundamentada desde un punto de vista teórico (Lin y Mahin, 1985), han sido desarrollados para tal caso espectros para sistemas con comportamiento no lineal. Éstos se representan gráficamente en función de los períodos propios correspondientes al sistema lineal elástico y de coeficientes de reducción que tienen en cuenta la capacidad de *ductilidad* de la estructura, la cual se define y analiza en los capítulos 4 y 6.

Cualquier normativa de diseño sismorresistente debe dar recomendaciones referentes a tres temas principales:

1. las cargas sísmicas y la probabilidad de que éstas sean superadas,
2. los criterios que deben aplicarse para un buen comportamiento global de la estructura durante los terremotos,
3. los detalles de diseño sismorresistente.

Además, las normativas suelen dar algunas indicaciones acerca de los procedimientos de cálculo de estructuras sometidas a fuerzas estáticas horizontales, representando las fuerzas sísmicas equivalentes (véase el capítulo 4). Estas indicaciones pueden considerarse como innecesarias dentro del más amplio nivel de conocimiento de los calculistas de estructuras.

Los aspectos concretos que suelen ser tratados detalladamente en una normativa de cálculo sísmico, dentro del marco de los temas antes mencionados, son los siguientes (Barbat y Hurtado 1996):

1. Tipos de estructuras a los que es aplicable la normativa.
2. Mapa de peligrosidad sísmica de la zona.
3. Definición de la acción en forma de espectro sísmico de respuesta, para la zona sísmica.
4. Método de cálculo de las fuerzas sísmicas equivalentes, con base en la superposición modal. Las normativas incluyen siempre procedimientos de cálculo simplificados de dichas fuerzas, cuya presencia es hoy en día obsoleta debido al uso generalizado de ordenadores.
5. Indicaciones acerca de los procedimientos de cálculo de los esfuerzos seccionales modales y los métodos de superposición modal de dichos esfuerzos. Es conveniente notar que esta metodología es rigurosamente justificada sólo bajo el cumplimiento de las hipótesis de la linealidad de la respuesta estructural (véase el apartado 4.4.1). Es por esta condición de linealidad que aún se continua escalando las acciones elásticas mediante factores de reducción, para obtener acciones inelásticas equivalentes.
6. Indicaciones referentes a las formas en planta de las estructuras más adecuadas a una zona sísmica y la distribución con la altura de las masas y rigideces de las mismas. Asimismo, para cada tipo de estructura contemplado en la normativa,

deben especificarse los sistemas más adecuados de organización del sistema resistente.

7. Recomendaciones para los detalles de diseño que se deben utilizar para cada una de las tipologías estructurales contempladas por la normativa.

En la presente monografía se hará un análisis de todos los aspectos mencionados en los puntos anteriores, dentro del marco de los conceptos de cálculo de estructuras que se deben aplicar en cada caso. Para centrar el tema en un marco más amplio, en este capítulo se examina la posibilidad de reducir el riesgo sísmico en una zona mejorando las normativas de diseño sismorresistente existentes. Se parte del problema de la relación entre la peligrosidad sísmica y el potencial destructivo de los terremotos. Luego se analiza la modalidad en que el estudio de la vulnerabilidad sísmica de las estructuras de una zona puede proporcionar datos para la mitigación de los efectos destructivos de los terremotos y el papel de las normativas de diseño en este contexto.

## 1.2 LA VULNERABILIDAD, EL RIESGO SÍSMICO Y SU REDUCCIÓN

Se ha observado durante los terremotos ocurridos en el pasado que ciertas estructuras, dentro de la misma tipología, experimentan un daño más severo que otros, a pesar de estar ubicadas en la misma zona. Al grado de daño que sufre una estructura, ocasionado por un sismo de determinadas características, se le denomina vulnerabilidad. Por ello, a los edificios se les puede clasificar en *más vulnerables* o *menos vulnerables* frente a un mismo evento sísmico. Si se observa la figura 1.1, la respuesta de la estructura  $X_4$  es consecuencia de la convolución del movimiento en la cimentación por la función de transferencia  $D$ . La vulnerabilidad frente a un sismo de determinadas características es una propiedad intrínseca de cada estructura y, por tanto, independiente de la peligrosidad del emplazamiento. Esto quiere decir que una estructura puede ser vulnerable pero no estar en riesgo si no se encuentra en un sitio con una cierta peligrosidad sísmica.

En los últimos años se ha intentado definir el riesgo sísmico para poder realizar su gestión con el objetivo de evitar o mitigar los desastres económicos, sociales y ambientales que puedan producirse. La reducción del riesgo es el mecanismo preventivo que mejor permite cumplir con este objetivo y cualquier acción orientada hacia su reducción debe partir de su correcta evaluación. En dicha evaluación es necesario tener en cuenta, desde un punto de vista multidisciplinar, no solamente el daño físico esperado, el número de víctimas o las pérdidas económicas, sino también factores sociales, organizacionales e institucionales, relacionados con el desarrollo de las comunidades. A escala urbana, por ejemplo, la vulnerabilidad como factor interno de riesgo debe relacionarse no solamente con la exposición del contexto material o su susceptibilidad física de ser afectado, sino también con las fragilidades sociales y la falta de resiliencia de la comunidad propensa. La falta de organización institucional y comunitaria, las debilidades en los preparativos para la atención de emergencias, la inestabilidad política y la falta de salud económica de un área geográfica contribuyen a tener un mayor riesgo. Por lo tanto, las consecuencias potenciales no sólo están

relacionadas con el impacto del suceso, sino también con la capacidad para soportar el impacto y las implicaciones del impacto en el área geográfica afectada.

### 1.2.1 Concepto de riesgo sísmico

El marco conceptual de la vulnerabilidad surgió de la experiencia humana en situaciones en que la propia vida diaria normal era difícil de distinguir de un desastre. La gran mayoría de las veces existían condiciones extremas que hacían realmente frágil el desempeño de ciertos grupos sociales, las cuales dependían del nivel de desarrollo alcanzado, así como también de la planificación de ese desarrollo. Se empezó a identificar entonces en los grupos sociales la vulnerabilidad, entendida como la reducción de la capacidad a “acomodarse” a determinadas circunstancias. Dicha vulnerabilidad ha sido definida de diferentes maneras, entre las que se puede citar la siguiente: Grado de pérdida de un elemento o grupo de elementos en riesgo como resultado de la probable ocurrencia de un suceso desastroso, expresada en una escala desde 0 (sin daño) a 1 (pérdida total). La UNDRO y la UNESCO promovieron una definición que se sintetiza a continuación a partir de los siguientes conceptos (Sandi 1983):

- **Amenaza, peligro o peligrosidad,  $H$ .** Es la probabilidad de ocurrencia de un suceso potencial-mente desastroso durante cierto período de tiempo en un sitio dado.
- **Vulnerabilidad,  $V$ .** Es el grado de pérdida de un elemento o grupo de elementos bajo riesgo como resultado de la probable ocurrencia de un suceso desastroso, expresada en una escala desde 0 o sin daño a 1 o pérdida total.
- **Elementos en riesgo,  $E$ .** Son la población, los edificios y obras civiles, las actividades económicas, los servicios públicos, las utilidades y la infraestructura expuesta a una amenaza en un área determinada.
- **Riesgo total,  $R_t$ .** Se define como el número de pérdidas humanas, heridos, daños a las propiedades y efectos sobre la actividad económica debido a la ocurrencia de un desastre, es decir el producto del riesgo específico, y los elementos en riesgo,  $E$ .

Con estas definiciones, la evaluación del riesgo total puede llevarse a cabo mediante la siguiente fórmula general:

$$R_t = H \otimes V \otimes E \quad (1.1)$$

El concepto de **amenaza** se refiere a un peligro latente o factor de riesgo externo de un sistema expuesto que se puede expresar matemáticamente como la probabilidad de exceder un nivel de ocurrencia de un suceso con una cierta intensidad, en un sitio específico y en un período de tiempo determinado. La **vulnerabilidad** puede entenderse como un factor de riesgo interno, correspondiente a su predisposición intrínseca de ser



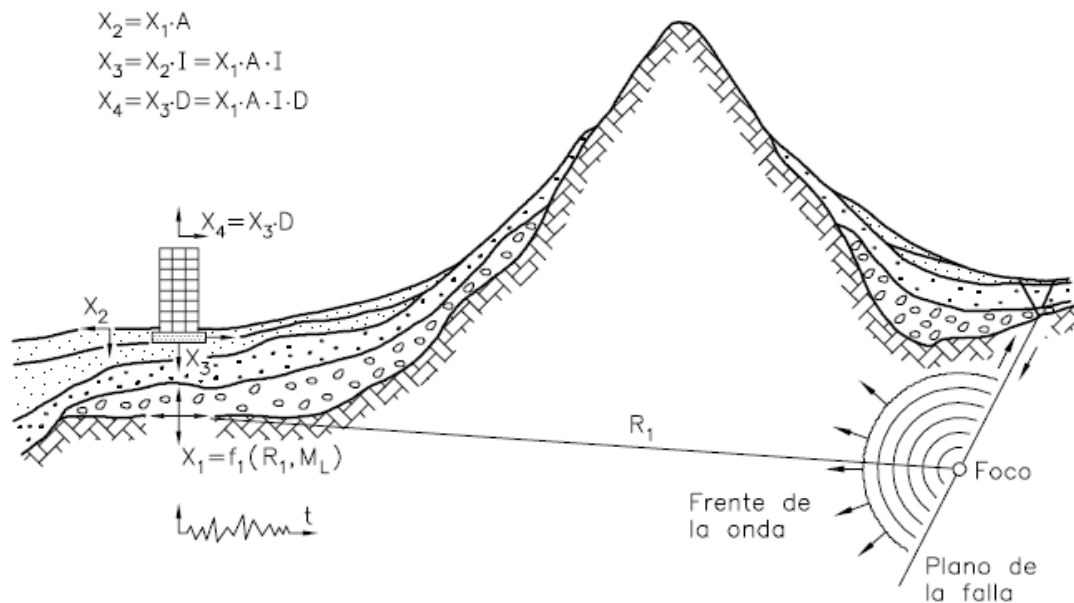
susceptible a sufrir un daño, expresado como la factibilidad de que el sistema expuesto sea afectado por el fenómeno que caracteriza la amenaza.

Así como en tiempos anteriores se utilizó el término riesgo para referirse a lo que hoy se denomina amenaza, actualmente se utiliza a veces la palabra vulnerabilidad con el significado de riesgo. Pero los conceptos son diferentes y su definición es esencial para disponer de un enfoque que permita identificar las posibilidades de reducción del riesgo: en general no es posible actuar sobre la amenaza pero es posible reducir el riesgo disminuyendo la vulnerabilidad de los elementos expuestos.

El concepto de **vulnerabilidad global** (Wilches-Chaux 1989) caracteriza la vulnerabilidad y el riesgo no sólo desde una perspectiva física, sino que también integra varias otras dimensiones que caracterizan el contexto del problema teniendo en cuenta varias otras perspectivas tales como la económica, social, educativa, política, institucional, ambiental, cultural e ideológica. El planteamiento de una vulnerabilidad global permite su visualización desde diversas perspectivas del conocimiento y facilita su evaluación como un proceso dinámico acumulativo de fragilidades, deficiencias o limitaciones (Cardona y Barbat 2000).

### 1.2.2 Concepto de amenaza sísmica

Se entiende por amenaza o peligrosidad sísmica de una zona cualquier descripción de los efectos provocados por terremotos en el suelo de dicha zona (Udías y Mézcua 1986; Bertero 1992). Estos efectos pueden representarse como aceleración, velocidad o desplazamiento sísmico del terreno o por la intensidad macrosísmica de la zona. Por ejemplo, la **peligrosidad sísmica** podría definirse de manera probabilista, como la probabilidad de ocurrencia, dentro de un período específico de tiempo y dentro de un área dada, de un movimiento sísmico del terreno de una intensidad determinada. Para su evaluación es necesario analizar los fenómenos que ocurren desde la emisión de ondas sísmicas en el foco hasta que dichas ondas alcancen la zona estudiada. En la Figura 1.1 puede observarse el mecanismo de propagación de la energía de un sismo desde el epicentro hasta un punto de una estructura. Puede observarse que, al ocurrir un terremoto con unas ciertas características focales (profundidad, mecanismo focal, magnitud, etc.), parte de la energía disipada se convierte en ondas sísmicas.



**Figura 1.1.** Propagación de la energía sísmica desde el epicentro hasta la estructura (Bertero 1992).

Al propagarse por la tierra, las ondas sísmicas se reflejan, se refractan, se atenúan o se amplifican, hasta llegar al basamento rocoso que se encuentra debajo del emplazamiento de una estructura como una excitación  $X_1$ . Las ondas sufren un nuevo filtrado a través de las capas de suelo que se encuentran entre el basamento y la superficie, que tienen una función de transferencia, obteniéndose la señal  $X_2$ . Debido al fenómeno de interacción suelo-estructura descrito por una función de transferencia  $A$ , la señal sufrirá nuevos cambios hasta obtenerse la señal  $X_3$ , que será la excitación en la base del edificio. La respuesta de la estructura  $X_4$  es el resultado de la convolución de la señal  $X_3$  a través de la función de transferencia de la estructura.

La evaluación de las funciones de transferencia  $I$  y  $D$  es un problema de ingeniería estructural, mientras que el cálculo de la función de transferencia  $A$  y la evaluación de la excitación  $X_1$  deben solucionarse mediante estudios de peligrosidad sísmica. En otras palabras, un estudio de peligrosidad tiene como objetivo estimar el movimiento del terreno en un lugar determinado como consecuencia de los terremotos o, como mínimo, de proporcionar una evaluación del tamaño del terremoto en el lugar en cuestión (Barbat, Canas y Canet 1988; Canas 1994 *et al.*; Canas y Barbat 1995).

Los estudios de peligrosidad sísmica a nivel regional, también conocidos como estudios de macrozonificación, se dirigen a estimar el parámetro  $X_1$ , mientras que los estudios de peligrosidad a nivel local -microzonificación- tienen como objetivo el de evaluar la función de transferencia  $A$  y por ende la señal  $X_2$ . Para realizar estos estudios se requiere investigaciones detalladas en varios campos tales como la Geofísica, la Geología y la Geotécnica.

La evaluación de la peligrosidad sísmica en una región completa puede realizarse mediante varias metodologías. Algoritmos conocidos, como los de Cornell y McGuire (1977), son generalmente los utilizados para realizar la mencionada evaluación. Varios otros métodos, como el propuesto por Egozcue *et al.* (1991), utilizan técnicas bayesianas para solucionar el problema de la falta de datos en regiones de sismicidad moderada o baja.

En las normativas de diseño sísmico de estructuras se adopta una severidad de la acción de acuerdo con el período de vida de la estructura, llamado también tiempo de exposición; durante este tiempo se espera que la acción de diseño no sea excedida para un determinado nivel de probabilidad de ocurrencia (Yépez, Barbat y Canas 1994; Barbat, Yépez y Canas 1995). El mencionado tiempo de exposición puede variar según la importancia de la estructura y, por ello, es de gran interés relacionarlo con el período de retorno de los terremotos, que es el tiempo medio transcurrido entre la ocurrencia de sismos con la misma característica específica. Cuando la mencionada característica es, por ejemplo, la aceleración máxima, al período de retorno se le puede denominar  $T_r(a_{\max})$ . Si  $t$  es el tiempo de exposición, la probabilidad de excedencia en  $t$  años de un sismo de tamaño asociado al período de retorno dado, puede expresarse de la siguiente manera (Barbat y Miquel Canet 1994):

$$P_t(a_{\max}) = 1 - \left[ 1 - \frac{1}{T_r(a_{\max})} \right]^t \quad (1.2)$$

De esta manera pueden obtenerse mapas de peligrosidad sísmica de toda una región o de un país para terremotos con distintas intensidades esperadas (o distintas aceleraciones máximas), asociadas a un período de retorno determinado.

Aunque, tradicionalmente, la fuerza destructiva de un terremoto ha sido expresada en función de la aceleración máxima del terreno, existen otras características de los sismos, tales como la intensidad, el contenido de frecuencias, la duración, el número, la secuencia de los choques, etc., que tienen una influencia importante en el daño sufrido por las estructuras. Obviamente, a efectos de cálculo de estructuras, el factor más importante a tener en cuenta al elegir un procedimiento de descripción de la fuerza de los terremotos sería justamente la capacidad de cuantificar el daño estructural. Sin embargo, siempre ha existido una cierta dualidad en la caracterización de la violencia de los terremotos: por una parte, la tendencia de los sismólogos ha sido de utilizar los registros de los movimientos del terreno y, por otra parte, los ingenieros han considerado más útil la información relacionada con la respuesta de las estructuras (Lin y Mahin, 1985). Por ejemplo, se han utilizado, además de los valores máximos de la aceleración, velocidad y desplazamiento del terreno, el espectro de amplitudes de Fourier, el espectro de pseudo-velocidades, la intensidad espectral propuesta por Housner (1947) (ver sección 2.2), el valor medio cuadrático de las aceleraciones correspondientes a la fase fuerte de un acelerograma, la intensidad en diferentes escalas macrosísmicas, etc.

La utilización de dicha intensidad implica la siguiente contradicción: Por una parte las escalas macrosísmicas -que son escalas de efectos- son utilizadas en las normativas para definir la propia acción. A partir de dicha acción puede calcularse el daño sufrido por una estructura mediante métodos de la mecánica aplicada. Por otra parte, estas mismas escalas describen, por su propia definición, los efectos de los terremotos; uno de estos efectos es justamente el daño sufrido por la estructura. Sería interesante comprobar si este daño coincide con el obtenido a partir de la acción.

Se ha puesto de manifiesto en los últimos años que, a pesar de los avances en la Ingeniería Sísmica y en la Ingeniería Estructural, el riesgo debido a los terremotos ha incrementado. Un ejemplo puede proporcionarlo la comparación de las pérdidas producidas por el terremoto de San Francisco del año 1906, que tuvo una magnitud de 8.3, con las del terremoto de Loma Prieta, del año 1989, de magnitud 7.1. Las pérdidas económicas directas, debidas únicamente al daño o colapso de las estructuras, fueron parecidas: 8000 millones de dólares (Astaneh 1989; Benuska 1990). Sin embargo, si se compara la energía liberada durante los dos terremotos, se observa que en el caso del terremoto del año 1906 ésta fue 63 veces mayor. Surge una paradoja: con el paso del tiempo, el potencial de destrucción de los sismos va aumentando, a pesar de que la sismicidad de una zona permanece constante. La explicación de este hecho la da Bertero (1992), mostrando que la posibilidad que se produzca un desastre por terremoto se incrementa cuanto mayor y más cercano a un centro urbano sea el sismo, cuanto mayor sea la población y el desarrollo económico y cuanto menor sea el grado de preparación antisísmica de la población. Sin embargo, debe añadirse otra causa a las anteriores: la existencia de estructuras antiguas muy vulnerables en las zonas sísmicas. Muchas de éstas fueron construidas sin diseño sismorresistente alguno, o utilizando normativas de los tiempos cuando la Ingeniería Sísmica aún estaba en sus comienzos; otras sufrieron ya el efecto de algún terremoto con el consiguiente daño, que, a veces, no se aprecia a simple vista. Además de todo esto, es importante dejar claro que, a pesar de que las normativas de diseño se están mejorando continuamente y son cada vez más exigentes, aún no son infalibles (Bertero 1992).

### **1.2.3 Evaluación de la vulnerabilidad y del riesgo sísmico físico**

El concepto de riesgo sísmico está siempre relacionado con la predicción de pérdidas futuras y está íntimamente ligado a la psicología personal o colectiva, razón por la que, obviamente, es difícil darle objetividad. Por este motivo es tan compleja la evaluación del riesgo, aun cuando se trate solamente de su dimensión física. Cuando, además, a esta dimensión se le añaden las relacionadas con el contexto, aspectos absolutamente necesarios para facilitar la gestión, el problema se vuelve mucho más complejo aun. Además, es absolutamente necesario que el riesgo esté siempre asociado con la decisión, con la ejecución de una acción que se debe llevar a cabo. Puesto que los resultados de cada acción factible son inciertos, es esencial considerar incertidumbres en el análisis de sistemas físicos para poder decidir si un modelo es apropiado para el problema que se debe resolver (Cardona 1999).

Un análisis de vulnerabilidad es un estudio de la capacidad de un sistema de resistir o absorber el impacto de un suceso que caracteriza una amenaza y, por lo tanto, se diferencia del análisis de riesgo, que es la estimación de pérdidas de acuerdo con el grado de amenaza considerado y con el nivel de vulnerabilidad existente en el sistema expuesto. La evaluación de la vulnerabilidad física ha sido la que más se ha desarrollado hasta ahora. El correspondiente riesgo físico puede calcularse como la pérdida esperada en un período de tiempo y puede expresarse como una proporción del valor o coste de reemplazo de los elementos en riesgo.

Al igual que la amenaza, el riesgo puede plasmarse en mapas, que pueden ser probabilistas o deterministas. En este último caso, los mapas de riesgo representan un escenario, o sea la distribución espacial de los efectos potenciales que puede causar un suceso de una intensidad dada sobre un área geográfica, de acuerdo con el grado de vulnerabilidad de los elementos que componen el sistema expuesto. Estos mapas, no sólo son de fundamental importancia para la planificación de la intervención de la amenaza y/o la vulnerabilidad, sino también para la elaboración de los planes de contingencia que los organismos operativos deben realizar durante la etapa de preparativos para emergencias. La evaluación de pérdidas futuras requiere técnicas probabilistas, con lo que los riesgos se expresan en pérdidas medias de dinero o de vidas por año.

El riesgo físico está directamente relacionado con la calidad del diseño sismorresistente de la estructura. Cuando se lleva a cabo un diseño estructural, en realidad se está realizando la evaluación de la vulnerabilidad de un modelo, que tiene ciertas características geométricas y de los materiales, de acuerdo con los requisitos mínimos establecidos por una normativa y considerando como aceptable el modelo cuando cumple dichos requisitos. Sin embargo, este tipo de análisis de vulnerabilidad se realiza con el fin de proyectar dicho modelo, es decir, de proponerlo como solución constructiva que debe llevarse a cabo teniendo en cuenta factores de seguridad. Hoy se conocen las bases que permiten realizar dicho diseño con razonable seguridad para la vida. Más aun, en el diseño se admiten sistemas estructurales que sufran daños controlados y que disipen una parte importante de la energía absorbida. Obviamente, durante la vibración de estas estructuras en el rango plástico durante sismos fuertes se producen daños estructurales y no estructurales. Es decir, los propios criterios de diseño utilizados en las normativas admiten la vulnerabilidad de la estructura y un cierto nivel de riesgo aceptable que está implícitamente incluido en las normas. Tal como se ha visto durante los últimos terremotos del año 2003 de California e India, en las regiones donde se diseña de acuerdo con una normativa sismorresistente adecuada, donde la construcción es sometida a una supervisión estricta y donde el sismo de diseño es representativo de la amenaza sísmica real de la zona, el daño es marginal en comparación con el observado en sitios donde no se dan estas circunstancias.

En el caso de las estructuras de hormigón armado, es común que se produzcan daños estructurales en pilares durante los sismos muy fuertes, tales como grietas diagonales, causadas por cortante y/o torsión, o grietas verticales, desprendimiento del recubrimiento, aplastamiento del hormigón y pandeo de las barras longitudinales por exceso de esfuerzos de flexión y compresión. En vigas se producen grietas diagonales y rotura de estribos por causa del cortante y/o de la torsión y grietas verticales, rotura del

refuerzo longitudinal y aplastamiento del hormigón por la flexión debida a cargas alternativas. Las conexiones entre elementos estructurales son, por lo general, los puntos más críticos. En las uniones viga-pilar (nudos), el cortante produce grietas diagonales y es habitual ver fallos por adherencia y anclaje del refuerzo longitudinal de las vigas como consecuencia de esfuerzos excesivos de flexión. En las losas se pueden producir grietas por punzonamiento alrededor de los pilares y grietas longitudinales a lo largo de la losa de piso debido a la excesiva demanda de flexión que puede imponer el sismo. Las irregularidades en altura, tales como cambios bruscos de rigidez entre pisos adyacentes, hacen que la absorción y disipación de energía durante el sismo se concentren en los pisos flexibles, donde los elementos estructurales se ven sometidos a sollicitaciones excesivas. Las irregularidades en planta de la masa, rigidez y resistencia pueden originar vibraciones torsionales que generan concentraciones de esfuerzos difíciles de evaluar.

Generalmente, los daños no estructurales se deben a la unión inadecuada entre los muros divisorios, las instalaciones y la estructura, o a la falta de rigidez de la misma, lo que conduce a excesivas deformaciones que no pueden ser absorbidas. Los elementos no estructurales de las construcciones rígidas se comportan, en general, mejor que en las flexibles, al sufrir menor daño al limitarse el desplazamiento relativo entre pisos. La vulnerabilidad física de un edificio condiciona su vulnerabilidad funcional, que está relacionada no solamente con la seguridad de la estructura, sino también con el comportamiento de los elementos no estructurales, tales como tabiques, instalaciones, equipos, etc., que son fundamentales para que el edificio se mantenga en servicio. Este aspecto es de máxima importancia en el caso de aquellos edificios cuya función es vital, como es, por ejemplo, el caso de los hospitales.

Se han propuesto muchos métodos para evaluar las pérdidas esperadas durante futuros terremotos en centros urbanos. Aunque no es posible predecir con precisión cuándo y dónde va a ocurrir un sismo, sí es posible realizar estimaciones de cuántas víctimas y qué daños causará. Este tipo de evaluaciones permite dimensionar la magnitud del problema que tendrá que afrontar una ciudad o una región, razón por la cual este tipo de estudios se han convertido en ineludibles para la prevención de desastres. Se han propuesto diferentes metodologías para la evaluación del riesgo sísmico de centros urbanos mediante escenarios de daños. Partiendo de una estimación de la amenaza sísmica mediante un estudio de micro zonificación, se utilizan luego matrices o funciones de vulnerabilidad para diversas tipologías estructurales, que relacionan el daño potencial con la severidad del movimiento sísmico esperado (ATC 1985; Barbat 1998). En general, los diferentes métodos utilizados pueden clasificarse en probabilistas y deterministas, y su utilización depende del objetivo del estudio. En los métodos probabilistas, la amenaza sísmica se calcula mediante técnicas de la teoría de la probabilidad, luego se evalúa la vulnerabilidad por tipos de edificios y se estima el riesgo en términos de pérdidas probables. La vulnerabilidad de las estructuras también puede estimarse en términos probabilistas, dada la dispersión de los resultados que puede ofrecer un análisis de vulnerabilidad para un amplio número de edificios. Comúnmente, estos métodos son utilizados para la estimación de pérdidas económicas acumuladas y de las primas de seguros. En los métodos deterministas se postulan uno o más terremotos sin considerar explícitamente su probabilidad de ocurrencia.

Habitualmente, se utiliza el terremoto más fuerte conocido que haya ocurrido en la región, también llamado máximo terremoto histórico. Las etapas son similares a las de los métodos probabilistas y se utilizan para evaluar las pérdidas debidas a un terremoto específico, a fin de estudiar anticipadamente la reducción de daños y determinar un escenario para la planificación de emergencias.

#### **1.2.4 Métodos de evaluación de la vulnerabilidad sísmica**

El análisis de vulnerabilidad de un edificio existente puede entenderse como el cálculo de la capacidad que dicha estructura tiene para soportar las sollicitaciones sísmicas reales. Esta evaluación difiere sustancialmente del proceso de análisis que se realiza en la fase de diseño, pues en este caso las cargas deben ser las reales, al igual que la resistencia y la ductilidad de la estructura y de los elementos, sin considerar los tradicionales factores de seguridad. En la evaluación del daño estructural se pueden utilizar:

Matrices de probabilidad de daño, que expresan en forma discreta la probabilidad condicional de que una estructura sufra un nivel de daño ND igual a  $j$ , dado un sismo con un nivel de severidad  $i$  (Whitman et al. 1973).

Funciones de vulnerabilidad, que son relaciones gráficas o matemáticas que expresan en forma continua la vulnerabilidad en función de algún parámetro que describa el nivel de severidad del sismo.

La vulnerabilidad sísmica puede evaluarse mediante observación y levantamiento de planos del estado de fisuración real producido por terremotos y su posterior estudio estadístico, denominándose en este caso vulnerabilidad observada. La vulnerabilidad también puede cuantificarse mediante el cálculo de la respuesta sísmica no lineal de las estructuras, caso en que se denomina vulnerabilidad calculada o simulada. El resultado más importante de un cálculo de este tipo es un índice de daño que caracteriza globalmente la degradación de una estructura sometida a terremotos.

El método del índice de vulnerabilidad (Benedetti y Petrini 1984) utiliza los datos obtenidos mediante inspección para realizar una calificación de la calidad del diseño y construcción sismorresistente de los edificios mediante un coeficiente denominado índice de vulnerabilidad, IV. El método hace una calificación numérica de once parámetros estructurales preestablecidos por expertos y calcula, a partir de estos valores, el índice de vulnerabilidad. En el caso de los edificios de mampostería no reforzada, estos parámetros son: 1) organización del sistema resistente; 2) calidad del sistema resistente; 3) resistencia convencional; 4) influencia de la cimentación; 5) elementos horizontales; 6) configuración en planta; 7) configuración en elevación; 8) separación máxima entre muros; 9) tipo de cubierta; 10) elementos no estructurales; y 11) estado de conservación. En el caso de edificios de hormigón armado, los parámetros 8) y 9) cambian por los siguientes: 8) conexión entre elementos; 9) elementos de baja ductilidad. El método relaciona luego el índice de vulnerabilidad obtenido, IV, con el grado de daño global, D, que sufre la estructura, a través de funciones de vulnerabilidad para cada grado de intensidad macrosísmica del terremoto o para diferentes niveles de aceleración máxima. Una de las ventajas del método es que es aplicable no sólo a diferentes subtipologías de edificios sino también a diferentes calidades de construcción

dentro de la misma subtipología, diferenciadas por rangos de índices de vulnerabilidad, Barbat *et al.* (1996).

El análisis y diseño basado en las prestaciones o en el desempeño sísmico de las estructuras, conocido en la literatura inglesa como *performance based engineering*, se ha convertido en un área científica y técnica relevante de la ingeniería estructural. Su ámbito de aplicación ha trascendido al diseño de edificios nuevos para emplearse en la predicción del comportamiento de edificios existentes, es decir, en la evaluación de la vulnerabilidad y del riesgo sísmico. De particular interés es la aplicación de esta técnica en zonas urbanas de sismicidad moderada, donde el crecimiento económico ha tenido como consecuencia el aumento del riesgo sísmico.

### 1.2.5 Ejemplo de aplicación: Barcelona

Como ejemplo, se muestran los escenarios de riesgo obtenidos para la ciudad de Barcelona, donde la gran mayoría de los edificios son de mampostería no reforzada o de hormigón armado con forjados reticulares. En el período comprendido entre 1875 y 1900 se construyeron en Barcelona casi 10.000 edificios de mampostería no reforzada, desarrollándose de esta manera el distrito del Eixample, zona emblemática del centro de la ciudad, con un importante valor histórico, arquitectónico y cultural. Los edificios de esta zona se encuentran incorporados en conjuntos denominados manzanas que miden aproximadamente 113m por 113m, son prácticamente simétricos, perfectamente alineadas y achaflanadas en sus vértices mediante aristas de unos 20 metros, cubriendo aproximadamente 750 hectáreas de la superficie de la ciudad (ver la Figura 1.2). Debe indicarse que en el distrito del Eixample hay 7.000 edificios mientras que en toda la ciudad de Barcelona el número de edificios es de 80.000.

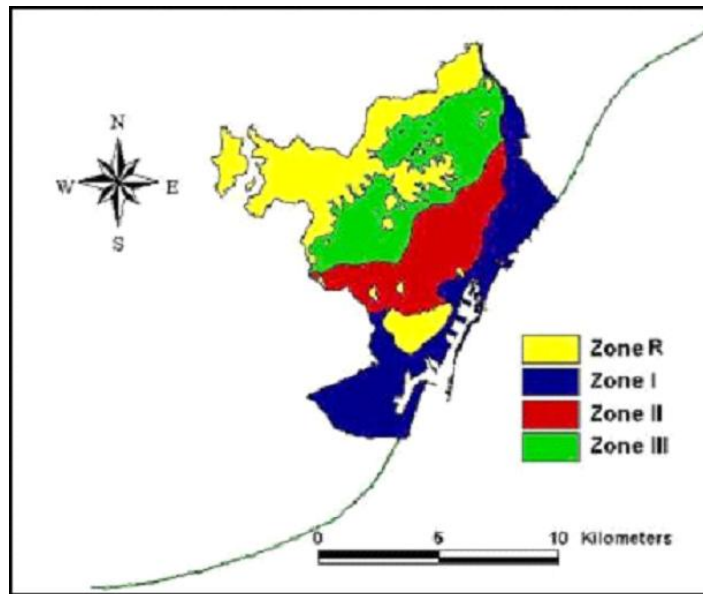


Figura 1.2. Manzanas típicas del Eixample.



Desde un punto de vista sísmico, Barcelona está clasificada en cuatro tipos correspondientes a 4 grandes zonas que pueden verse en la Figura 1.3 (Cid 1998).

La amenaza sísmica en Barcelona se reevaluó recientemente, tanto desde una óptica determinista como desde una probabilista, considerando la severidad de la acción en términos de la intensidad y en términos de las aceleraciones espectrales para los períodos de 0, 0.3, 0.6, 1.0 y 2.0 s (Irizarry et al. 2003). La Figura 1.4 muestra los espectros correspondientes a los escenarios determinista y probabilista en formato aceleración-desplazamiento (AD) para la zona II en la cual se encuentra localizado el distrito del Eixample.



**Figura 1.3.** Zonificación sísmica de Barcelona (Cid 1998)

En la Figura 1.5 se muestran las curvas de fragilidad obtenidas para el tipo de edificios de mampostería no reforzada existente en el distrito del Eixample de Barcelona. En la Figura 1.6 puede verse un ejemplo de curvas de fragilidad obtenidas para edificios típicos de hormigón armado con forjados reticulares existentes en España, para alturas de 2, 5 y 8 plantas.

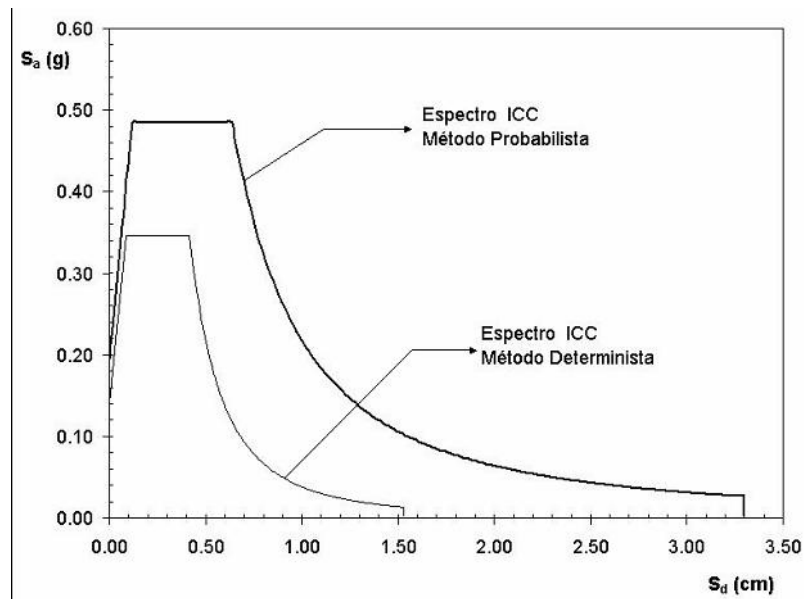


Figura 1.4. Espectros de respuesta propuestos por el ICC para los escenarios de amenaza sísmica determinista y probabilista (Irizarry *et al.* 2003)

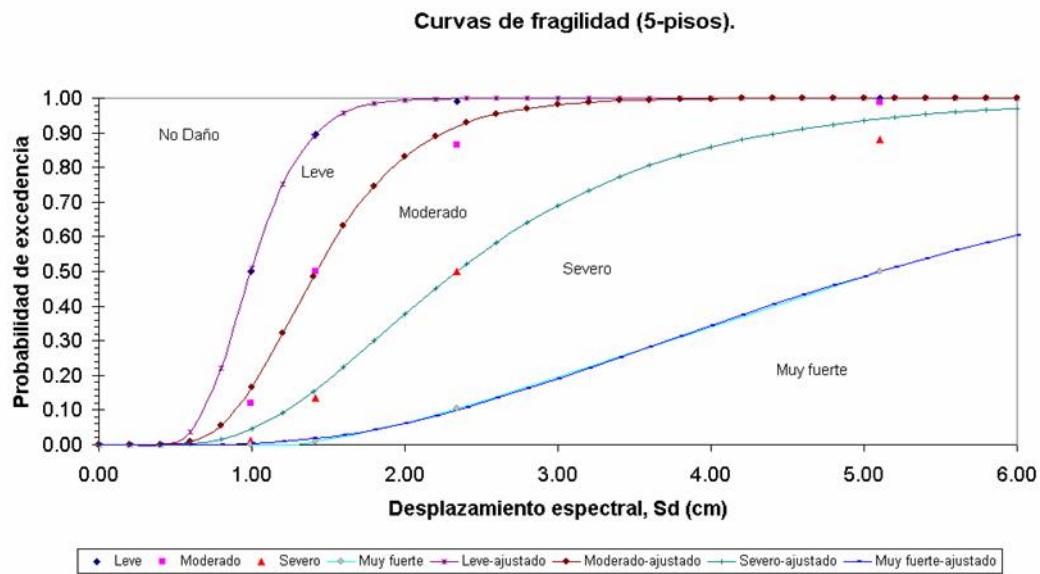
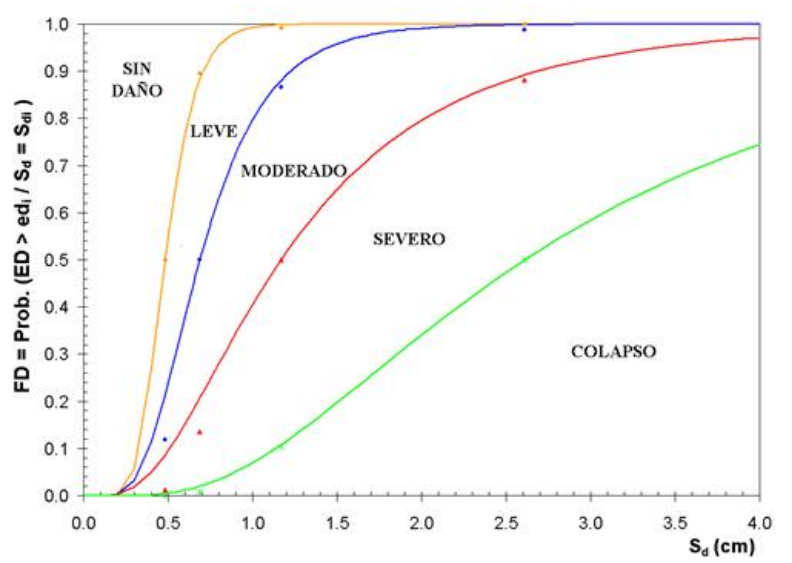
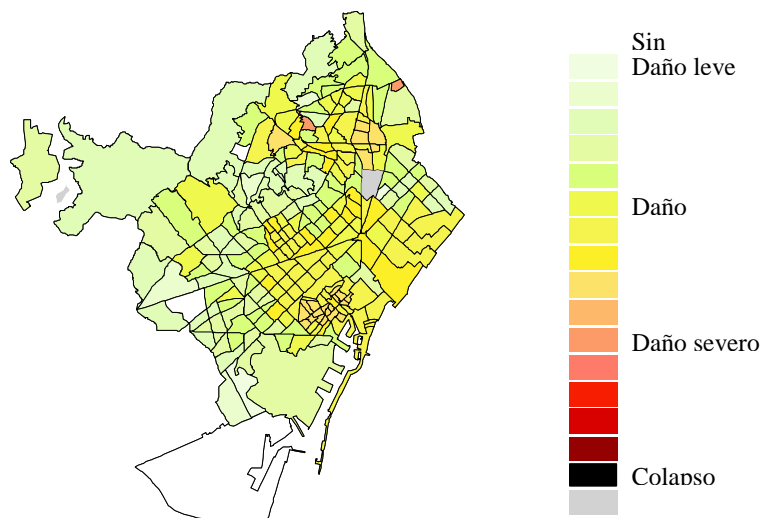


Figura 1.5. Curvas de fragilidad para un edificio típico de 6 niveles de mampostería no reforzada del distrito del Eixample de Barcelona.

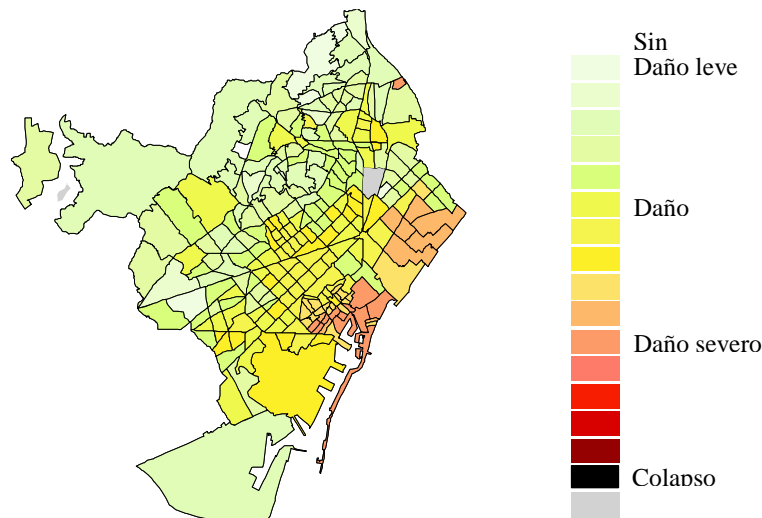


**Figura 1.6.** Curvas de fragilidad para un edificio con forjados reticulares y cinco plantas.



**Figura 1.7.** Escenario de riesgo sísmico para un escenario de amenaza probabilista.

En la Figura 1.7 se muestra un escenario de riesgo sísmico para el escenario de amenaza probabilista. Dicho escenario se representó utilizando las zonas censales de Barcelona. Al utilizarse las curvas de fragilidad para evaluar el riesgo sísmico, es posible obtener mapas que muestren la probabilidad de que ocurra en los diferentes edificios de una zona un cierto estado de daño. En la Figura 1.8 puede verse un mapa de este tipo para un estado de daño leve y para el escenario de amenaza probabilista.



**Figura 1.8.** Mapa de probabilidad de daño leve para un escenario de amenaza probabilista.

### 1.2.6 Mitigación del riesgo sísmico

Para mitigar el riesgo sísmico  $R$  en un lugar determinado, debe disminuirse la peligrosidad  $H$ , la vulnerabilidad  $V$  o el coste  $E$ . Seguidamente se analizan estas tres posibilidades:

- La peligrosidad sísmica puede reducirse influyendo en las condiciones locales del suelo. Por ejemplo, pueden escogerse emplazamientos lo suficientemente alejados de las fallas, evitando los lugares de posibles deslizamientos o de alto potencial de licuefacción y utilizando técnicas de mejora de las condiciones del suelo.
- Referente a la reducción de la vulnerabilidad sísmica de una cierta zona, deben considerarse dos casos. El primero es el de una estructura de nuevo diseño; la reducción de su vulnerabilidad puede lograrse por medio del cumplimiento de todos los requisitos de las normativas de diseño y construcción sismo-resistente. Por ello, es también muy importante que se mejoren dichas normativas conforme avancen los conocimientos acerca del comportamiento sísmico de las estructuras. Adicionalmente, es esencial mejorar la tecnología y calidad de la construcción. El segundo caso es el de las estructuras ya existentes. La única alternativa para mitigar el riesgo sísmico de la zona es la reducción de la vulnerabilidad de estas estructuras a través de su refuerzo, su rehabilitación o, sencillamente, su demolición.

Sobre el coste  $E$  no puede actuarse de manera eficaz. Sin embargo, cuando se están estudiando las pérdidas humanas, se deben emprender campañas de preparación y educación de la población, explicando las formas de protegerse durante terremotos. Las

pérdidas pueden también reducirse si se elaboran planes de emergencia adecuados (Winslow y Ross 1993).

## Capítulo 2

# Espectros de respuesta y espectros de diseño

### 2.1 INTRODUCCIÓN

La determinación de la respuesta en desplazamientos, velocidades o aceleraciones, en el dominio del tiempo, para un oscilador elástico a un grado de libertad, requiere el siguiente cálculo:

- **Para forzantes armónicas:** la resolución de la ecuación diferencial del movimiento en forma exacta,
- **Para cualquier forzante armónica o no** (caso de la acción de una fuerza sísmica): la resolución de una integral de convolución de impulsos elementales *integral de Duhamel* (Barbat y Canet 1994) o, como alternativa, la resolución de la ecuación diferencial del movimiento mediante una aproximación en diferencias finitas en el tiempo.

Como breve recordatorio, se presentan a continuación los conceptos fundamentales de la *integral de Duhamel*. Esta integral considera un oscilador libre a un sólo grado de libertad sometido a una fuerza  $F(t)$ , aplicada como una sucesión de impulsos en el tiempo  $dI = f(t)dt$  (ver Figura 2.1). Para ello se aplica un impulso al oscilador y se deja oscilar libremente, resultando

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \dots \dots \dots \forall t \geq t_I = \tau + dt$$

$$\text{Condiciones iniciales: } \begin{cases} \dot{u}(t=0) = \dot{u}_0 \Rightarrow d\dot{u}(t=0) = \frac{dI}{m} \\ u(t=0) = u_0 = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

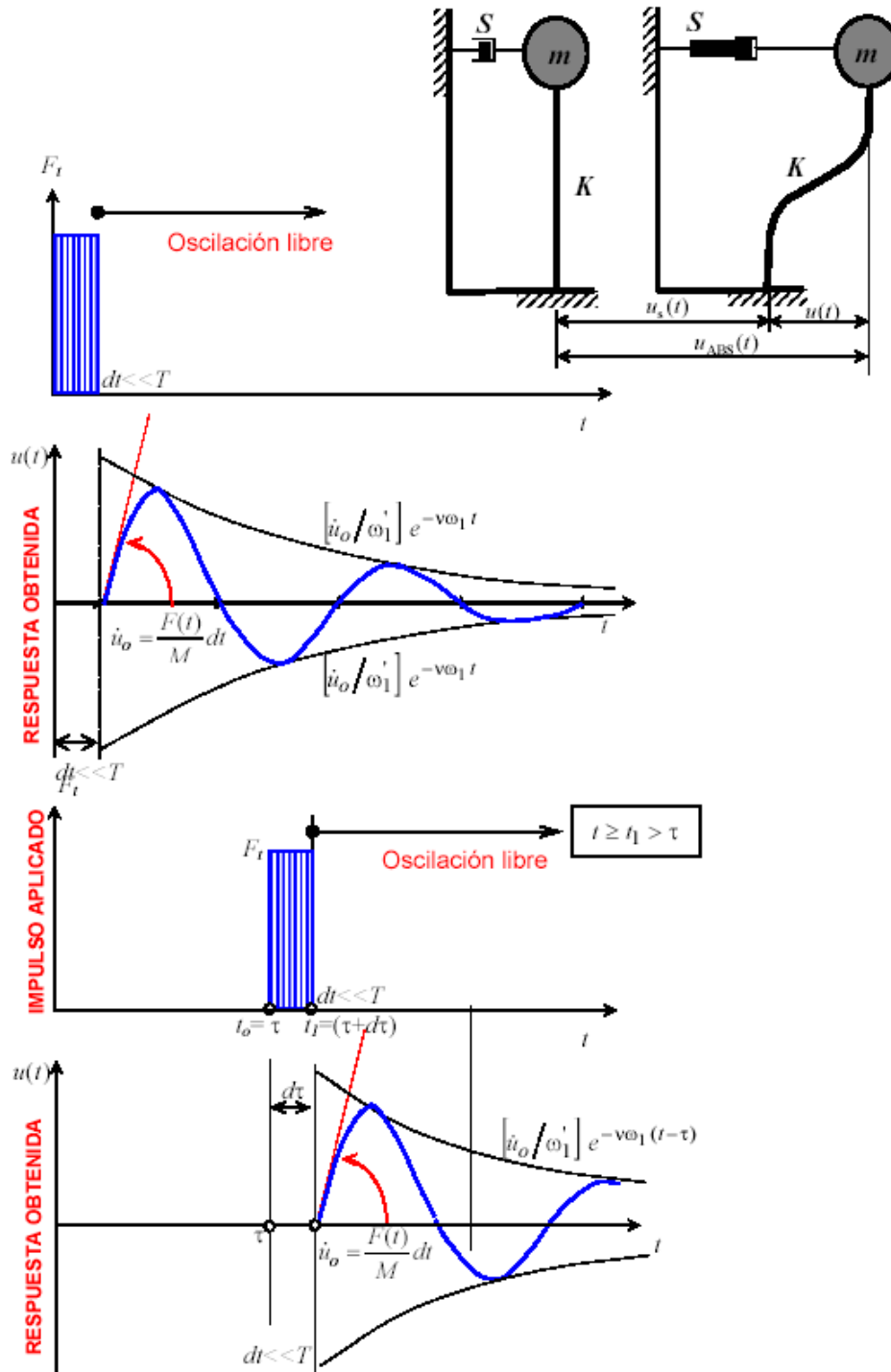


Figura 2.1 Oscilador a un grado de libertad, sometido a un impulso: (a) inicial.

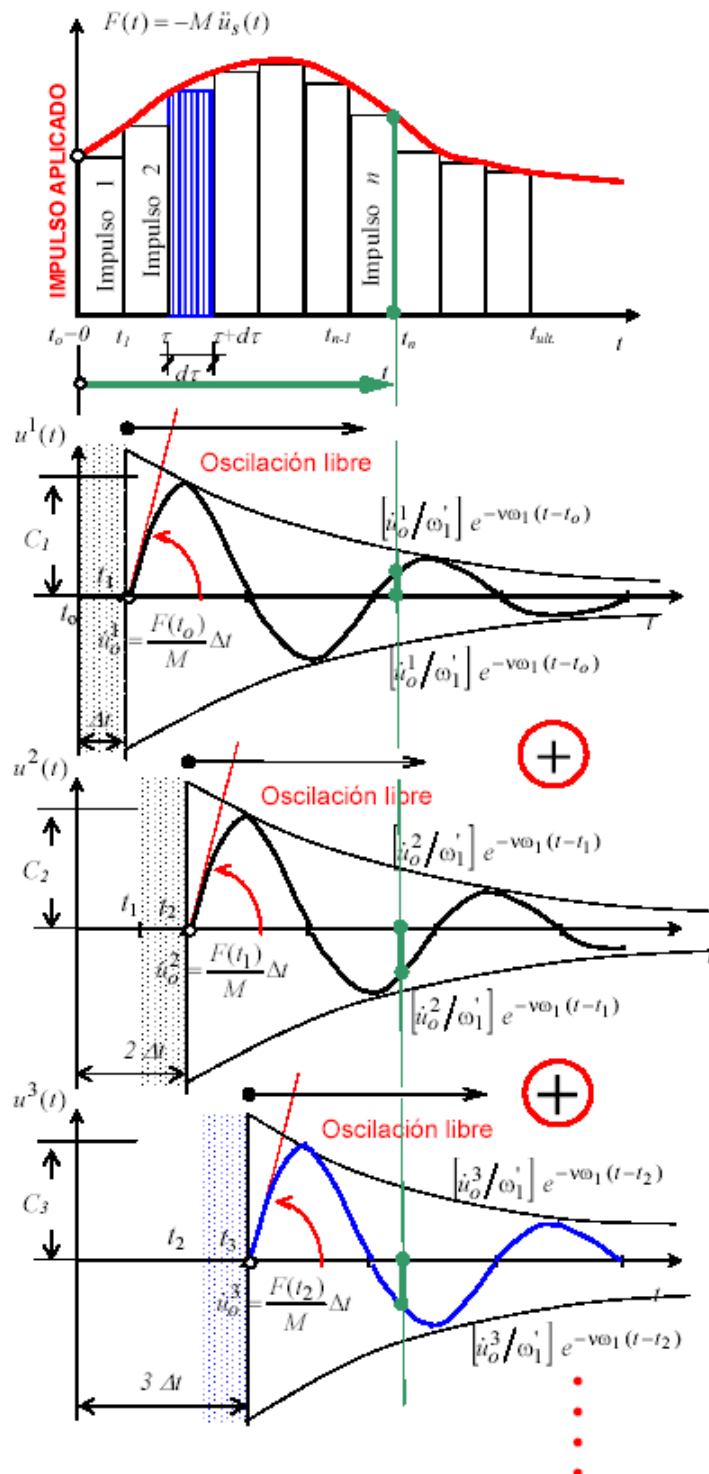


Figura 2.2 Oscilador a un grado de libertad, sometido a un impulso: (b) de duración



$$0 \leq t \leq t_{ult}.$$

Considerando la solución homogénea de la ecuación diferencial a derivadas parciales con coeficientes constantes (2.1) y diferenciando dicha solución en u, se obtiene la siguiente expresión luego de sustituir en ella la definición del impulso  $d\dot{u}_0 = \frac{I}{m}$ :

$$du(t) = dI \frac{1}{m\omega\sqrt{1-v^2}} e^{-v\omega t} \sin(\omega\sqrt{1-v^2}t) \equiv h(t)I = h(t)f(t)dt$$

Donde m,  $c = 2v\omega$  y k son, respectivamente, la masa, el coeficiente de amortiguamiento y la rigidez del oscilador;  $\omega = \sqrt{k/m}$  es la pulsación angular del oscilador y v la fracción de amortiguamiento del crítico. A h(t) se le denomina impulso elemental unitario y  $t_i$  es el tiempo a partir del cual se inicia una oscilación libre debida a la imposición del impulso. Inmediatamente que concluye la aplicación del primer impulso elemental, se aplica otro impulso y nuevamente se deja oscilar libremente y así sucesivamente hasta alcanzar el tiempo último  $t_{ult}$  de duración de la fuerza aplicada F(t). Puesto que se tratan de osciladores armónicos con comportamiento elástico, se puede considerar la *superposición de impulsos elementales*  $I = \int_t dI$ , de donde resulta la respuesta global del oscilador sometido a una carga no armónica, como la integración de cada respuesta armónica correspondiente a cada impulso elemental.

$$u(t) = \int_t du(t) = \int_0^t \frac{f(\tau)}{m\omega\sqrt{1-v^2}} e^{-v\omega(t-\tau)} \sin(\omega\sqrt{1-v^2}(t-\tau)) d\tau \quad (2.2)$$

Esta integral implica una convolución de impulsos, esto significa que por cada impulso nuevo que se añade, se vuelven a superponer nuevamente todos los anteriores. Para el caso en que la fuerza  $F(t) = -m a(t)$  provenga de una aceleración del terreno a(t) provocada por un sismo, la respuesta de la ecuación (2.2) queda expresada de la siguiente forma:

$$u(t) = \frac{1}{\omega\sqrt{1-v^2}} \int_0^t a(\tau) e^{-v\omega(t-\tau)} \sin(\omega\sqrt{1-v^2}(t-\tau)) d\tau \quad (2.3)$$

Que equivale a resolver por diferencias finitas la ecuación diferencial de un oscilador simple sometido a una aceleración en la base,

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -ma(t) \dots \dots \dots \forall t \quad (2.4.a)$$

O escrita en aceleraciones

$$\ddot{u}(t) + 2v\omega\dot{u}(t) + \omega^2 u(t) = -a(t) \dots \dots \dots \forall t \quad (2.4.b)$$

Las expresiones (2.2) y (2.3) son dos formas de presentar la denominada *integral de Duhamel* (Clough, Penzien 1975), (Gavarini 1979), (Paz 1992), (Barbat, Miquel 1994) Chopra (1996). Esta integral da la respuesta exacta de un oscilador elástico lineal sometido a una acción no armónica y representa la convolución en el tiempo de las respuestas a los sucesivos impulsos unitarios. Obsérvese que para cada  $t_i$  esta integral superpone, para el dominio  $t_i \leq t \leq t_{ult}$ , una nueva oscilación libre a la ya existente (concepto de convolución). Hay distintas formas numéricas de resolver de esta integral, ver referencias (Barbat, Miquel 1994), (Clough, Penzien 1975), (Paz 1992), (Gavarini 1979). Actualmente gracias a que los ordenadores la integral de convolución se resuelve rápidamente sin costes computacionales elevados.

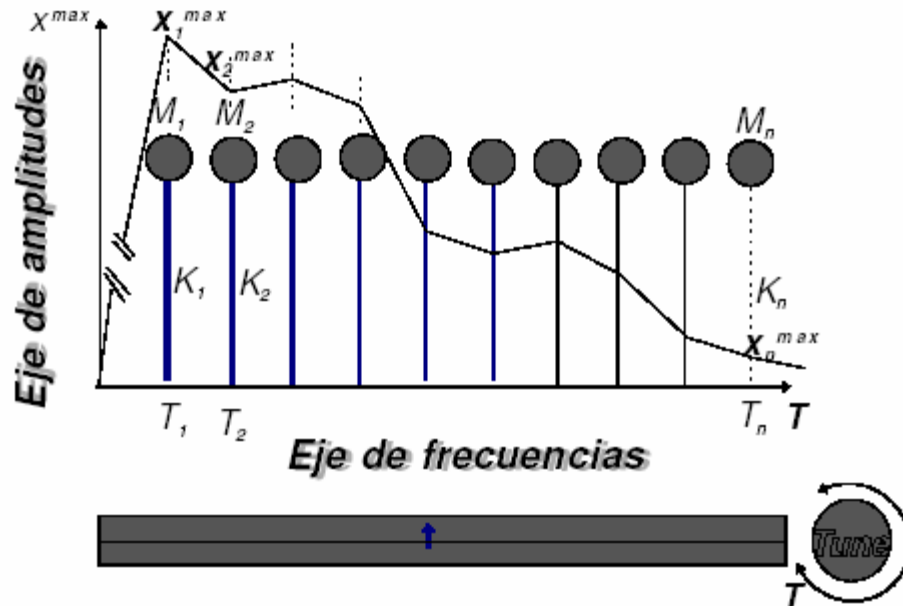
## 2.2 ESPECTROS DE RESPUESTA ELÁSTICOS

Es correcto y deseable, que la respuesta de una estructura elástica sea obtenida a través de un método que permita conocer su estado en cada instante de tiempo (por ejemplo, mediante el método numérico de resolución directa, paso a paso, de la ecuación diferencial del movimiento). Sin embargo, se puede abreviar el cálculo si sólo se quiere obtener la respuesta máxima que tendrá la estructura, sin importar el instante en que ésta se produce. Para obtener este estado más desfavorable, es necesario utilizar los denominados espectros de respuesta.

### 2.2.1. Conceptos teóricos

Se denomina *espectro de respuesta* a la representación gráfica de una familia de curvas, tal que cada una de ellas representa la *máxima respuesta* (en desplazamientos, velocidad o aceleración), que pueden alcanzar distintos osciladores con distintas frecuencias y amortiguamiento constante (ver Figura 2.3), cuándo son sometidos a una acción dinámica. Por lo tanto, estos espectros reciben el nombre de *espectros sísmicos de respuesta*, si dicha acción dinámica se refiere a un sismo.

Dado un conjunto de osciladores, cuyas frecuencias propias van desde  $\omega_1 \geq \omega \geq \omega_n$  si se someten estos osciladores a una fuerza  $f(\omega) = F_0 \bar{F}(\omega)$  (o aceleración en la base) de amplitud constante  $F_0$ , pero cuya frecuencia varía entre  $\omega^{\max} \geq \omega \geq \omega^{\min}$  (barrido de frecuencias), se puede observar la máxima excitación para cada oscilador, en el instante que el barrido de frecuencias de la forzante pase por una magnitud próxima a la frecuencia propia del oscilador (resonancia).



**Figura 2.3** Representación esquemática de un espectro de respuesta de desplazamientos.

Una forma de calcular los máximos desplazamientos, velocidades y aceleraciones, de un oscilador simple sometido a una aceleración aplicada en la base  $a(t)$ , es mediante la integral de Duhamel para unas condiciones iniciales  $\dot{u}_0 = 0, u_0 = 0$  (ecuaciones 2.2 y 2.3). Para simplificar las expresiones, se denominará pulsación natural amortiguada a la expresión:  $\omega_v = \omega\sqrt{1-\nu^2}$ . Esto es:

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_v} \int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin(\omega_v(t-\tau)) d\tau \quad (2.5.a)$$

$$u^{\max} = |u(t)|^{\max}$$

Expresiones similares se obtienen para la velocidad y la aceleración, utilizando la siguiente regla de derivación:  $\frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_t f(t, \tau) d\tau \right] = \int_t \left[ \frac{\partial f(\tau, t)}{\partial t} \right] d\tau + [f(\tau, t)]_{\tau=t}$ :

$$\begin{aligned}
\dot{u}(t) &= \frac{du(t)}{dt} = \\
& - \int_0^t a(\tau) e^{-v\omega(t-\tau)} \cos(\omega_v(t-\tau)) d\tau + \int_0^t \frac{a(\tau)v}{\sqrt{1-v^2}} e^{-v\omega(t-\tau)} \sin(\omega_v(t-\tau)) d\tau \\
\dot{u}(t) &= - \int_0^t a(\tau) e^{-v\omega(t-\tau)} \cos(\omega_v(t-\tau)) d\tau - v\omega u(t) \\
\dot{u}^{\max} &= |\dot{u}(t)|^{\max}
\end{aligned} \tag{2.5.b}$$

Y, siguiendo este procedimiento analítico, la aceleración absoluta resulta a partir de sumar a la aceleración del terreno la propia del oscilador,

$$\begin{aligned}
u_{abs}(t) &= \ddot{u}(t) + a(t) \\
&= \frac{d^2 u(t)}{dt^2} \\
&= \int_0^t a(\tau) \frac{\omega(1-2v^2)}{\sqrt{1-v^2}} e^{-v\omega(t-\tau)} \sin(\omega_v(t-\tau)) d\tau + 2v\omega \int_0^t a(\tau) e^{-v\omega(t-\tau)} \cos(\omega_v(t-\tau)) d\tau
\end{aligned}$$

De donde se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
u_{abs}(t) &= \underbrace{\omega_v \frac{(1-2v^2)}{1-v^2} \int_0^t a(\tau) e^{-v\omega(t-\tau)} \sin(\omega_v(t-\tau)) d\tau}_{-u_{efi}(t) = -(\omega_v)^2 u(t)} - \underbrace{2(v\omega)^2 u(t) - 2v\omega \dot{u}(t)}_{-\ddot{u}_v(t)} \\
\ddot{u}_{abs}(t) + 2(v\omega)^2 u(t) + 2v\omega \dot{u}(t) + (\omega_v)^2 u(t) &= 0 \\
\ddot{u}_{abs}^{\max} &= |\ddot{u}_{abs}(t)|^{\max}
\end{aligned} \tag{2.5.c}$$

Donde  $u_{abs}(t)$  es la aceleración absoluta, medida desde el origen del sistema referencial (ver figura 2.1);  $u_{efi}(t)$  es la aceleración eficaz, relativa a la base del oscilador, que actúa sobre las propiedades elásticas del oscilador (rigidez); y  $\ddot{u}_v(t)$  es la aceleración de amortiguamiento, relativa a la base del oscilador, que actúa sobre las propiedades viscosas del oscilador. Las dos primeras de las ecuaciones 2.5 representan el desplazamiento y la velocidad máxima, relativa a la posición de la base del oscilador, en tanto la última expresa la aceleración absoluta, respecto del origen (ver Figura 2.1). Esta última se puede también expresar como la contribución de la desaceleración debida a la rigidez estructural más otra debida al amortiguamiento  $|\ddot{u}_{abs}(t)|^{\max} = | -u_{efi}(t) - \ddot{u}_v(t) |^{\max}$  (Gavarini 1979), (Oller, Caro 1984). Por otro lado, se puede obtener también la aceleración absoluta a partir de la ecuación del movimiento de un oscilador simple, sometido a una aceleración sísmica en la base a (t). Esto es:

$$\begin{aligned}
m[\ddot{u}(t) + a(t)] + c\dot{u}(t) + ku(t) &= 0 \\
\underbrace{[\ddot{u}(t + a(t))]}_{\ddot{u}_{abs}(t)} + \underbrace{2v\omega\dot{u}(t)}_{\dot{u}_v(t)} + \underbrace{\omega_1^2 u(t)}_{u_{eff}(t)} &= 0
\end{aligned} \tag{2.6}$$

De la comparación de esta última ecuación con la (2.5c), se deduce que coinciden siempre que  $v$  sea pequeño (por ejemplo, inferior al 20%) y en tal caso el término  $(v\omega)^2$  se puede despreciar.

Conocidos los valores máximos de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones, sólo queda establecer, a partir de las ecuaciones (2.5) y (2.6), los espectros reales:

$$\begin{aligned}
\text{Espectro de Desplazamiento Relativo: } S_d^r &= S_d^r(\omega, v) = |u(t)|^{\max} \\
\text{Espectro de Velocidad Relativa: } S_v^r &= S_v^r(\omega, v) = |\dot{u}(t)|^{\max} \\
\text{Espectro de Aceleración Absoluta: } S_a^r &= S_a^r(\omega, v) = |\ddot{u}(t) + a(t)|^{\max} = |\ddot{u}_{abs}(t)|^{\max}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Por conveniencia y con la finalidad de establecer una formulación simple que interrelacione las expresiones de los espectros de respuesta, Housner 1947 (Paz 1992), (Barbat y Canet 1994), (Gavarini 1979), definió unos espectros aproximados de velocidad y aceleración, a los que llamó pseudo-espectros. Estos admiten las siguientes simplificaciones:

Se aproxima  $\omega_v = \omega\sqrt{1-v^2}$  por  $\approx \omega$ . Esto es bastante cierto debido a que en las obras civiles, el factor de amortiguamiento es muy bajo, se admite que la aceleración producida por el amortiguamiento es despreciable  $u_v \approx 0$  por el mismo motivo antes citado, se sustituye en el espectro de velocidades la función  $\cos(\omega_v(t-\tau))$  por la función  $\sin(\omega_v(t-\tau))$ . Esto, tiene sentido por que sólo se busca el máximo de la respuesta y tanto la función seno como la coseno tienen máximo unidad.

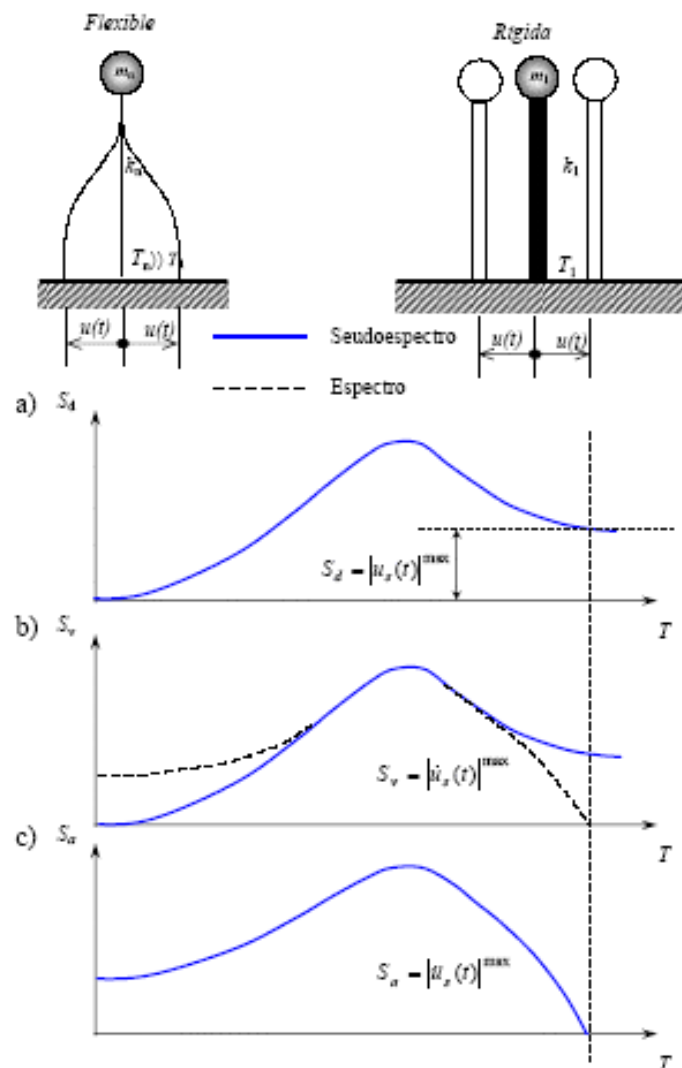
Considerando estas hipótesis simplificadoras, se obtienen los denominados pseudo-espectros, realizando las siguientes transformaciones en las ecuaciones (2.5), sin que los resultados se alteren significativamente. De esta manera se consigue relacionar los tres pseudo-espectros en función de la frecuencia angular del oscilador,

$$S_d = S_d(\omega, v) = \left| -\frac{1}{\omega} \int_0^t a(\tau) e^{-\omega v(t-\tau)} \sin(\omega(t-\tau)) d\tau \right|^{\max} \tag{2.8.a}$$

$$S_v = S_v(\omega, v) = \left| -\int_0^t a(\tau) e^{-v\omega(t-\tau)} \sin(\omega(t-\tau)) d\tau \right|^{\max} = \omega S_d \tag{2.8.b}$$

$$S_a = S_a(\omega, \nu) = \left| \omega \int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin(\omega(t-\tau)) d\tau \right|^{\max} = -\omega^2 S_d \quad (2.8.c)$$

El pseudo-espectro de aceleración es una buena aproximación del correspondiente espectro real, en tanto el pseudo-espectro de velocidad se acerca al real sólo para amortiguamiento bajo y frecuencia media-alta (Paz 1992). Un examen de la función espectral para frecuencias extremas, revela las siguientes conclusiones (ver Figura 2.4):



**Figura 2.4** Estados límites en la respuesta espectral. a) Tipo de estructura, b) espectro de desplazamiento, c) Espectro y pseudo espectro de velocidad, d) Espectro de aceleración. Seudo espectro en línea de puntos, espectro real en línea continua.

Para bajas frecuencias  $\omega \rightarrow 0$  (altos períodos  $T \rightarrow \infty$ ), el sistema es muy flexible y la masa permanece en estado estacionario, mientras su base se mueve (figura 2.3a). Esto permite deducir que el máximo desplazamiento relativo o desplazamiento espectral coincide con el del terreno  $|u_s|^{\max} = S_d$ . La máxima velocidad relativa o velocidad espectral coincide con la del terreno  $|\dot{u}_s|^{\max} = S_v$ , pero la pseudo-velocidad espectral es nula y por lo tanto se comete un error al utilizar los pseudo-espectros de respuesta. La máxima aceleración absoluta o aceleración espectral es nula  $|\ddot{u}_{abs}|^{\max} = S_a \rightarrow 0$ , situación que en este caso coincide con el pseudo-espectro de aceleraciones. Por lo tanto para estructuras muy flexibles, los pseudo-espectros de desplazamientos y aceleraciones se aproximan muy bien a los respectivos espectros reales.

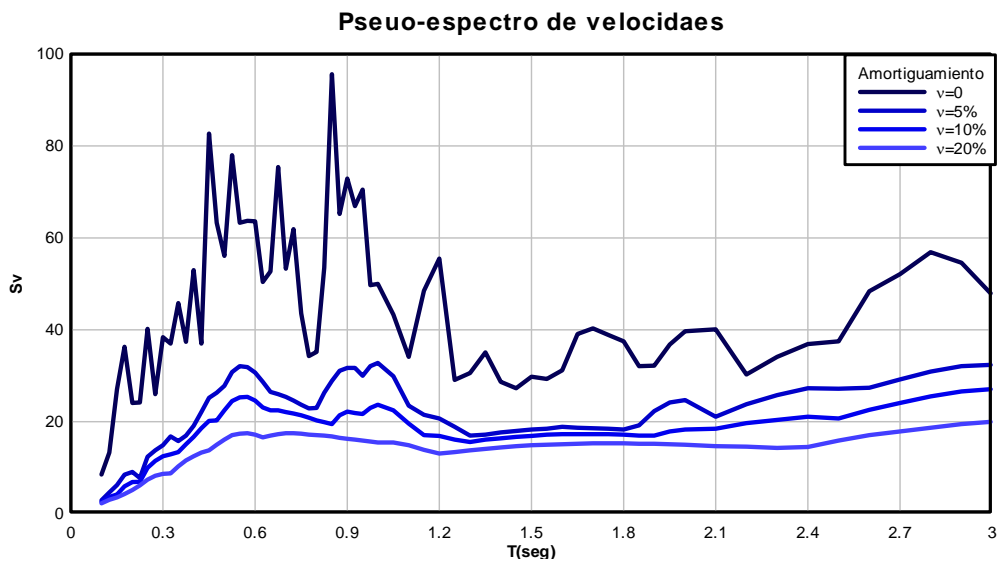
Cuándo se tiene altas frecuencias  $\omega \rightarrow \infty$  (bajos períodos  $T \rightarrow 0$  el sistema es muy rígido y la masa tiende a moverse con el terreno (figura 2.3a). Esto permite deducir que el máximo desplazamiento relativo o desplazamiento espectral tiende a cero  $|u_s|^{\max} = S_d \rightarrow 0$ . La máxima velocidad relativa o velocidad espectral también tiende a cero  $|\dot{u}_s|^{\max} = S_v \rightarrow 0$  al igual que la pseudo-velocidad espectral. La máxima aceleración absoluta o aceleración espectral es igual a la del terreno  $|\ddot{u}_{abs}|^{\max} = S_a$ , situación que en este caso coincide con el pseudo-espectro de aceleraciones. Por lo tanto para estructuras muy rígidas, los pseudo-espectros de desplazamientos y aceleraciones se aproximan muy bien a los respectivos espectros reales.

A partir de esta explicación, y por simplicidad en la presentación de los conceptos, se llamará en adelante espectros de respuesta a los pseudo-espectros, que son los que habitualmente se utilizan en las normativas.

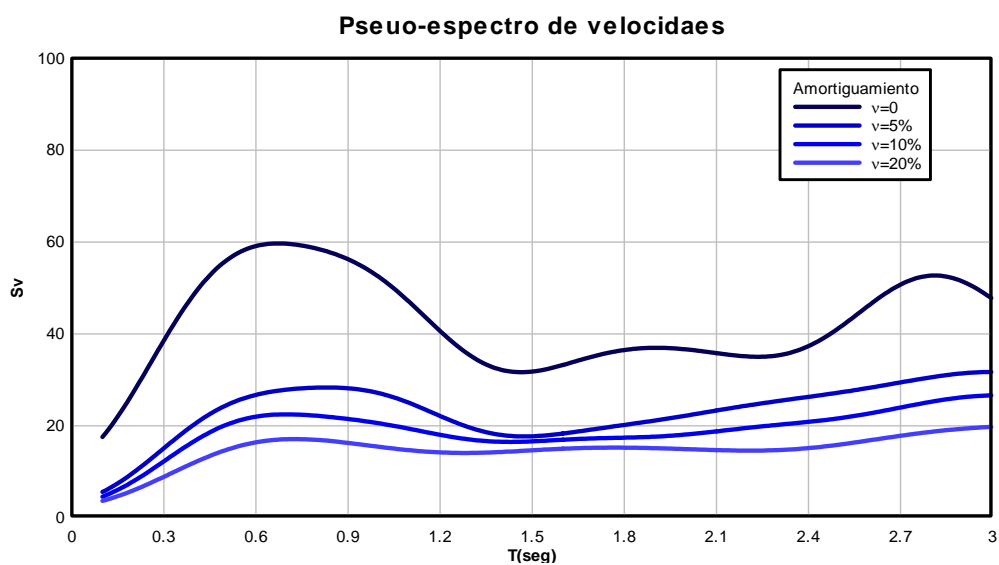
### 2.2.2. Modificación de espectros y espectro medio

Las curvas de los espectros, obtenidas mediante las expresiones 2.8, tienen fuertes discontinuidades en sus derivadas, debido a que en muchos puntos se está cercano a la resonancia. Esto produce máximos y mínimos para osciladores cuyos períodos se encuentran bastantes cercanos (ver Figura 2.5 y Figura 2.6) y conduce a que un espectro de este tipo no puede ser adoptado como espectro de diseño. Por esta razón y a los fines de proyecto, se deben utilizar los espectros medios, que se obtienen a partir del estudio de varios terremotos ocurridos en una zona determinada, durante un tiempo también pre- establecido.

El espectro medio, resulta de la superposición de  $n$  espectros de respuesta. Su construcción se obtiene como envolvente de los espectros ocurridos y se los suaviza para evitar los picos y valles. Este nuevo espectro garantiza, con cierta probabilidad, que su utilización para el diseño cubre un porcentaje bien definido de sismos ocurridos en el lugar durante un determinado tiempo.



**Figura 2.5** Pseudo-espectro de respuesta en velocidades: Resultado de la utilización directa de la teoría.



**Figura 2.6** Pseudo-espectro de respuesta en velocidades: Espectro medio suavizado.

Las normativas utilizan para los fines de proyecto el denominado espectro simplificado, que surge de aplicar a los espectros medios unos coeficientes de riesgo (apartado 1.3), que funciona como coeficiente de seguridad. Además de lo dicho, también se practica sobre estos espectros una rectificación de funciones, que simplifica aun más su posterior utilización.



### 2.2.3. Espectro normalizado

Debido a la necesidad de confrontar diversos espectros de respuesta simplificados y establecer el espectro de proyecto, es necesaria su normalización. Normalizar un espectro, significa referirlo a un valor común de aceleración, velocidad o desplazamiento. Debido a que el espectro más significativo es el de aceleraciones, es a este el que se normaliza a partir de la aceleración gravitatoria. Es por esto que normalmente las ordenadas de los espectros de aceleraciones absolutas  $S_a$ , están expresadas como una fracción de la aceleración gravitatoria  $g$ . A este número adimensional, se lo suele denominar coeficiente sísmico (Barbat, Miquel 1994), (Oller, Caro 1994). Esto es:

$$c(T, \nu) = \frac{S_a(T, \nu)}{g} \quad (2.9)$$

Para ampliar este concepto, se recomienda ver el apartado 4.3.

La hipótesis que se utiliza normalmente cuando se trabaja en diseño estructural con los pseudo-espectros, es que la aceleración absoluta máxima coincide con la eficaz máxima para situaciones donde  $\nu \rightarrow 0$  y por lo tanto la aceleración por el amortiguamiento resulta despreciable (ver ecuación 2.5c), es decir  $\ddot{u}_v(t) \rightarrow 0 \Leftrightarrow |\ddot{u}_{abs}(t)|^{\max} \approx |-\ddot{u}_{efi}(t)|^{\max}$ . Esto conduce a pensar que toda la fuerza aplicada debe ser resistida por la rigidez elástica de la estructura,

$$\begin{aligned} S_a(T, \nu) &= |\ddot{u}_{abs}(t)|^{\max} = |\ddot{u}(t) + a(t)|^{\max} \approx |-\ddot{u}_{efi}(t)|^{\max} = u_{efi}^{\max} \\ F^{\max} &= mS_a(T, \nu) = m|\ddot{u}_{abs}(t)|^{\max} = m|\ddot{u}(t) + a(t)|^{\max} \approx m\ddot{u}_{efi}^{\max} \approx ku^{\max} = kS_d \end{aligned} \quad (2.10)$$

Esto último permite describir el coeficiente sísmico, como:

$$c(T, \nu) = \frac{mS_a(T, \nu)}{mg} \approx \frac{kS_d(T, \nu)}{mg} = \frac{(F_{efi})^{\max}}{P} \quad (2.11)$$

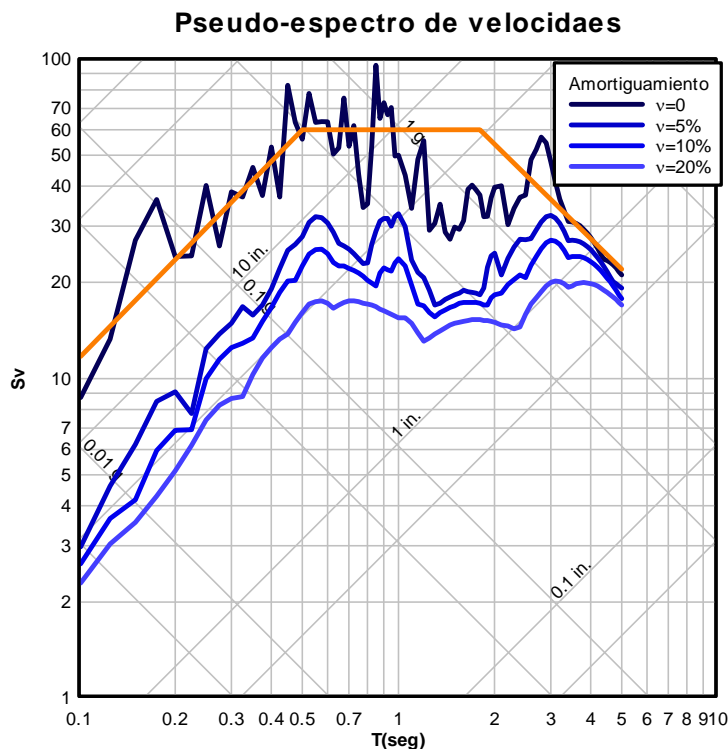
Donde  $P$  es el peso de la masa del oscilador y  $F_{efi}$  es la fuerza que actúa sobre la rigidez del oscilador propiamente dicha. Esta fuerza recibe el nombre de fuerza estática equivalente y es capaz de producir sobre el oscilador una respuesta equivalente a la que desarrolla un sismo en su base.

De las ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9 surge también, como información adicional, la valoración del desplazamiento y la velocidad máxima:

$$\begin{aligned}
 u^{\max} &= S_d = -\frac{S_a}{\omega^2} = -\frac{cg}{\omega^2} \\
 \dot{u}_{\max} &= S_v = \frac{S_a}{\omega} = \frac{cg}{\omega}
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

**2.2.4. Representación espectral logarítmica tripartita**

En algunos ámbitos se conoce también a esta representación como la representación espectral de Newmark. Es un gráfico que contiene la información de los tres espectros a la vez (ver la Figura 2.7) (Newmark 1971) (Barbat, Canet 1994), (Clough, Penzien 1975), (Paz 1992). Representa en abscisas y ordenas, en escalas logarítmicas, los valores del período  $T(s)$  y la velocidad espectral  $S_v[cm/s] = \omega S_d \Rightarrow \log(S_v) = \log(f) + \log(2\pi S_d)$ , respectivamente. Luego, sobre un eje a  $45^\circ$  el desplazamiento vertical  $S_d[cm]$  y sobre otro ortogonal a este último, el coeficiente sísmico  $c = S_a/g = \omega^2 S_d/g \Rightarrow \log(c) = \log(f^2) + \log(4\pi^2 S_d) - \log(g)$ . Para el trazado de los ejes  $S_a$  y  $S_d$  se elige un origen de coordenadas  $(T, S_v)$  arbitrario.



**Figura 2.7** Representación espectral de Newmark: esquema de interpretación.

A partir de esta nueva representación, surge una idealización de las curvas espectrales, mediante trazos casi-rectos en cada uno de los tres sectores del gráfico de Newmark: 1) zona de espectro de aceleración constante, 2) zona de espectro de

velocidad constante y 3) zona de espectro de desplazamiento constante. Del gráfico de Newmark, se puede concluir lo siguiente:

- Para valores de T bajos, se tiene aceleración espectral casi constante.
- Para valores de T medios, se tiene velocidad espectral casi constante.
- Para valores de T altos, se tiene desplazamiento espectral casi constante.

### **2.2.5. Influencia de las condiciones locales del terreno**

El terreno de cimentación de una estructura actúa normalmente como un filtro de frecuencias y por lo tanto cambia en gran medida la excitación que transmite a la estructura. Este efecto, conocido como efecto de sitio, puede comprenderse si se interpreta al terreno como un sistema dinámico, cuya frecuencia propia hace que ciertas señales se amplifiquen y otras no. Los terrenos duros o muy rígidos, amplifican las señales cuyas frecuencias dominantes son muy altas (bajos períodos) y en tanto su transmisibilidad se reduce por debajo de la unidad para excitaciones con frecuencia dominante baja (períodos altos). El efecto contrario ocurre con los suelos blandos. Además de este aspecto, aparecen otros fenómenos que alteran la respuesta dinámica del suelo, como es el agua intersticial dentro de los terrenos friccionales, como las arenas. En estos casos, se produce un fenómeno denominado licuefacción y que conduce a la pérdida total de la capacidad portante del terreno. Todo esto hace necesario que los espectros de diseño reflejen de alguna manera y aunque simplificada, el tipo de terreno de cimentación.

### **2.2.6. Observaciones finales sobre los espectros de respuesta**

Los espectros de proyecto se basan normalmente a un estudio como el que se ha mencionado en los sub- apartados anteriores, pero practicado a partir de información a nivel de la superficie del terreno. Por otro lado, éste se realiza sobre un terreno libre de construcción alguna y por lo tanto no considera la influencia de la masa estructural en la perturbación de la acción. Estas razones, entre otras, hacen que los espectros no deban admitirse como único elemento informante para el proyectista, sino que además debe conocer también el terremoto de diseño. Esto último incluye también información sobre la actividad sísmica de la región, el mecanismo de falla, el contenido de agua del terreno y licuefacción, efectos de sitio, efectos de topografía local, etc. (Barbat, Canet 1994), (Clough, Penzien 1975).

En lo que respecta el concepto de ductilidad en estructuras con comportamiento inelástico, su tratamiento será presentado en el apartado 4.4.

## Capítulo 3

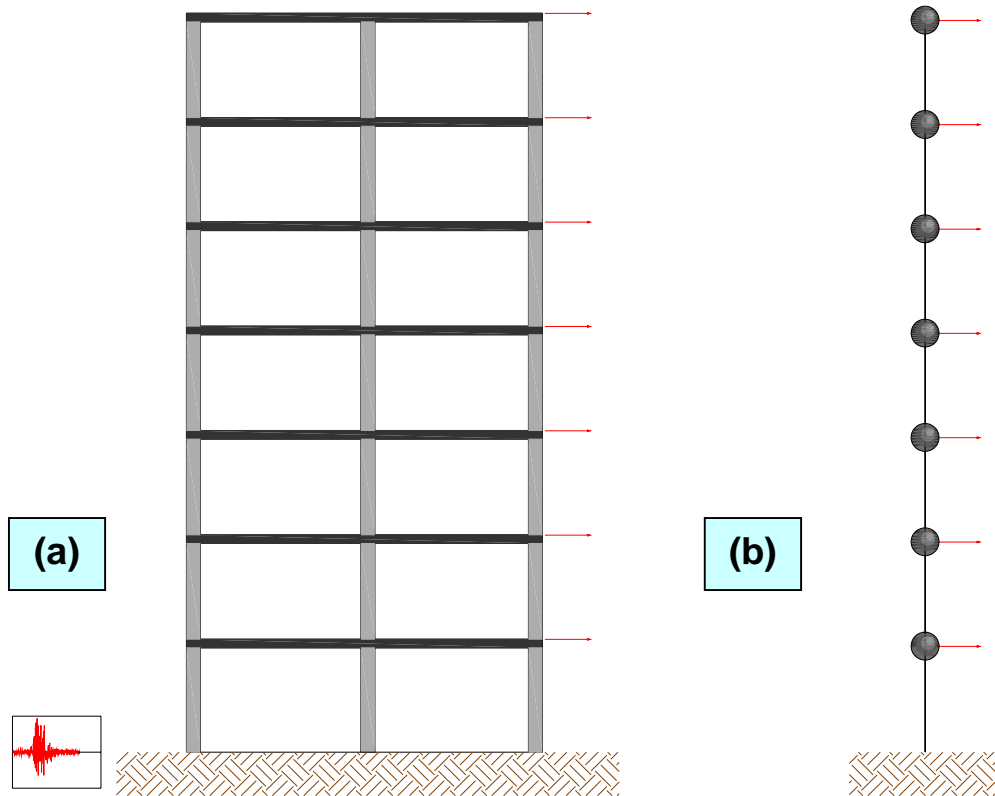
# Cálculo de la respuesta estructural

### 3.1 MODELOS ESTRUCTURALES TÍPICOS UTILIZADOS EN EL CÁLCULO DE EDIFICIOS –EDIFICIO DE CORTANTE

La determinación de la respuesta sísmica de una estructura requiere disponer de una adecuada definición tanto del movimiento del terreno como de las características estructurales. Obviamente, el sujeto de un análisis sísmico no es la propia estructura, sino un modelo mecánico de la misma que, en este caso, es uno dinámico. La definición de tal modelo depende del tipo de estructura analizado y del grado de información que se quiere tener sobre la respuesta de la estructura. Además, el análisis pretende, por un lado, proporcionar una descripción realista de su comportamiento y por el otro, obtener relaciones entre la acción y la respuesta, las cuales en conjunto constituyen el *modelo matemático* del problema (Barbat y Canet 1994).

En el caso particular de los edificios, la modelización debe tener en cuenta que su masa está generalmente concentrada en unas zonas de la estructura fácilmente identificables. Por este motivo, los modelos dinámicos que suelen considerarse en este caso son de *masas concentradas*, de fácil aplicación y que proporcionan resultados suficientemente precisos. La masa total del edificio se concentra en puntos predefinidos del mismo, los cuales se encuentran concretamente a nivel de los forjados, simulándose de esta manera el efecto de las fuerzas de inercia reales que aparecen en la estructura durante su vibración. Se hace también la suposición de que el resto de la estructura tiene solamente rigidez (pilares), pero no masa si bien ésta es considerada como concentrada tanto en el nivel superior como en el inferior, y su comportamiento se describe mediante barras elásticas sin masa. Como consecuencia de estas simplificaciones, el número de grados de libertad del modelo se reduce, tal como puede verse en el caso del pórtico plano de la Figura 3.1(a) (Barbat y Canet 1994). Si además se hacen las

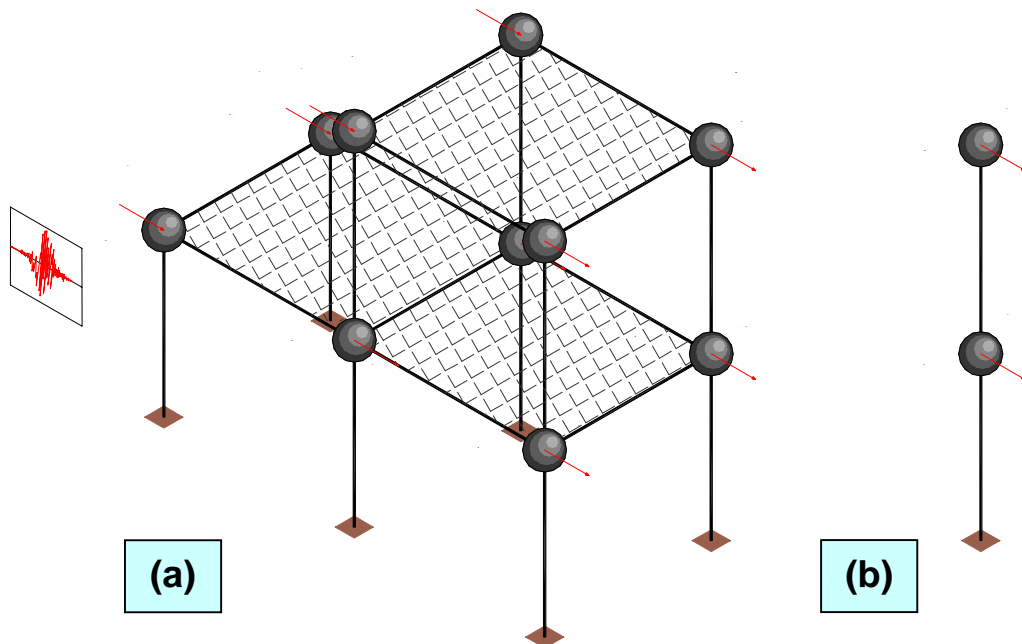
simplificaciones de despreciar la deformación por esfuerzo axial de los pilares y de considerar que los forjados son perfectamente rígidos tanto a flexión como a axial, el pórtico puede modelizarse mediante el sistema con masas concentradas de la Figura 3.1(b), denominado modelo de *edificio de cortante*.



**Figura 3.1** Modelos dinámicos de masas concentradas para edificios. (a) edificio de plantas rígidas y (b) su modelo dinámico de edificio de cortante

En la Figura 3.2(a) se esquematiza un pórtico tridimensional sometido a la acción de un terremoto que actúa según su plano de simetría. En la hipótesis de planta flexible, la estructura tendría diez grados de libertad  $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$  mientras que si se supone que las plantas son rígidas, el número de grados de libertad queda reducido a dos, siendo éstos los desplazamientos  $X_1$  y  $X_2$  de los pisos, tal como se observa en la Figura 3.2(b). En el caso en que la dirección del terremoto no está contenida en dicho plano, es posible considerar en el modelo grados de libertad adicionales, a fin de incluir en el análisis la posibilidad de giro de los pisos en su propio plano, es decir, el fenómeno de torsión global de la estructura. Éste es el caso que se describe en la Figura 3.3, donde el modelo tridimensional de la Figura 3.3(a) puede sustituirse por el de la

Figura 3.3(b), que considera la torsión de una forma simplificada, utilizando la hipótesis de plantas rígidas y de deformación por axil nula en los pilares (Barbat y Canet 1994).

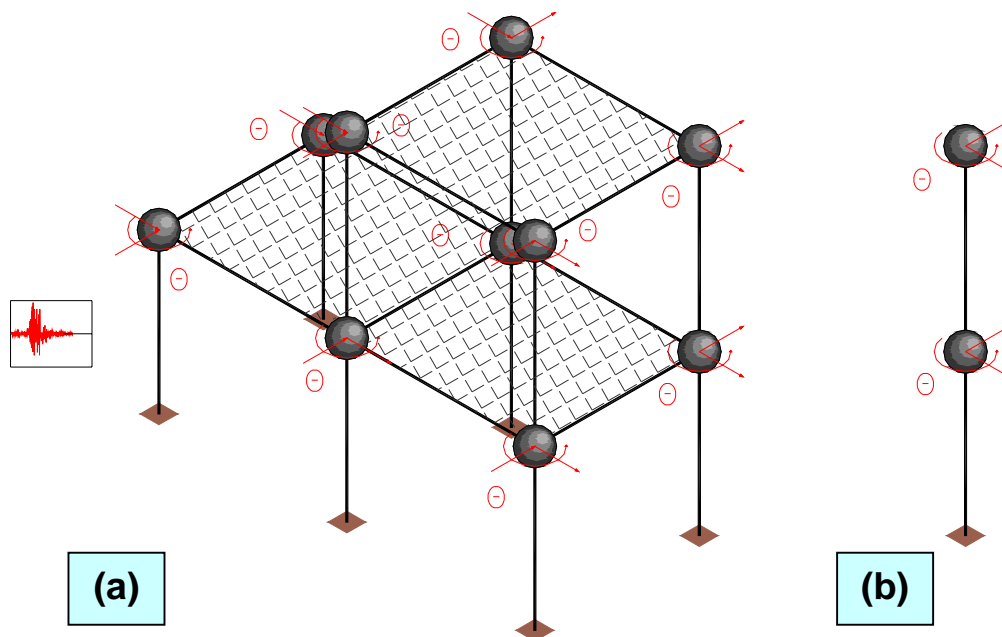


**Figura 3.2** Modelos dinámicos de masas concentradas para edificios. (a) pórtico espacial modelizado como un sistema de 10 grados de libertad y (d) su modelo con dos grados de libertad

Las simplificaciones que se realizan al modelizar una estructura tridimensional como *edificio de cortante* pueden resumirse en lo siguiente:

- El edificio se considera sometido, por separado, a dos componentes horizontales ortogonales de la aceleración sísmica. En consecuencia, se realizan dos cálculos diferentes, uno para cada componente de aceleración, utilizando en cada uno de ellos el modelo de edificio de cortante de la estructura correspondiente a la dirección de la acción. Al final del proceso de cálculo, los resultados obtenidos para las dos direcciones se combinan, considerando para la aceleración sísmica la dirección más desfavorable. En todas las normativas se prevén reglas para la mencionada combinación de resultados, generalmente aplicando la regla la regla del 30% que para los edificios regulares ha demostrado ser conservadora.
- En la modelización de los pórticos que componen cada dirección se consideran diafragmas rígidos en los pisos y se supone que la traslación horizontal es el único grado de libertad por planta.
- La totalidad de la masa del edificio se concentra a nivel de las plantas las cuales son infinitamente rígidas en su plano y se considera que el resto de la estructura no tiene masa.

- Las masas concentradas se conectan entre sí mediante barras elásticas sin masa, cuya rigidez es equivalente a la rigidez total de cada planta.
- La torsión se tendrá en cuenta en el análisis de una manera desacoplada, después de efectuar el análisis dinámico para los grados de libertad de traslación.



**Figura 3.3** (a) Modelo dinámico completo de un pórtico tridimensional con torsión.  
(b) modelo simplificado del mismo pórtico.

Todas estas son simplificaciones que implícitamente se hacen al realizar un cálculo dinámico de un edificio mediante el modelo de cortante, sin embargo, los errores de cálculo que suponen son razonables, hecho por el cual el modelo de edificio de cortante es generalmente considerado por los calculistas de estructuras como adecuado.

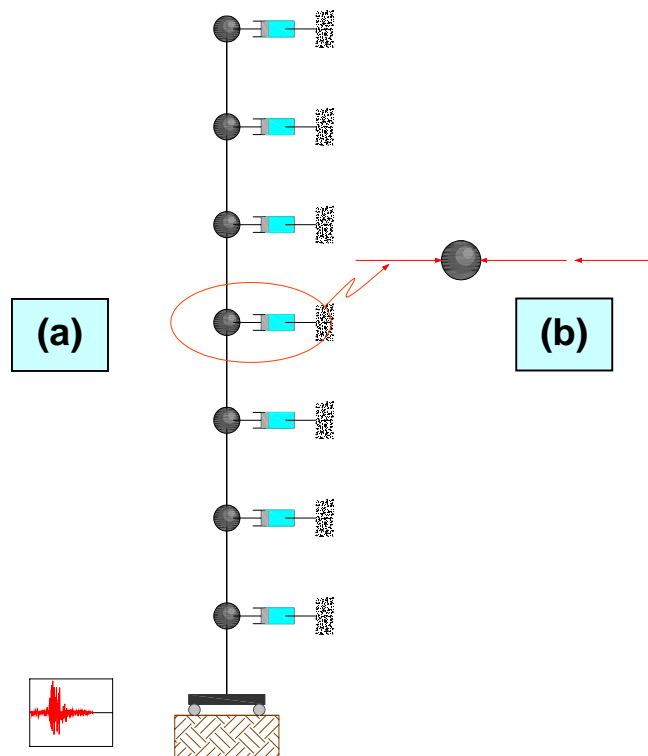
### 3.2 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO PARA EDIFICIOS DE CORTANTE

Las expresiones matemáticas que gobiernan la respuesta dinámica de las estructuras se conocen con el nombre de ecuaciones del movimiento. En el caso de los edificios de cortante con comportamiento lineal, las ecuaciones del movimiento se suelen expresar utilizando el principio de d'Alembert. En la figura 3.3 se ha representado un esquema para la determinación de las ecuaciones del movimiento (Barbat 1982; Barbat 1984).

El modelo de la Figura 3.4(a) está sometido a una aceleración horizontal  $a(t)$  de origen sísmico. Aislando las masas  $m_r$  e introduciendo todas las fuerzas correspondientes,

incluidas las de inercia, resulta el esquema de la Figura 3.4(b). Expresando el equilibrio dinámico de la masa  $m_r$ , de acuerdo con el principio de D'Alembert, en un sistema de referencia no inercial con el origen en la posición inicial del edificio, se obtiene

$$F_{ir}(t) - F_{er}(t) - F_{ar}(t) = 0 \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (3.1)$$



**Figura 3.4** Modelo de edificio de cortante. (a) Modelo sísmico; (b) equilibrio de fuerzas.

Donde  $F_{ir}(t), F_{er}(t), F_{ar}(t)$  son las fuerzas de inercia, elásticas y de amortiguamiento, respectivamente, correspondientes al grado de libertad  $r$ . Obviamente, el modelo dinámico completo está en equilibrio si lo están todas y cada una de sus masas. Escribiendo una ecuación de equilibrio del tipo (3.1) para cada una de las masas  $y$ , expresando el conjunto de todas ellas en forma matricial, se tiene

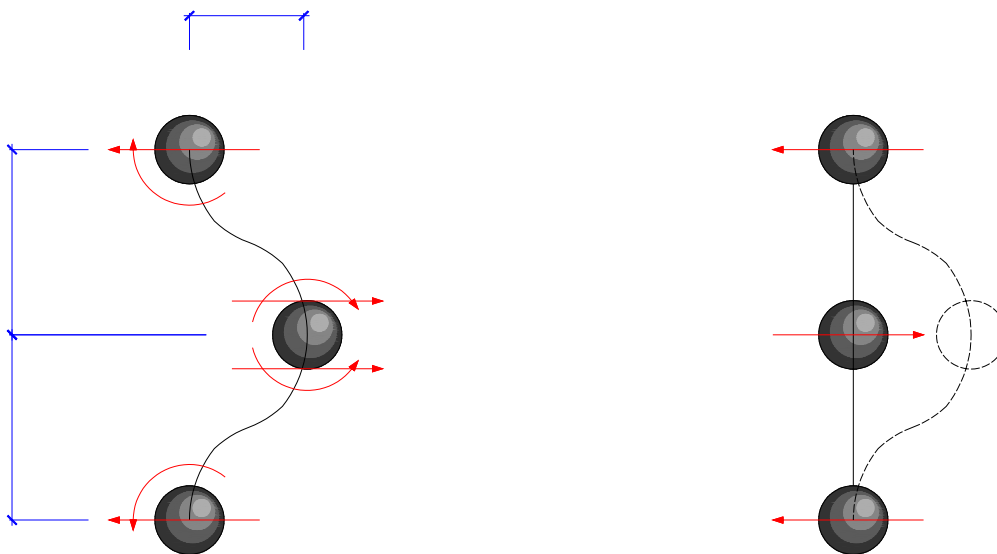
$$\mathbf{F}_i(t) - \mathbf{F}_e(t) - \mathbf{F}_a(t) = 0 \quad (3.2)$$



Los vectores de las fuerzas elásticas,  $\mathbf{F}_e(t)$  de inercia,  $\mathbf{F}_i(t)$  y de amortiguamiento,  $\mathbf{F}_a(t)$ , se definen mediante las siguientes expresiones matriciales:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_e(t) &= \mathbf{K}\mathbf{U}(t) \\ \mathbf{F}_i(t) &= -\mathbf{M}[\ddot{\mathbf{U}}(t) + \{1\}a(t)] \\ \mathbf{F}_a(t) &= \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}(t)\end{aligned}\quad (3.3)$$

En estas ecuaciones,  $\mathbf{U} = [u_1(t) \dots u_r(t) \dots u_n(t)]$  es el vector de desplazamientos respecto a la base del edificio de cortante y  $\{1\}$  es el vector de colocación de la aceleración compuesto por elementos unidad.  $\mathbf{K}$  es la matriz de rigidez cuya componente genérica  $K_{r+1}$  es la fuerza elástica que se desarrolla en el grado de libertad bloqueado  $r+1$ , cuando se impone un desplazamiento unitario  $u_r = 1$ , en el grado de libertad  $r$  (para mayor explicación ver la Figura 3.5)



**Figura 3.5** Esquema representativo de la rigidez de un grado de libertad.

De esta manera se construye la columna  $r$  de dicha matriz. En el caso particular del pórtico de cortante, la influencia del grado de libertad  $r$  sólo afecta a los dos grados adyacentes, es decir que la fuerza en los restantes grados de libertad  $F_{r+2} = F_{r-2} = 0$  (véase Barbat y Canet 1994). En este caso particular, se llega a la siguiente forma explícita tri-diagonal:



$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{U}(t) = -\mathbf{M}\{1\}a(t) \quad (3.6)$$

Las vibraciones libres amortiguadas en el modelo dinámico se expresan como

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

Y, cuando se prescinde del amortiguamiento, resulta

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (3.8)$$

Que es el sistema de ecuaciones que describe las vibraciones libres no amortiguadas del modelo.

### 3.3 PÓRTICOS DE CORTANTE CON GRADOS DE LIBERTAD ROTACIONAL: CASO GENERAL

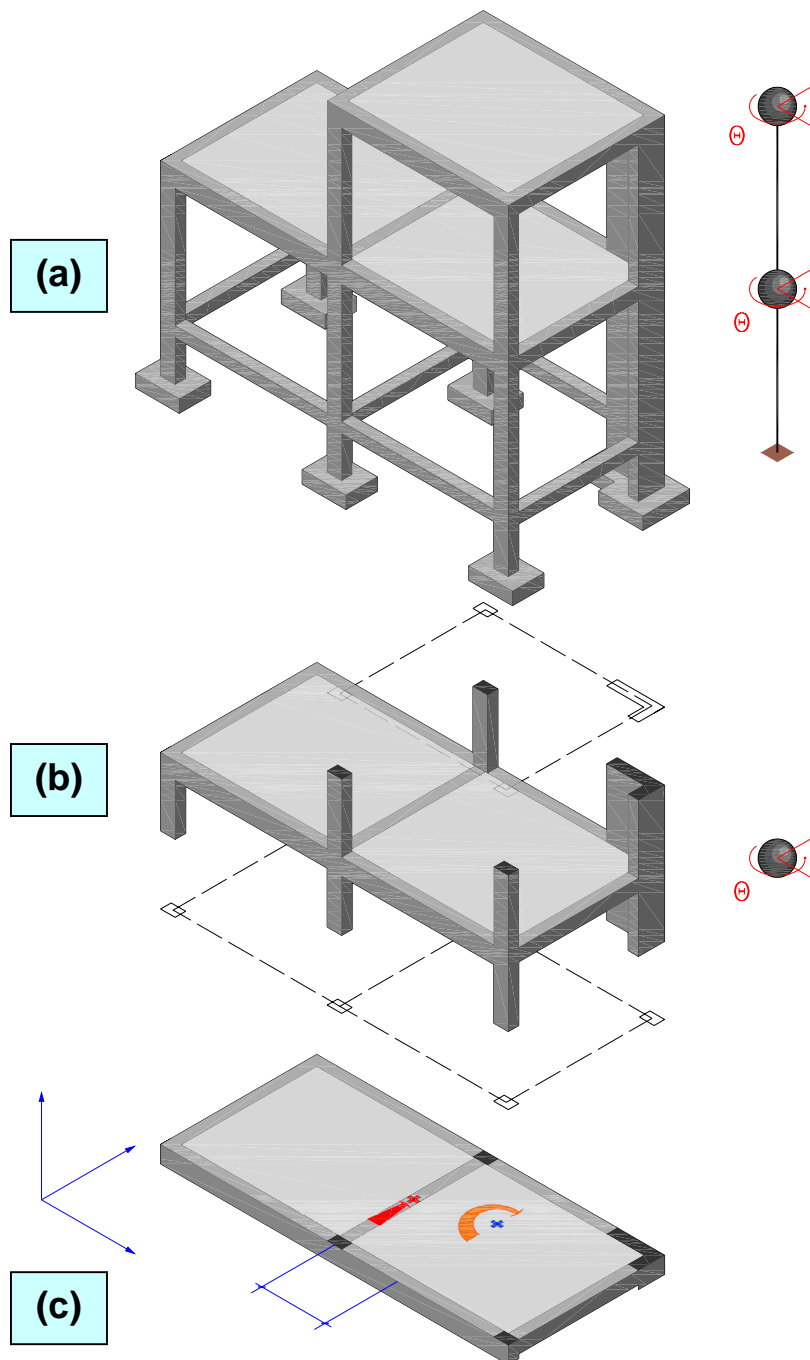
El pórtico de cortante admite una generalización al considerar la rotación de cada piso condensada en la fuerza que actúa en la dirección del pórtico. En este apartado se desarrollará las expresiones que permite calcular los edificios teniendo en cuenta su rotación y traslación, considerando pórticos de cortante.

Se admite por hipótesis que los forjados son diafragmas infinitamente rígidos, tanto en su propio plano así como también a flexión. Esto permite reducir la estructura a tres grados de libertad por piso, ver Figura 3.6(a).

#### 3.3.1 Cálculo del centro de masa y del centro de torsión del nivel $j$

Se supone un nivel  $j$  de la estructura de edificio, ver Figura 3.6(b). A continuación se calcula la posición del centro de masa y el centro de rigidez o torsión,

$$\text{Centro de masa: } \begin{cases} x_j^{CM} = \frac{\sum k(M_j)_k \cdot (x_j)_k}{\sum k(m_j)_k} \\ y_j^{CM} = \frac{\sum k(m_j)_k \cdot (y_j)_k}{\sum k(m_j)_k} \end{cases} \quad (3.9)$$



**Figura 3.6** Estructura aporricada genérica, representativa de un edificio en tres dimensiones y su simplificación.

siendo  $(m_j)_k$  la masa de un elemento estructural pilar, viga, forjado, muro, etc.-pertenciente al nivel  $j$  de la estructura, y  $[(x_j)_k, (y_j)_k]$  las coordenadas del centro de masa del elemento estructural  $k$ .

$$\text{Centro de rigidez: } \begin{cases} x_j^{CT} = \frac{\sum_i (K_j^y)_i \cdot (x_j)_i}{\sum_i (K_j^y)_i} \\ y_j^{CT} = \frac{\sum_i (K_j^x)_i \cdot (y_j)_i}{\sum_i (K_j^x)_i} \end{cases} \quad (3.10)$$

donde  $(K_j^x)_i$  y  $(K_j^y)_i$  representan las rigideces del pilar  $i$ , nivel  $j$ , en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente.

### 3.3.2 Obtención de la fuerza por traslación y su correspondiente desplazamiento en el nivel $j$

Se establece el equilibrio traslacional de fuerzas en la dirección  $y$  para todo el nivel  $j$  a través de la siguiente ecuación,

$$F_j^y = \sum_i (F_j^y)_i = \sum_i (K_j^y)_i \cdot (u_j^y)_i \quad (3.11)$$

Estableciendo una compatibilidad de desplazamientos en la traslación del piso  $j$ ,  $(u_j^y)_i \equiv u_j^y$ , resulta el desplazamiento de todo el piso en función de la fuerza,

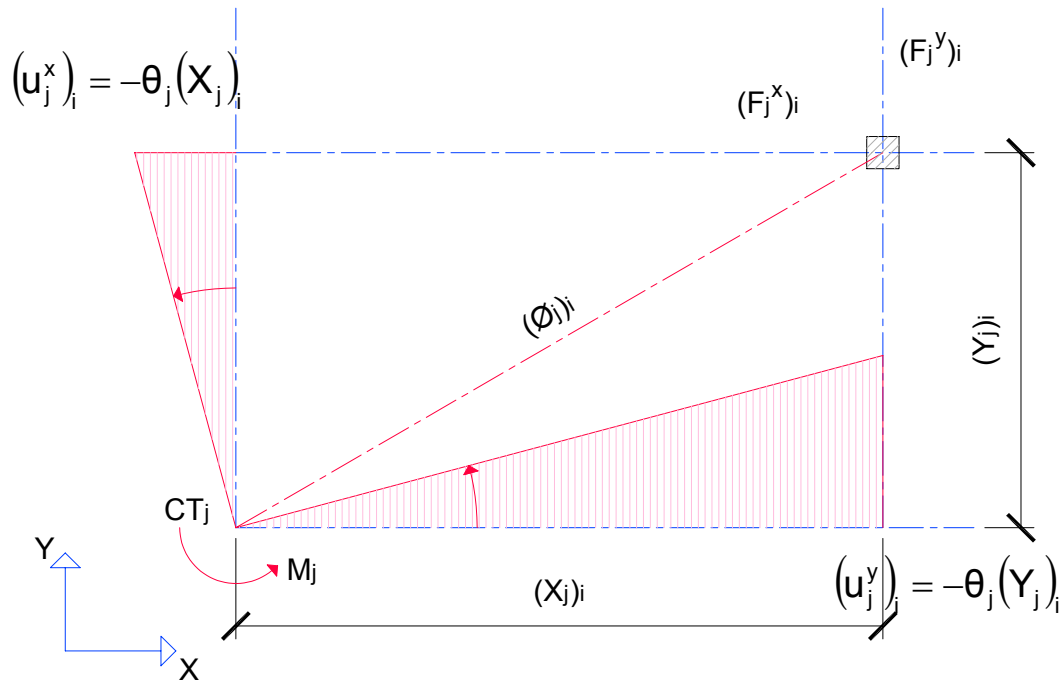
$$F_j^y = u_j^y \sum_i (K_j^y)_i \dots \Rightarrow u_j^y = \frac{F_j^y}{\sum_i (K_j^y)_i} \quad (3.12)$$

Con este desplazamiento traslacional del piso  $j$ , de magnitud  $u_j^y$  se obtiene la fuerza  $(F_j^y)_i$  que se desarrolla en el pilar  $i^{\text{esimo}}$ , nivel  $j^{\text{esimo}}$ , dirección  $y$ ,

$$(F_j^y)_i = (K_j^y)_i \cdot u_j^y = F_j^y \frac{(K_j^y)_i}{\sum_i (K_j^y)_i} \quad (3.13)$$

Siguiendo el mismo procedimiento, resulta la fuerza  $(F_j^x)_i$  en la dirección  $x$ ,

$$(F_j^x)_i = (K_j^x)_i \cdot u_j^x = F_j^x \frac{(K_j^x)_i}{\sum_i (K_j^x)_i} \quad (3.14)$$



**Figura 3.7** Desplazamientos producidos en un pilar como consecuencia de la rotación de piso

### 3.3.3 Obtención de la fuerza por rotación y su correspondiente desplazamiento en el nivel $j$

En este apartado se supone un nivel  $j$  de la estructura de edificio (ver Figura 3.6(c) y Figura 3.7), y se establece el equilibrio rotacional de fuerzas para todo el nivel  $j$  a través de la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned}
 M_j &= \vec{F}_j \times \vec{d}_j^{CT-CM} \\
 &= \sum_i (F_j^y)_i \cdot (x_j)_i - \sum_i (F_j^x)_i \cdot (y_j)_i \\
 &= \left[ \sum_i (K_j^y)_i \cdot (u_j^y)_i \right] \cdot (x_j)_i - \left[ \sum_i (K_j^x)_i \cdot (u_j^x)_i \right] \cdot (y_j)_i
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Sustituyendo en esta ecuación los movimientos de los pilares en función de la rotación del piso (ver Figura 3.7), resulta

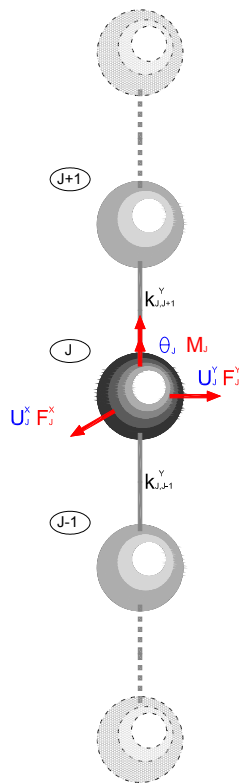
$$\begin{aligned}
 M_j &= \theta_j \left[ \sum_i (K_j^y)_i \cdot (u_j^y)_i^2 + \sum_i (K_j^x)_i \cdot (y_j)_i^2 \right] \\
 \theta_j &= \frac{M_j}{\sum_i (K_j^y)_i \cdot (x_j)_i^2 + \sum_i (K_j^x)_i \cdot (y_j)_i^2}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Obteniéndose de aquí las fuerzas en los pilares en función del momento  $M_j$ , que en adelante denominaremos momento del piso  $j$ .

$$\begin{aligned} (F_j^y)_i &= (K_j^y)_i \cdot \theta_j \cdot (x_j)_i^2 = M_j \cdot \frac{(K_j^y)_i \cdot (x_j)_i^2}{\sum_i (K_j^y)_i \cdot (x_j)_i^2 + \sum_i (K_j^x)_i \cdot (y_j)_i^2} \\ (F_j^x)_i &= (K_j^x)_i \cdot \theta_j \cdot (y_j)_i^2 = M_j \cdot \frac{(K_j^x)_i \cdot (y_j)_i^2}{\sum_i (K_j^y)_i \cdot (x_j)_i^2 + \sum_i (K_j^x)_i \cdot (y_j)_i^2} \end{aligned} \quad (3.17)$$

### 3.3.4 Obtención de la matriz de rigidez para el piso $j$

La matriz de rigidez del pórtico de cortantes correspondiente a la estructura que muestra la Figura 3.5 y particularmente la sub matriz del piso  $j$ , resulta a partir de las expresiones de las fuerzas obtenidas en los sub apartados previos (ver Figura 3.8).



**Figura 3.8** Relación de rigideces y grados de libertad para el piso  $j$  del pórtico de cortantes que resulta de la estructura que muestra la figura 3.5

- *Ecuación de equilibrio traslacional del piso  $j$ .*

El equilibrio en el piso  $j$ , luego de imponer una traslación del mismo en las direcciones  $u_j^x$  y  $u_j^y$  se escribe en función de la contribución de las rigideces de los pilares que vinculan el piso  $j$  con el  $j-1$  y el  $j+1$  (ver Figura 3.8). Es decir:

- Se denomina rigidez

$$(K_{j,j}^x) \equiv (K_j^x) = (k_{j,j+1}^x) + (k_{j,j-1}^x) = \sum_i (K_j^x)_i = \sum_i (k_{j,j+1}^x)_i + (k_{j,j-1}^x)_i$$

a la fuerza elástica que se desarrolla en la dirección  $x$  en el piso  $j$  cuando se impone un desplazamiento unitario  $u_j^x = 1$  en el propio piso  $j$ , mientras se impide el movimiento de los restantes grados de libertad,

- Se denomina rigidez

$$(K_{j,j}^y) \equiv (K_j^y) = (k_{j,j+1}^y) + (k_{j,j-1}^y) = \sum_i (K_j^y)_i = \sum_i (k_{j,j+1}^y)_i + (k_{j,j-1}^y)_i$$

a la fuerza elástica que se desarrolla en la dirección  $y$  en el piso  $j$  cuando se impone un desplazamiento unitario  $u_j^y = 1$  en el propio piso  $j$ , mientras se impide el movimiento de los restantes grados de libertad,

- Se denomina rigidez

$$(K_{j,j-1}^x) \equiv (K_{j-1}^x) = (k_{j,j-1}^x) = \sum_i (K_{j-1}^x)_i = \sum_i (k_{j,j-1}^x)_i$$

a la fuerza elástica que se desarrolla en la dirección  $x$  en el piso  $j$  cuando se impone un desplazamiento unitario  $u_{j-1}^x = 1$  en el piso  $j-1$ , mientras se impide el movimiento de los restantes grados de libertad,

- Se denomina rigidez

$$(K_{j,j+1}^x) \equiv (K_{j+1}^x) = (k_{j,j+1}^x) = \sum_i (K_{j+1}^x)_i = \sum_i (k_{j,j+1}^x)_i$$

a la fuerza elástica que se desarrolla en la dirección  $x$  en el piso  $j$  cuando se impone un desplazamiento unitario  $u_{j+1}^x = 1$  en el piso  $j+1$ , mientras se impide el movimiento de los restantes grados de libertad,

- Se denomina rigidez

$$(K_{j,j+1}^y) \equiv (K_{j+1}^y) = (k_{j,j+1}^y) = \sum_i (K_{j+1}^y)_i = \sum_i (k_{j,j+1}^y)_i$$



a la fuerza elástica que se desarrolla en la dirección  $y$  en el piso  $j$  cuando se impone un desplazamiento unitario  $u_{j+1}^y = 1$  en el piso  $j+1$ , mientras se impide el movimiento de los restantes grados de libertad.

Componiendo las rigideces previamente citadas, se escribe la siguiente ecuación de equilibrio para el piso  $j$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} F_j^x = \overbrace{\left[ \sum_i (k_{j,j+1}^x)_i + \sum_i (k_{j,j-1}^x)_i \right]}^{(K_{j,j}^x)} \cdot u_j^x - \overbrace{\left[ \sum_i (k_{j,j-1}^x)_i \right]}^{(K_{j,j-1}^x)} \cdot u_{j-1}^x - \overbrace{\left[ \sum_i (k_{j,j+1}^x)_i \right]}^{(K_{j,j+1}^x)} \cdot u_{j+1}^x \\ F_j^y = \overbrace{\left[ \sum_i (k_{j,j+1}^y)_i + \sum_i (k_{j,j-1}^y)_i \right]}^{(K_{j,j}^y)} \cdot u_j^y - \overbrace{\left[ \sum_i (k_{j,j-1}^y)_i \right]}^{(K_{j,j-1}^y)} \cdot u_{j-1}^y - \overbrace{\left[ \sum_i (k_{j,j+1}^y)_i \right]}^{(K_{j,j+1}^y)} \cdot u_{j+1}^y \end{array} \right. \quad (3.18)$$

reescribiendo esta ecuación a partir de asignar la siguiente notación a los coeficientes de rigidez, resulta

$$\left\{ \begin{array}{l} F_j^x = (K_{j,j}^x) \cdot u_j^x - (K_{j,j-1}^x) \cdot u_{j-1}^x - (K_{j,j+1}^x) \cdot u_{j+1}^x \\ F_j^y = (K_{j,j}^y) \cdot u_j^y - (K_{j,j-1}^y) \cdot u_{j-1}^y - (K_{j,j+1}^y) \cdot u_{j+1}^y \end{array} \right. \quad (3.19)$$

- *Ecuación de equilibrio rotacional del piso  $j$ .*

El equilibrio en el piso  $j$ , luego de imponer una rotación  $\theta_j$ , se escribe en función de la contribución de las rigideces de los pilares que vinculan el piso  $j$  con el  $j-1$  y el  $j+1$  (ver Figura 3.8). Es decir:

$$\begin{aligned} M_j = & \overbrace{\left[ \sum_i (K_j^y)_i \cdot (x_j)_i^2 + \sum_i (K_j^x)_i \cdot (y_j)_i^2 \right]}^{(K_{j,j}^\theta)} \cdot \theta_j - \\ & \overbrace{\left[ \sum_i (k_{j,j-1}^y)_i \cdot (x_j)_i^2 + \sum_i (k_{j,j-1}^x)_i \cdot (y_j)_i^2 \right]}^{(K_{j,j-1}^\theta)} \cdot \theta_{j-1} - \\ & \overbrace{\left[ \sum_i (k_{j,j+1}^y)_i \cdot (x_j)_i^2 + \sum_i (k_{j,j+1}^x)_i \cdot (y_j)_i^2 \right]}^{(K_{j,j+1}^\theta)} \cdot \theta_{j+1} \end{aligned} \quad (3.20)$$

reescribiendo esta ecuación a partir de asignar la siguiente notación a los coeficientes de rigidez, resulta

$$M_j = (K_{j,j}^\theta) \cdot \theta_j - (K_{j,j-1}^\theta) \cdot \theta_{j-1} - (K_{j,j+1}^\theta) \cdot \theta_{j+1} \quad (3.21)$$

Ordenando las ecuaciones (3.21) y (3.19) y describiéndolas en forma matricial, se tiene,

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} \quad (3.22)$$

siendo,

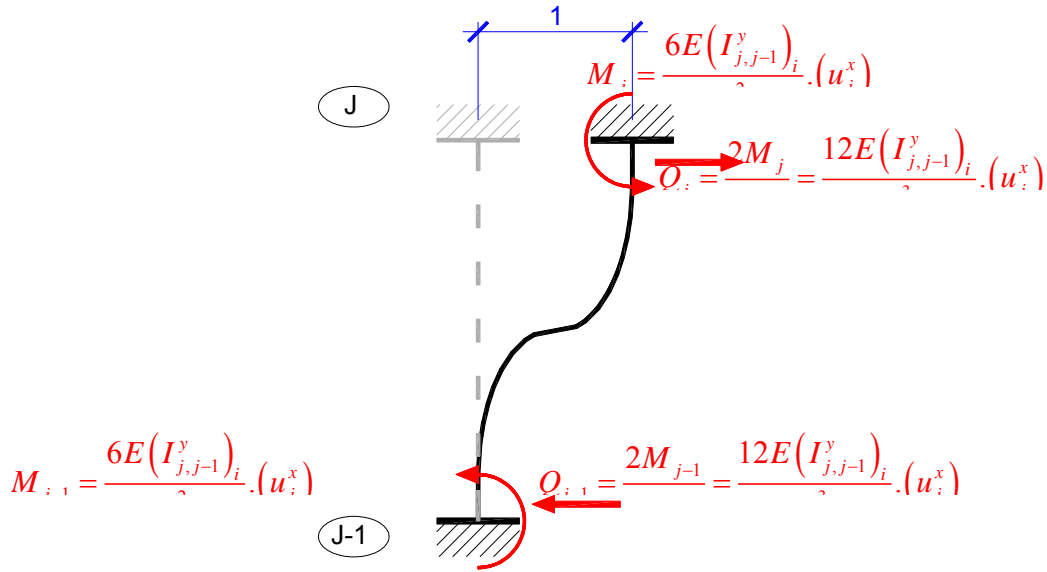
$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \dots \\ F_{j-1}^x \\ F_{j-1}^y \\ M_{j-1} \\ \dots \\ F_j^x \\ F_j^y \\ M_j \\ \dots \\ F_{j+1}^x \\ F_{j+1}^y \\ M_{j+1} \\ \dots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \dots \\ u_{j-1}^x \\ u_{j-1}^y \\ \theta_{j-1} \\ \dots \\ u_j^x \\ u_j^y \\ \theta_j \\ \dots \\ u_{j+1}^x \\ u_{j+1}^y \\ \theta_{j+1} \\ \dots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -K_{j,j-1}^x & 0 & 0 & -K_{j,j}^x & 0 & 0 & -K_{j,j+1}^x & 0 & 0 \\ \dots & 0 & -K_{j,j-1}^x & 0 & 0 & -K_{j,j}^x & 0 & 0 & -K_{j,j+1}^x & 0 \\ \dots & 0 & 0 & -K_{j,j-1}^\theta & 0 & 0 & -K_{j,j}^\theta & 0 & 0 & -K_{j,j+1}^\theta \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

siendo  $\mathbf{F}$  y  $\mathbf{U}$  los vectores de fuerza y desplazamiento globales, correspondiente a toda la estructura y  $\mathbf{K}$  la correspondiente matriz de rigidez global.

### 3.3.5 Cálculo de la rigidez de cada pilar $i$ del piso $j$ .

La rigidez de cada pilar (elementos contenidos en la matriz de rigidez de la ecuación 3.22, resulta de la fuerza desarrollada para provocar un desplazamiento unitario relativo  $(u_j^x)$  entre el piso  $j$  y  $j-1$  (ver Figura 3.9),



**Figura 3.9** Modelos dinámicos de masas concentradas para edificios. (a) edificio de plantas rígidas y (b) su modelo dinámico de edificio de cortante

$$Q_i = \frac{2M}{h_i} = \frac{12E(I_{j,j-1}^y)_i}{h_i^3} (u_j^x) \Rightarrow (k_{j,j-1}^x)_i = \frac{12E(I_{j,j-1}^y)_i}{h_i^3} \quad (3.23)$$

$$k_{j,j-1}^x = \sum_i \left[ \frac{12E(I_{j,j-1}^y)_i}{h_i^3} \right]$$

Conocida esta simple rigidez, y sustituida en las ecuaciones del apartado 3.3.4, se obtienen las rigideces al desplazamiento traslacional de cada piso en la direcciones  $x$  e  $y$ ,

$$(K_{j,j}^x) \equiv (K_j^x) = (K_{j,j+1}^x) + (K_{j,j-1}^x) = \sum_i (K_j^x)_i = \sum_i \left[ \frac{12E(I_{j,j+1}^y)_i}{h_{j,j+1}^3} + \frac{12E(I_{j,j-1}^y)_i}{h_{j,j-1}^3} \right] \quad (3.24)$$

$$(K_{j,j}^y) \equiv (K_j^y) = (K_{j,j+1}^y) + (K_{j,j-1}^y) = \sum_i (K_j^y)_i = \sum_i \left[ \frac{12E(I_{j,j+1}^x)_i}{h_{j,j+1}^3} + \frac{12E(I_{j,j-1}^x)_i}{h_{j,j-1}^3} \right]$$

Siguiendo un procedimiento análogo, se obtiene la rigidez rotacional de cada piso,

$$\begin{aligned} (K_{j,j-1}^\theta) &= \sum_i \left[ \frac{12E(I_{j,j-1}^x)_i}{h_{j,j-1}^3} \right] \cdot (x_j^2)_i + \sum_i \left[ \frac{12E(I_{j,j-1}^y)_i}{h_{j,j-1}^3} \right] \cdot (y_j^2)_i \\ (K_{j,j}^\theta) &= \sum_i \left[ \frac{12E(I_{j,j+1}^x)_i}{h_{j,j+1}^3} + \frac{12E(I_{j,j-1}^x)_i}{h_{j,j-1}^3} \right] \cdot (x_j^2)_i \\ &+ \sum_i \left[ \frac{12E(I_{j,j+1}^y)_i}{h_{j,j+1}^3} + \frac{12E(I_{j,j-1}^y)_i}{h_{j,j-1}^3} \right] \cdot (y_j^2)_i \end{aligned} \quad (3.25)$$

### 3.4 FUERZA DE INERCIA TRASLACIONAL Y ROTACIONAL

En este apartado se obtendrá la expresión detallada de la fuerza de inercia  $F$  que se desarrolla en el pórtico de cortantes (ver ecuación 3.3) y principalmente la matriz de masa  $M$

$$F_i = M \cdot \ddot{U} \quad (3.26)$$

La fuerza de inercia producida por las aceleraciones traslacionales en el piso  $j$ , resultan,

$$\left\{ \begin{array}{l} F_j^x = \sum_i (F_j^x)_i = \overbrace{\left[ \sum_i (m_j)_i \right]}^{(M_j)} \cdot \ddot{u}_j^x \\ F_j^y = \sum_i (F_j^y)_i = \overbrace{\left[ \sum_i (m_j)_i \right]}^{(M_j)} \cdot \ddot{u}_j^y \end{array} \right. \quad (3.27)$$

El momento torsor de piso  $M^T$  debido a la fuerza de inercia producida por las aceleraciones rotacionales en el piso  $j$  es

$$M^T = \sum_i (F_j^y)_i (x_j)_i - \sum_i (F_j^x)_i (y_j)_i \quad (3.28)$$

Sustituyendo en ésta última ecuación las fuerzas de inercia por su magnitud, queda,

$$M_j^T = \sum_i (m_j)_i (\ddot{u}_j^y)_i (x_j)_i - \sum_i (m_j)_i (\ddot{u}_j^x)_i (y_j)_i \quad (3.29)$$

Teniendo en cuenta la cinemática de la rotación de los pisos (ver la figura 3.7)

$$\begin{cases} (\ddot{u}_j^x)_i = \ddot{\theta}_j (y_j)_i \\ (\ddot{u}_j^y)_i = \ddot{\theta}_j (x_j)_i \end{cases} \quad (3.30)$$

y sustituyéndola en la ecuación de momento del piso (3.29), resulta

$$M_j = \ddot{\theta}_j \underbrace{\left[ \sum_i (m_j)_i (\ddot{u}_j^y)_i (x_j)_i - \sum_i (m_j)_i (\ddot{u}_j^x)_i (y_j)_i \right]}_{M_j^o} \quad (3.31)$$

Escribiendo ahora las fuerzas de inercia en forma matricial se tiene la siguiente expresión desacoplada para el piso  $j$ .

$$\mathbf{F}_j = \mathbf{M}_j \ddot{\mathbf{u}}_j = \begin{Bmatrix} F_j^x \\ F_j^y \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{M}_{j,j} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{M}_{j,j} & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{M}_{j,j}^o \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_j^x \\ \ddot{u}_j^y \\ \ddot{\theta}_j \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

siendo  $\mathcal{M}_{j,j} \equiv M_j = \sum_i (m_j)_i$  y  $\mathcal{M}_{j,j}^o \equiv M_j^o$ . La matriz de masa para el resto de los pisos resulta también diagonal y por lo tanto la matriz de masa global -para toda la estructura- también es diagonal.

### 3.5 DESACOPLAMIENTO MODAL DE LAS ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Las características dinámicas de los modelos con varios grados de libertad se definen analizando sus vibraciones libres no amortiguadas, que están gobernadas por la ecuación (3.8). Dicha ecuación debe cumplirse para soluciones particulares del tipo

$$\mathbf{U}(t) = \boldsymbol{\varphi} e^{i\omega t} \quad (3.33)$$

El vector  $\boldsymbol{\varphi}$  contiene las amplitudes del desplazamiento y  $\omega$  es la pulsación. Sustituyendo (3.33) en (3.8), se obtiene la siguiente ecuación:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0} \quad (3.34)$$

Este sistema de ecuaciones algebraicas lineales y homogéneas constituye un *problema de autovalores*. Dicho sistema tiene soluciones  $\varphi$  distintas de la trivial, es decir, el modelo vibra, solamente si el determinante de la matriz de coeficientes es igual a cero

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (3.35)$$

Si este determinante se desarrolla en su forma polinómica se obtiene la correspondiente ecuación característica

$$\omega^{2n} + \alpha_1 \omega^{2n-2} + \alpha_2 \omega^{2n-4} + \dots + \alpha_{n-1} \omega^2 + \alpha_n = 0 \quad (3.36)$$

En el caso de las estructuras, la matriz de rigidez  $\mathbf{K}$  y la de masa  $\mathbf{M}$  son reales y simétricas. Además,  $\mathbf{K}$  es definida positiva y  $\mathbf{M}$  es semi-definida positiva como mínimo. En el caso en que  $\mathbf{M}$  sea definida positiva, de la ecuación característica se obtienen  $n$  soluciones positivas  $\omega_i^2$  y, en consecuencia,  $n$  valores de  $\omega_i$  reales. Si la matriz  $\mathbf{M}$  es solamente semi-definida positiva, el número de soluciones finitas  $\omega_i^2$  es menor. Los  $n$  autovalores  $\omega_i$  son las *frecuencias propias o pulsaciones* del modelo estructural, que pueden ordenarse en la diagonal principal de la *matriz espectral*  $\mathbf{\Omega}$ . La frecuencia más baja  $\omega_1$  se denomina *frecuencia fundamental*. Los períodos propios del modelo se definen por

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.37)$$

en donde  $T_1$  es el período fundamental. La forma de vibración o autovector  $\varphi_i$  puede obtenerse a partir de la ecuación (3.34), expresando todos los términos de  $\varphi_i$  en función de uno cualquiera de ellos, por ejemplo,  $\varphi_{i1}$ . En este caso, se definen los *autovectores normalizados*  $\phi = \varphi_i / \varphi_{i1}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , cuyo primer elemento es igual a la unidad. Otra forma es normalizar los autovectores en función de la masa, a partir del uso de la relación

$$\varphi_i^T \mathbf{M} \varphi_i = M_i^* \quad (3.38)$$

lo que permite aplicar la siguiente fórmula de normalización respecto de la masa:

$$\phi = \varphi_i \cdot (M_i^*)^{-\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.39)$$

Esta ecuación asegura el cumplimiento de la condición  $(\phi)^T \mathbf{M}\phi = 1$ . Los autovectores  $\phi$ , que pueden ordenarse en la *matriz modal*  $\Phi$ , representan las formas del sistema durante la vibración en cada una de sus autofrecuencias. Por ello, los autovectores reciben en el análisis estructural el nombre de *formas naturales de vibración* o *formas modales*. Un autovalor  $\omega_i$  con su autovector correspondiente  $\phi_i$  constituye el *modo natural de vibración i*.

La condición de ortogonalidad de dos vectores se define por

$$\phi_i^T \mathbf{M}\phi_j = 0 \quad i \neq j \quad (3.40)$$

Pueden introducirse condiciones de ortogonalidad semejantes respecto a la matriz de masa  $\mathbf{M}$  y respecto a la de rigidez  $\mathbf{K}$  por medio de las expresiones (Bathe 1982, Bathe, K.-J. Newmark y Rosenblueth 1971)

$$\phi_i^T \mathbf{M}\phi_j = 0 \quad i \neq j \quad (3.41)$$

$$\phi_i^T \mathbf{K}\phi_j = 0 \quad i \neq j \quad (3.42)$$

éstas formas propias cumplen también la siguiente condición de normalidad respecto a la matriz de masa:

$$\phi_i^T \mathbf{M}\phi_j = M_i^* \neq 0 \quad (3.43)$$

$$(\phi_i^*)^T \mathbf{M}\phi_i^* = 1 \quad (3.43b)$$

lo que permite escribir en forma compacta una *condición de ortonormalidad* respecto a la matriz de masa:  $(\Phi^*)^T \mathbf{M}\Phi^* = \mathbf{I}$ , donde  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad. Sin embargo, aunque los vectores propios no fuese ortonormales, la condición de ortogonalidad respecto a la matriz de masa se cumple siempre. Dicha condición puede expresarse de la siguiente manera:

$$(\Phi)^T \mathbf{M}\Phi = \mathbf{M}^* \quad (3.44)$$

donde  $\mathbf{M}^*$  es diagonal. De igual forma, la condición de ortogonalidad respecto a la matriz de rigidez se puede escribir como

$$(\Phi)^T \mathbf{K}\Phi = \mathbf{K}^* \quad (3.45)$$

donde  $\mathbf{K}^*$  es una matriz diagonal cuyos términos no nulos valen  $K_{ii}^* = \phi_i^T \mathbf{K}\phi_i$ . En el caso de un amortiguamiento  $\mathbf{C}$  de tipo proporcional, la matriz de amortiguamiento también cumple la condición de ortogonalidad respecto a la matriz modal

$$(\Phi)^T C \Phi = C^* \quad (3.46)$$

siendo  $C^*$  una matriz diagonal. Considerando la definición del amortiguamiento proporcional de la ecuación (3.5), la condición de ortogonalidad (3.46) proporciona  $C^* = \alpha_1 M^* + \alpha_2 K^*$ .

El problema de autovalores anteriormente mencionado se soluciona mediante técnicas numéricas, como la técnica estándar de Jacobi (Bathe 1982; Barbat y Canet 1994). En muchos casos no es necesario calcular todos los autovalores y autovectores del problema. De hecho, tal como se verá a continuación, es posible obtener una buena aproximación a la solución del problema dinámico utilizando solamente los autovalores más bajos de la estructura. Los autovalores superiores no solo tienen una influencia pequeña en la solución, sino que están distorsionados debido al proceso de modelización de la estructura y a los errores propios al proceso numérico utilizado en su cálculo. Por este motivo, han sido propuestos diversos métodos que calculan solamente los primeros autovalores y autovectores que se deseen (Bathe 1982).

Adoptado ya el método de autovalores y autovectores para la obtención de los modos propios de vibración de la estructura, se introduce ahora el concepto de separación de variables. Este concepto permite tratar por separado la resolución de las ecuaciones en el campo temporal y espacial, expresando el campo de desplazamientos como

$$U = \sum_{j=1}^n \phi_j \chi_j(t) \quad (3.47)$$

donde el autovector  $\phi_j$  describe la forma de vibrar de la estructura en el modo  $j$  y la función del tiempo  $\chi_j(t)$  su amplitud. A esta última variable se le denomina respuesta generalizada o coordenada normal del grado de libertad  $j$ . Sustituyendo (3.47) en (3.6), se obtiene

$$M \sum_{j=1}^n \phi_j \ddot{\chi}_j(t) + C \sum_{j=1}^n \phi_j \dot{\chi}_j(t) + K \sum_{j=1}^n \phi_j \chi_j(t) = -M \{1\} a(t) \quad (3.48)$$

ecuación que, premultiplicada por la transpuesta de un autovector cualquiera, proporciona

$$\phi^T M \sum_{j=1}^n \phi_j \ddot{\chi}_j(t) + \phi^T C \sum_{j=1}^n \phi_j \dot{\chi}_j(t) + \phi^T K \sum_{j=1}^n \phi_j \chi_j(t) = -\phi^T M \{1\} a(t) \quad (3.49)$$

Utilizando las condiciones de ortogonalidad de los autovectores (ecuaciones 3.36, 3.37 y 3.38), resulta



$$\phi_i^T \mathbf{M} \sum_{j=1}^n \phi_j = \phi_i^T \mathbf{M} \phi_i = M_i^* \quad (3.50)$$

$$\phi_i^T \mathbf{K} \sum_{j=1}^n \phi_j = \phi_i^T \mathbf{K} \phi_i = K_i^* \quad (3.50b)$$

y, si la matriz de amortiguamiento es ortogonal, se tiene también

$$\phi_i^T \mathbf{C} \sum_{j=1}^n \phi_j = \phi_i^T \mathbf{C} \phi_i = C_i^* \quad (3.50c)$$

Las ecuaciones (3.50) permiten formular la ecuación (3.49) como un sistema de ecuaciones diferenciales desacopladas para cada modo de vibración  $i$  y que tienen la misma forma que la ecuación del movimiento de un sistema con un solo grado de libertad (ecuación 2.4)

$$M_i^* \ddot{\chi}_i(t) + C_i^* \dot{\chi}_i(t) + K_i^* \chi_i(t) = -\phi_i^T \mathbf{M} \{1\} a(t) \quad (3.51)$$

De esta manera, el sistema de ecuaciones (3.6) queda reducido a  $n$  ecuaciones diferenciales independientes. La ecuación (3.51) puede transformarse dividiendo todos sus términos  $M_i^*$ , obteniéndose un sistema de ecuaciones diferenciales en aceleraciones desacopladas (ver la similitud con la ecuación 2.4b de un sistema con un grado de libertad).

$$\ddot{\chi}_i(t) + 2\nu_i \omega_i \dot{\chi}_i(t) + \omega_i^2 \chi_i(t) = -\frac{\phi_i^T \mathbf{M} \{1\}}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} a(t) = -Q_i a(t) = -a_i(t) \quad (3.52)$$

donde se ha introducido el coeficiente  $Q_i$ , denominado coeficiente de participación modal correspondiente al modo  $i$  de vibración, definido por

$$Q_i = -\frac{\phi_i^T \mathbf{M} \{1\}}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} = \frac{\sum_{r=1}^n M_r \phi_{ri}}{\sum_{r=1}^n M_r \phi_{ri}^2} \quad (3.53)$$

y que aporta la aceleración  $a_i$ , correspondiente a un sistema equivalente de un grado de libertad. La ecuación (3.52) puede resolverse utilizando cualquiera de los métodos aplicables a sistemas con un solo grado de libertad dinámica (por ejemplo, la integral de Duhamel, ecuaciones 2.2, 2.3).

Cuando las formas propias de vibración son ortonormales (ortogonales y normalizadas respecto a la masa tal como se muestra en la ecuación 3.39), es decir,

$(\phi)_i^T \mathbf{M} \phi = 1$ , el coeficiente de participación modal queda de la forma  $Q_i = \sum_{r=1}^n M_r \phi_{ri}$

. Obsérvese que si se sustituye la masa  $M_r$  por el peso  $G_r$  en la ecuación (3.53), dicha ecuación proporcionará el mismo valor  $Q_i$  para el coeficiente de participación modal.

A medida que aumenta el orden de las frecuencias, los errores que éstas contienen son mayores, hecho ya puntualizado anteriormente. Al mismo tiempo, los modos inferiores contienen menor energía elástica de deformación, motivo por el cual influyen en mayor medida en la respuesta de la estructura. Por todo ello, en el análisis se incluye un número menor que  $n$  de modos propios de vibración y, consecuentemente, la ecuación (3.47) y sus derivadas se suelen escribir de la siguiente forma:

$$\mathbf{U}(t) = \sum_{i=1}^q \phi \chi_i(t) \quad \dot{\mathbf{U}}(t) = \sum_{i=1}^q \phi \dot{\chi}_i(t) \quad \ddot{\mathbf{U}}(t) = \sum_{i=1}^q \phi \ddot{\chi}_i(t) \quad (3.54)$$

Como consecuencia, el número  $q \leq n$  de ecuaciones del tipo (3.52) que es necesario resolver es habitualmente mucho menor que el número  $n$  de modos de vibración del modelo.

Una de las formas de estudiar el comportamiento dinámico de una estructura consiste en obtener la evolución en el tiempo de su respuesta. Para ello, una vez obtenidas las respuestas generalizadas  $u_i(t)$  solucionando ecuaciones del tipo (3.52), éstas se sustituyen en (3.54) para obtener la historia de los desplazamientos  $\mathbf{U}(t)$ . Después de haber determinado dichos desplazamientos, se efectúa el cálculo de los esfuerzos, que se realiza por procedimientos propios de un análisis estático para cada instante  $t$  del proceso dinámico. Realizar un análisis de este tipo tiene dos inconvenientes principales. En primer lugar, se necesita disponer de un acelerograma del movimiento sísmico a considerar en el cálculo, y las normativas de diseño especifican solamente espectros sísmicos de respuesta. En segundo lugar, este procedimiento de análisis proporciona un exceso de información acerca de la respuesta de la estructura, y en el diseño de estructuras es, generalmente, suficiente utilizar la respuesta máxima. Por todos estos motivos, el procedimiento que habitualmente se utiliza en el cálculo dinámico de edificios, utiliza la definición de la acción mediante espectros sísmicos de respuesta y proporciona como resultado del cálculo únicamente la respuesta máxima de la estructura. A continuación se desarrollan las bases teóricas de este procedimiento.

### 3.6 RESPUESTAS MÁXIMAS MODALES UTILIZANDO ESPECTROS SÍSMICOS DE RESPUESTA

#### 3.6.1 Planteamiento del problema

Se considera que la acción sísmica está definida mediante el espectro de respuesta en aceleraciones  $S_a$ , correspondiente a un movimiento del terreno de

aceleración  $a(t)$ . La ecuación desacoplada (3.52), correspondiente al modo  $i$  de vibración, se describe a continuación:

$$\ddot{\chi}_i(t) + 2\nu_i\omega_i\dot{\chi}_i(t) + \omega_i^2\chi_i(t) = -Q_i a(t) \quad (3.55)$$

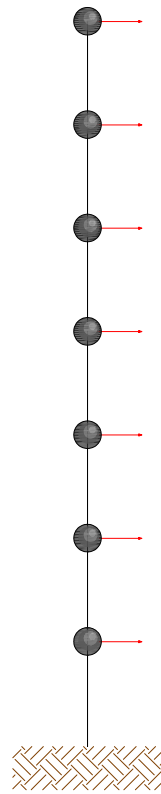
Esta ecuación es similar a la que describe el movimiento de un modelo con un solo grado de libertad (ecuación 2.4). Por este motivo, la respuesta generalizada máxima en aceleraciones  $\ddot{\chi}_i(t)_{\max}$ , que se podría obtener solucionando numéricamente la ecuación (3.55), es igual a la ordenada espectral  $S_{a_i}$  correspondiente al modo  $i$  (véase la ecuación 2.8) multiplicada por el coeficiente de participación modal  $Q_i$

$$\ddot{\chi}_i(t)_{\max} = -Q_i (S_a)_i = (\bar{S}_a)_i \quad (3.56)$$

En la ecuación (3.56) se introdujo la notación  $(\bar{S}_a)_i = Q_i (S_a)_i$  para definir la aceleración espectral correspondiente al modo  $i$ . El desplazamiento generalizado máximo en el modo  $i$  de vibración se expresa teniendo en cuenta que  $(\bar{S}_a)_i = Q_i (S_a)_i$ , siendo  $(S_d)_i$  el espectro de respuesta en desplazamientos (ecuación 2.8). En consecuencia (ver ecuación 2.12)

$$\chi_i(t)_{\max} = -Q_i \frac{(S_d)_i}{\omega_i^2} = -\frac{(\bar{S}_a)_i}{\omega_i^2} \quad (3.57)$$

Se estudiarán a continuación una serie de parámetros que caracterizan las respuestas modales máximas de un edificio de cortante del tipo representado en la figura 3.4. Dicho edificio tiene  $n$  grados de libertad ( $r$  es un grado de libertad corriente) y en su análisis se incluirán, de acuerdo con las ecuaciones (3.54),  $q$  modos de vibración. Las más importantes características de respuesta que se analizarán son: las fuerzas sísmicas equivalentes modales en las  $F_{ri}$ , los desplazamientos modales de dichas plantas  $u_{ri}$  y el cortante modal en la base  $V_i$ . A éstas hay que añadir otras características que, en ciertos casos, también pueden tener una influencia significativa en el diseño de los edificios: los cortantes modales de piso  $V_{ri}$  y el momento modal de vuelco  $M_{ri}^v$ . Un concepto muy importante, que permite determinar de una manera rigurosa el número de modos de vibración que se deben incluir en el análisis, es el de peso efectivo modal.



**Figura 3.10** Modelos dinámicos de masas concentradas para edificios. (a) edificio de plantas rígidas y (b) su modelo dinámico de edificio de cortante

Una vez determinadas las características modales mencionadas, se calculan los esfuerzos seccionales máximos modales mediante procedimientos de cálculo estático. La evaluación de los valores totales de la respuesta, necesarios para comprobar el comportamiento sísmico de la estructura, se debe hacer mediante procedimientos estadísticos, aplicados directamente a los esfuerzos seccionales máximos modales.

### 3.6.2 Características modales máximas

- **Desplazamientos modales máximos.** Los desplazamientos modales máximos según todos los grados de libertad del modelo se pueden escribir en la forma (ver apartado 3.6.2.2 de la NCSE-02)

$$(\mathbf{U}_i)_{\max} = \boldsymbol{\phi} \chi_i(t)_{\max} = \boldsymbol{\phi} Q_i \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} = \eta_i \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} \quad (3.58)$$

En esta ecuación,  $\eta_i = \boldsymbol{\phi} Q_i$  es el vector de los *coeficientes de participación modal* correspondientes al modo  $i$  de vibración y

$$(\mathbf{U}_i)_{\max} = \begin{bmatrix} u_{1i} \\ u_{2i} \\ \vdots \\ u_{ri} \\ \vdots \\ u_{ni} \end{bmatrix}_{\max}$$

es el vector de desplazamientos del grado de libertad  $r$  correspondiente al modo  $i$ .

- **Desplazamientos modales relativos entre pisos.** Una característica de la respuesta estructural muy importante en el diseño es el desplazamiento relativo entre dos pisos sucesivos, llamado también *desviación de piso*. El valor modal de dicha característica viene dado por la ecuación

$$\Delta_{ri} = u_{ri} - u_{(r-1)i} \quad (3.59)$$

siendo su valor máximo  $(\Delta_{ri})_{\max}$ .

- **Cortantes modales de piso.** La fuerza sísmica equivalente  $F_{ri}$ , correspondiente a un modo de vibración  $i$  y a un piso  $r$  del modelo de la figura 3.5, se calcula aplicando la segunda ley de Newton

$$F_{ri} = (\ddot{u}_{ri})_{\max} M_r \quad (3.60)$$

donde  $(\ddot{u}_{ri})_{\max}$  es el valor máximo de la aceleración de respuesta al nivel  $r$ , en el modo  $i$  de vibración, y  $M_r$  es la masa concentrada al nivel  $r$ . La aceleración máxima  $(\ddot{u}_{ri})_{\max}$  se escribe a partir de las ecuaciones (3.54) en la siguiente forma:

$$(\ddot{u}_{ri})_{\max} = \phi_{ri} \ddot{u}_i(t)_{\max} \quad (3.61)$$

siendo  $\phi_{ri}$  la ordenada modal correspondiente al modo  $i$  de vibración y al grado de libertad  $r$ . La aceleración generalizada máxima  $\ddot{x}_i(t)_{\max}$  viene dada por la ecuación (3.56), con lo cual la fuerza sísmica equivalente  $F_{ri}$  puede describirse en la forma (ver ecuación 2.11 para un grado de libertad)

$$F_{ri} = \phi_{ri} Q_i M_r (S_a)_i = \eta_{ri} \frac{(S_a)_i}{g} P_r \quad (3.62)$$

donde  $\eta_{ri} = \phi_{ri} Q_i$ ,  $P_r$  es el peso correspondiente a la masa  $M_r$  y  $g$  es la aceleración de la gravedad. Los coeficientes  $\eta_{ri}$  se conocen como *coeficientes de forma*, ya que dependen de las formas propias de vibración de la estructura.

El cortante  $V_{ri}$  en el modo  $i$  y en el piso  $r$  del edificio se calcula mediante la ecuación

$$V_{ri} = \sum_{j=r}^n F_{ji} \quad (3.63)$$

De la misma manera, el cortante modal en la base del edificio,  $T_i$ , será

$$V_i = \sum_{r=1}^n F_{ri} \quad (3.64)$$

Esta misma ecuación puede describirse como

$$V_i = \sum_{r=1}^n \phi_{ri} Q_i \frac{(S_a)_i}{g} P_r \quad (3.65)$$

donde ha sido utilizada la ecuación (3.62).

- **Peso efectivo modal.** El peso efectivo modal  $W_i$  se define a partir de la siguiente ecuación (Paz 1994; Barbat y Hurtado 1996):

$$V_i = W_i \frac{(S_a)_i}{g} \quad (3.66)$$

que relaciona el cortante modal en la base con la aceleración máxima de respuesta reducida por la aceleración de la gravedad. Comparando la ecuación (3.66) con la ecuación (3.65) se deduce la expresión del peso efectivo modal

$$W_i = Q_i \sum_{r=1}^n \phi_{ri} P_r \quad (3.67)$$

Expresando el coeficiente  $Q_i$  proporcionado por la ecuación (3.53) en la siguiente forma:

$$Q_i = \frac{\sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri}}{\sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri}^2} \quad (3.68)$$

se obtiene la siguiente ecuación para los pesos efectivos modales  $W_i$

$$W_i = \frac{\left[ \sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri} \right]^2}{\sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri}^2} \quad (3.69)$$

Se puede demostrar analíticamente (Clough y Penzien 1993) que la suma sobre todos los modos de vibración de los pesos efectivos modales  $W_i$  es igual al peso total de la estructura, es decir

$$\sum_{i=1}^n W_i = \sum_{r=1}^n P_r \quad (3.70)$$

- **Demostración de la expresión del peso efectivo modal.**

Se parte de la ecuación

$$\{1\} = \Phi \chi \quad (3.71)$$

que expresa el vector  $\{1\}$  en coordenadas modales. El vector  $\chi$  que cumple la condición (3.71) contiene como elementos amplitudes modales y puede calcularse invirtiendo la matriz  $\Phi$  que no es singular. Dicho vector puede obtenerse también premultiplicando los dos miembros de la ecuación (3.71) por  $\phi_i^T \mathbf{M}$ , lo que permite escribir

$$\phi_i^T \mathbf{M} \{1\} = \phi_i^T \mathbf{M} \Phi \chi \quad (3.72)$$

El miembro derecho de esta ecuación puede desarrollarse de la siguiente forma:

$$\phi_i^T \mathbf{M} \Phi \chi = \phi_i^T \mathbf{M} \Phi_1 \chi_1 + \phi_i^T \mathbf{M} \Phi_2 \chi_2 + \dots + \phi_i^T \mathbf{M} \Phi_n \chi_n + \dots + \phi_i^T \mathbf{M} \Phi_1 \chi_1 \quad (3.73)$$

Todos los términos del miembro derecho de la ecuación (3.73), excepto el correspondiente a  $\phi_i$  son iguales a cero debido a la propiedad de ortogonalidad (3.45), con lo cual se obtiene

$$\phi_i^T \mathbf{M} \Phi \chi = M_i^* \chi_i \quad (3.74)$$

donde ha sido utilizada de nuevo la misma condición de ortogonalidad. En consecuencia, la ecuación (3.72) puede reescribirse como

$$\phi_i^T \mathbf{M} \{1\} = M_i^* \chi_i \quad (3.75)$$

de donde se expresan las amplitudes modales de la siguiente manera

$$\chi_i = \frac{\phi_i^T \mathbf{M} \{1\}}{M_i^*} = \frac{\phi_i^T \mathbf{M} \{1\}}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} \quad (3.76)$$

Utilizando ahora la ecuación (3.53) en la forma (3.68), la ecuación anterior se reescribe como

$$\chi_i = \frac{\sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri}}{\sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri}^2} \quad (3.77)$$

y el vector  $\{1\}$  en la ecuación (3.71) tendrá la siguiente expresión:

$$\{1\} = \Phi \left\{ \frac{\sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri}}{\sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri}^2} \right\} \quad (3.78)$$

El peso total de la estructura puede calcularse como

$$\sum_{r=1}^n P_r = g [1] \mathbf{M} \{1\} \quad (3.79)$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad. Sustituyendo ahora el vector  $\{1\}$  proporcionado por la ecuación (3.78) en (3.79), se obtiene:

$$\sum_{r=1}^n P_r = \left[ \sum_{r=1}^n P_r \phi_{r1} \sum_{r=1}^n P_r \phi_{r2} \dots \sum_{r=1}^n P_r \phi_{rn} \right] \left\{ \frac{\sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri}}{\sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri}^2} \right\} \quad (3.80)$$



Esta ecuación puede reescribirse en la siguiente forma

$$\sum_{r=1}^n P_r = \sum_{i=1}^n \frac{\left[ \sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri} \right]^2}{\sum_{r=1}^n P_r \phi_{ri}^2} = \sum_{i=1}^n W_i \quad (3.81)$$

con lo cual se ha obtenido la misma ecuación (3.70) que debía demostrarse.

Esta ecuación es muy útil en el momento de determinar el número de modos de vibración que tienen una influencia significativa en la respuesta estructural. Una condición satisfactoria que se utiliza habitualmente es

$$\sum_{i=1}^q W_i \geq 0.9 \sum_{r=1}^n P_r \quad (3.82)$$

Dicha condición permite incluir en el análisis el número  $q$  de modos de vibración necesario para que la suma de su correspondiente peso efectivo sea al menos un 90% del peso real total de la estructura.

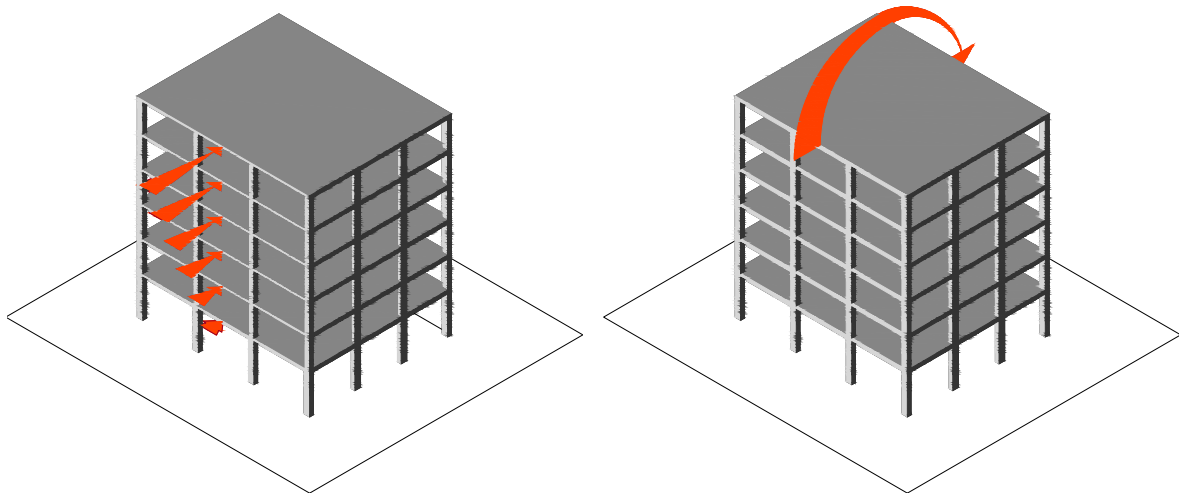
Fuerzas sísmicas modales. Las fuerzas sísmicas equivalentes modales  $F_{ri}$  pueden definirse, para cada piso  $r$ , como el producto del cortante modal en la base,  $V_i$  por un coeficiente sísmico  $\xi_{ri}$

$$F_{ri} = \xi_{ri} V_i \quad (3.83)$$

Dicho coeficiente corresponde al modo  $i$  de vibración y al piso  $r$  y puede expresarse mediante la ecuación

$$\xi_{ri} = \frac{P_r \phi_{ri}}{\sum_{i=1}^n P_r \phi_{ri}} \quad (3.84)$$

obtenida a partir de la definición de las fuerzas sísmicas equivalentes modales – ecuación (3.62)- y de los cortantes modales en la base -ecuación (3.64)-.



**Figura 3.11** Fuerzas sísmicas modales y momento modal de vuelco.

Momento de vuelco modal. El momento de vuelco modal  $M_{ri}^v$  correspondiente al nivel  $r$  de un edificio de corte se calcula como la suma de los momentos de las fuerzas sísmicas  $F_{ji}$  aplicadas en los pisos  $r, r+1, \dots, n$

$$M_{ri}^v = \sum_{j=r+1}^n F_{ji} (h_j - h_r) \quad (3.85)$$

En esta ecuación,  $h_j$  es la altura a la cual se encuentra un piso cualquiera  $j$ , tal como puede verse en la figura 3.5. Para  $r=0$ , la ecuación (3.85) proporciona el momento de vuelco modal en la base del edificio.

### 3.6.3 Esfuerzos seccionales modales

Una vez obtenidas todas las características modales necesarias, se procede al cálculo de los esfuerzos seccionales, para los  $q$  modos de vibración que se quieran incluir en el análisis, mediante procedimientos estándar de la estática de estructuras.

El máximo de los esfuerzos modales en cada grado de libertad no se produce en el mismo instante de tiempo, tal como sería necesario para poder aplicar las ecuaciones (3.54). En consecuencia, cualquiera de las respuestas máximas totales de la estructura que cumplan con los requisitos preestablecidos de acuerdo con el criterio del peso efectivo, o bien de acuerdo con lo prescrito en el código de diseño aplicado.

### 3.7 CÁLCULO DE LA RESPUESTA MÁXIMA TOTAL

Una primera forma de aproximar la respuesta máxima total de una estructura es considerando la suma de los valores absolutos de las contribuciones modales máximas. Sin embargo, el valor que se obtiene de esta manera es un límite superior de la respuesta máxima total, que superará en mucho la respuesta máxima real.

Otro procedimiento, que habitualmente conduce a resultados correctos si las frecuencias propias de la estructura analizada están bien separadas, evalúa la respuesta máxima total como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las respuestas modales -Square Root of Sum of Squares: SRSS- (Newmark y Rosenblueth 1971). Si se incluyen en el cálculo  $q$  modos de vibración, una respuesta máxima cualquiera  $S$  de la estructura (esfuerzo seccional, desplazamiento, etc.), se calcula de acuerdo al procedimiento SRSS mediante la siguiente ecuación:

$$S_{\max} = \sqrt{\sum_{j=1}^q (S_j)_{\max}^2} \quad (3.86)$$

Cuando la estructura tiene frecuencias propias con valores cercanos -es decir, la diferencia entre dos frecuencias consecutivas es menor que el 10% de la más bajas de las dos-, el método SRSS puede subestimar o sobreestimar en mucho la respuesta total. Errores importantes se producen, asimismo, si el análisis que se lleva a cabo es tridimensional y el efecto de la torsión es significativo. Por este motivo, ha sido propuesto por Der Kiureghian (1980) y Wilson *et al.* (1981) otro procedimiento, denominado Complete Quadratic Combination (CQC), que tiene sus fundamentos en la teoría de las vibraciones aleatorias y que proporciona mejores resultados que el SRSS. El método CQC calcula la respuesta máxima total de la estructura mediante la siguiente ecuación:

$$S_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q S_i \rho_{ij} S_j} \quad (3.87)$$

El término modal  $\rho_{ij}$  se aproxima por (ver normativa NCSE-02)

$$\rho_{ij} = \frac{8(v_i v_j)^{1/2} (v_i + \gamma v_j) \gamma^{3/2}}{(1 - \gamma^2)^2 + 4v_i v_j \gamma (1 - \gamma^2) + 4(v_i^2 + v_j^2) \gamma^2} \quad (3.88)$$

donde  $\gamma = \omega_i / \omega_j$  es la relación entre las frecuencias propias de los modos  $i, j$ ;  $v_i$  y  $v_j$  son las fracciones del amortiguamiento crítico correspondientes a los modos de vibración  $i, j$ .

En el caso particular en el cual la fracción del amortiguamiento crítico es constante y  $\gamma = 1$ , la ecuación (3.87) proporciona  $\rho_{ii} = 1$ . Puede observarse que si las frecuencias están separadas, los términos cruzados son despreciables y el método CQC proporciona resultados muy parecidos al método SRSS.

## Capítulo 4

# Aplicación práctica de la teoría del análisis modal en las normativas de cálculo sismorresistente

En el presente capítulo se presenta un desarrollo general sobre la relación existente entre la teoría del análisis modal y la manera en que esta teoría está incorporada en las normativas de diseño sismorresistente. Además de éste tratamiento general del tema, se hace también una particularización al caso de la normativa española NCSE-02. Dicha particularización incluye referencias puntuales a cada aspecto de cálculo contenido en la normativa.

### 4.1 ASPECTOS GENERALES

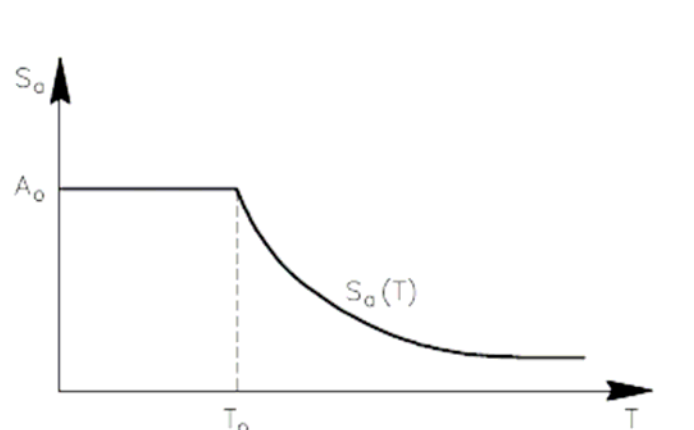
Todas las normativas de diseño sismorresistente vigentes en los distintos países del mundo tienen su ámbito de aplicación claramente definido y éste se extiende concretamente al campo de las *estructuras de edificación*. Sin embargo, a algunas de las normativas se les da una cierta apariencia de “generalidad”, lo que a veces produce cierta confusión entre los ingenieros y arquitectos que las deben aplicar en el diseño. La mencionada apariencia, que se debe solamente a la falta de claridad, puede producir la impresión de que las normativas son de obligatoria aplicación en el país para cualquier tipo de estructura. En realidad, dichas normativas son generales solamente en lo referente a la definición de la peligrosidad sísmica en el país, es decir, al cálculo de la intensidad o aceleración máxima del terreno en cualquier sitio. Sin embargo, en cada país existen normas específicas para el cálculo y diseño de estructuras no edilicias.

En los cálculos dinámicos previstos en todas las normativas de diseño sismorresistente de edificios se utiliza el modelo simplificado de edificio de cortante, similar al descrito en el apartado 3.1. Dicho modelo es aplicable a la mayoría de los edificios más utilizados en la práctica y, a pesar de las simplificaciones que contienen, proporcionan resultados con una precisión satisfactoria. Estas simplificaciones están detalladamente indicadas en el apartado 3.1, y todas las normativas las admiten implícitamente al fundamentar los cálculos en un modelo de edificio de cortante. Sin embargo, las diferentes normativas añaden requisitos específicos de aplicación, que vienen impuestos por los métodos simplificados de cálculo que proponen.

El procedimiento habitual de cálculo dinámico de estructuras prescrito en todas las normativas de diseño sismorresistente del mundo, utiliza la definición de la acción mediante espectros sísmicos de respuesta y proporciona como resultado del cálculo únicamente la respuesta máxima de la estructura (ver apartado 2.2.3). Sin embargo, es interesante recordar que en algunas normativas se deja abierta la posibilidad de definir la acción mediante acelerogramas reales o artificiales representativos de una zona, que se deben escalar en amplitudes y frecuencias de forma que sean compatibles con los espectros sísmicos de respuesta estipulados en la misma normativa (NCSE 2002; E8). Una definición de este tipo sería útil en un cálculo no lineal de las estructuras. Pero dichas normativas no proporcionan ningún procedimiento numérico de definición de los mencionados acelerogramas, dejando al usuario la libre elección de algún acelerograma o grupo de acelerogramas.

## 4.2 ESPECTROS SÍSMICOS DE RESPUESTA

En la mayoría de las normativas de cálculo sísmico del mundo se formula una única función genérica para la curva de amplificación de las aceleraciones (denominada  $\alpha(T_i)$  en la ecuación 5.10; ver también la normativa NCSE 02), válida para una región sísmica entera en la que la norma define la acción (véase la figura 5.1). Esta función de amplificación genérica, una vez multiplicada por la máxima aceleración sísmica del terreno (denominada  $a_b$  en la ecuación 5.9; ver también normativa NCSE 02), proporciona la máxima aceleración de respuesta de un modelo con un solo grado de libertad como función del período propio de dicho modelo, es decir, un espectro de respuesta en aceleraciones. Los espectros de respuesta genéricos que se obtienen de esta forma se ajustan luego a las diferentes sub-zonas de la región mediante su multiplicación por diferentes coeficientes, generalmente empíricos y en algunos casos de forma probabilística, tal como ocurre con el factor de importancia de la edificación, que caracterizan dicha sub-zona a partir de criterios tales como sismicidad, peligrosidad sísmica, importancia socio-económica, geología, etc. (Barbat *et al.* 1996). Todos estos aspectos están incorporados en la normativa española dentro del *coeficiente de importancia*  $\rho$  (véase Tabla 5.1). En la Figura 4.1 puede verse el aspecto que suelen tener los espectros sísmicos de respuesta en las normativas de diseño (una escala de éste espectro puede verse en la figura 5.2).



**Figura 4.1** Forma típica de los espectros sísmicos de respuesta en las normativas sismorresistentes.

Utilizando otros coeficientes, los espectros se ajustan también a las características de la estructura que se diseña, considerando como criterios: tipología, rigidez, ductilidad, características de los materiales, tipo de cimentación, condiciones locales de suelo, características de amortiguamiento, importancia en los instantes posteriores a los terremotos, etc. (véase las ecuaciones 5.9 a 5.11). Una vez definido un espectro de diseño de esta manera, las normativas estipulan el cálculo de las fuerzas sísmicas modales equivalentes a utilizar para determinar la respuesta estructural total (véase apartado 5.1).

### 4.3 ASPECTOS DE CÁLCULO DE LAS FUERZAS SÍSMICAS

El proceso de cálculo previsto en las normativas de diseño sismorresistente se desarrolla en las siguientes etapas:

- 1) Cálculo de los períodos propios de la estructura y de las formas modales correspondientes. En muchas normas, para los edificios de cortante se incluyen fórmulas empíricas que proporcionan, de manera simplificada, dichas características dinámicas. En general se correlaciona el período fundamental con la altura de la edificación y la forma modal con el aspecto de la forma correspondiente al primer modo.
- 2) Se utiliza el espectro de respuesta proporcionado por la norma para determinar las ordenadas espectrales correspondientes a cada modo de vibración incluido en el análisis.
- 3) Se calculan las fuerzas sísmicas equivalentes de cada modo de vibración, multiplicando las ordenadas espectrales por la masa y por el coeficiente de participación modal.
- 4) Se efectúa un cálculo estático de la estructura sometida a la acción de estas fuerzas sísmicas modales equivalentes. Se obtienen, de esta manera, valores máximos de los esfuerzos en la estructura en cada modo de vibración.

- 5) Los esfuerzos totales se calculan efectuando la superposición modal mediante cualquiera de los procedimientos estadísticos expuestos en el capítulo 3.

Los primeros tres pasos de este procedimiento tienen carácter dinámico, mientras que el cuarto es estático. Por este motivo, a este tipo de análisis se le llama pseudo-dinámico.

Considérese una estructura con  $n$  grados de libertad, en cuyo análisis se incluye un número  $q \leq n$  de {modos de vibración}. Una de las posibilidades es definir las fuerzas sísmicas equivalentes  $F_{ri}$  correspondientes al modo  $i$  de vibración y al grado de libertad  $r$  (en los pórticos de cortante  $r$  se identifica con el número de pisos en estudio) mediante la ecuación (3.38), en la cual están expresadas en función del peso  $P_r$  de la masa concentrada al nivel  $r$  de la estructura. Otra posibilidad de expresar dichas fuerzas sísmicas es la contemplada por la ecuación (3.59), en la cual las fuerzas  $F_{ri}$  se formulan como función del cortante modal en la base  $V_i$ .

La primera de las dos formulaciones es la que más se utiliza en prácticamente todas las normativas de cálculo sísmico. En éstas, las fuerzas sísmicas equivalentes se expresan como (véase la ecuación 5.13)

$$F_{ri} = s_{ri} P_r \quad (4.1)$$

donde  $s_{ri}$  es el coeficiente sísmico correspondiente al grado de libertad  $r$  y al modo  $i$  de vibración. Comparando la ecuación (4.1) con la (3.38), se puede deducir la expresión teórica del coeficiente sísmico

$$s_{ri} = \frac{(S_a)_i}{g} \eta_{ri} \quad (4.2)$$

Una manera alternativa de expresar las fuerzas sísmicas equivalentes, y que está prevista en algunas normativas (ver también la ecuación 5.13), es

$$F_{ri} = c_i P_r \eta_{ri} \quad (4.3)$$

donde  $s_{ri}$  es el coeficiente sísmico para un oscilador de un grado de libertad, identificado en este caso con el modo de vibrar  $i^{\text{ésimo}}$  (ver ecuaciones 2.9 y 5.15). De esta forma, se introduce la siguiente relación entre el coeficiente sísmico  $c_i$  del modo  $i$  y su particular magnitud  $s_{ri}$  asignado al piso " $r$ " del mismo modo  $i$ ,

$$c_i = \frac{(S_a)_i}{g} \quad (4.4)$$



Si el coeficiente sísmico  $c_i$  fuese formulado en las normativas de acuerdo con la teoría desarrollada en el Apartado 2.2.3, tendría una expresión del tipo

$$c_i = \alpha_i \frac{a_c}{g} \quad (4.5)$$

Siendo  $\alpha_i$  el coeficiente de amplificación dinámica (Barbat *et al.* 1994), o también denominado en la normativa NCSE-02 *ordenada espectral afectada del riesgo zonal* y  $a_c$  es el coeficiente de intensidad sísmica de la zona, definido como la relación entre la aceleración máxima del terreno  $|a(t)|^{\max}$  (ver apartado 5.2).

$$a_c = |a(t)|^{\max} \quad (4.6)$$

Comparando (4.5) con (4.4) se observa que

$$(S_a)_i = \alpha_i a_c \quad (4.7)$$

lo que significa que el producto  $\alpha_i a_c$  describe el espectro sísmico de diseño definido por la normativa (ver ecuación 5.15).

Sin embargo, en el cálculo de las fuerzas sísmicas equivalentes estipuladas en las distintas normativas de diseño del mundo, los coeficientes sísmicos se formulan mediante ecuaciones que incluyen, además de éstos, otros parámetros, que describen, de una manera simplificada, ciertas características de la sub-zona sísmica y de la estructura que no han sido incluidos en la teoría. Dichas características son de gran importancia en describir el comportamiento sísmico real de los edificios, pues tienen como objetivo el de eliminar las limitaciones en los cálculos dinámicos teóricos, tanto en lo referente a la definición de la acción mediante espectros sísmicos de respuesta, como en lo que respecta al modelo simplificado de edificio de cortante. Entre los coeficientes que no aparecen en la mencionada teoría, pero que están incorporados en las normativas de cálculo sísmico de diferentes países del mundo, pueden citarse los siguientes:

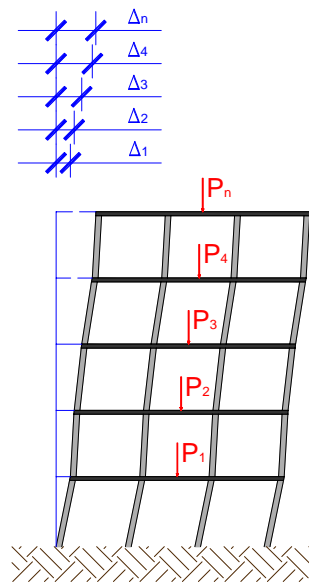
- Coeficiente de ductilidad  $\mu$  de la estructura (véase la Tabla 5.4).
- Coeficiente  $C$  que considera el efecto del tipo de cimentación y de suelo, es decir, de la interacción suelo-estructura (véase la tabla 5.3).
- Coeficiente  $\rho$  que considera la importancia que puede tener una estructura en los instantes posteriores a un terremoto fuerte, en la mitigación de los efectos del terremoto. A este coeficiente se hace referencia de manera implícita en los apartados 1.2.2 y 1.2.3 de la normativa NCSE-02, y directamente a partir del coeficiente  $\rho$  que se presenta en el apartado 2.2.

En el caso particular de la NCSE-02 todos estos aspectos están incluidos en el cálculo de  $(S_a)_i$ . Teniendo en cuenta estas observaciones, la ecuación (4.4) se puede completar, obteniéndose la siguiente fórmula genérica de cálculo del coeficiente sísmico:

$$c_i = \alpha_i \frac{a_c}{g} \beta_i [\rho C] \quad (4.8)$$

donde  $\beta_i$  es el cociente  $\nu/\mu$  que engloba la reducción de la respuesta elástica debida al amortiguamiento y la ductilidad.

Este mismo coeficiente puede verse en la normativa NCSE-02 en la forma correspondiente a la ecuación (5.15), sólo que  $\rho$  y  $C$  están incorporados dentro de  $a_c$ . Cada normativa sísmica incorpora de forma distinta todos o algunos de los anteriores coeficientes, dando lugar sus propias expresiones de cálculo del coeficiente sísmico. De entre todos los coeficientes mencionados debe destacarse al que incluye en el cálculo el efecto de la *ductilidad*, por el hecho de que, al describir fenómenos de no linealidad del material, está directamente relacionado con el daño que sufren las estructuras durante la acción sísmica. Sobre este efecto se profundiza en el apartado 4.4.2.



**Figura 4.2** Efecto P-Δ.

Sin embargo, existen otros problemas del cálculo dinámico de los edificios, que no pueden solucionarse modificando el coeficiente sísmico de la fórmula (4.8) mediante incorporación de nuevos parámetros. Un primer problema es el de las grandes deformaciones que puede sufrir una estructura bajo las acciones sísmicas, es decir el de la no linealidad geométrica. Un planteamiento simplificado de este problema, que admite la hipótesis de que las tensiones y deformaciones coinciden en la configuración

inicial y deformada de la estructura, se conoce como análisis de segundo orden. En el análisis sísmico de edificios, dicho problema recibe, habitualmente, el nombre de *efecto* P- $\Delta$  (véase para detalles sobre este tema el apartado 0, el capítulo 7 y también el apartado 3.8 de la normativa NCSE-02).

El segundo problema es el de la *torsión* global que sufren los edificios durante la acción de los terremotos. Un cálculo dinámico que contemple el fenómeno de torsión requiere utilizar grados de libertad de giro en el plano de los pisos, y dichos grados de libertad no se consideran en un modelo estructural de edificio de cortante. Por este motivo, en el caso de este tipo de modelos, es posible incluir en el análisis el efecto de la torsión solamente de una manera desacoplada. Esto quiere decir que deben calcularse primeramente los esfuerzos seccionales debidos a las fuerzas sísmicas equivalentes correspondientes a los grados de libertad de traslación, y sumarlas luego con los esfuerzos seccionales debidos a la torsión. Este procedimiento desacoplado se conoce en algunas normas como método de la torsión estática equivalente y es prescrito para aquellos edificios que satisfacen ciertos criterios de regularidad en planta.

Para aquellos casos en los que la irregularidad induce grandes excentricidades, el efecto de la torsión queda considerado al exigirse la aplicación del análisis modal con tres grados de libertad por planta (dos traslaciones y una rotación)

A continuación se harán unos breves comentarios referentes a estos tres importantes aspectos: ductilidad, efecto P- $\Delta$  y torsión estructural.

#### **4.4 ESPECTROS DE RESPUESTA INELÁSTICOS**

La energía inducida por los terremotos en estructuras se disipa en parte por el efecto del amortiguamiento y en parte por el efecto de las deformaciones no elásticas en los elementos estructurales (incursión en comportamiento plástico). Las estructuras bien diseñadas y construidas deben ser capaces de absorber y disipar la energía, sufriendo un daño mínimo durante terremotos moderados y daños limitados durante terremotos fuertes. La simulación numérica del proceso de deterioro de las estructuras durante la acción sísmica es complicada y costosa requiriendo procedimientos sofisticados de cálculo no lineal. A pesar de sus numerosas ventajas, los espectros de respuesta, en la forma en la cual han sido definidos, tienen la gran limitación de que pueden aplicarse sólo al análisis de estructuras lineales elásticas. Es de gran utilidad extender el concepto de espectro de respuesta a sistemas no lineales, especialmente para su uso en el análisis de estructuras menos complejas como, por ejemplo, los edificios de cortante.

##### **4.4.1 No linealidad en el comportamiento estructural**

El desarrollo que se ha realizado en el apartado 2.2, sólo se refiere a un oscilador con un grado de libertad y con comportamiento elástico lineal. Existen muchos casos estructurales donde no se cumple esta hipótesis básica. En estos casos la forma de obtener la respuesta para un oscilador no lineal es bastante distinta y más complicada que, en el caso de los osciladores lineales. No es posible utilizar la integral de Duhamel por que esta implica superposición de respuestas que, para osciladores con comportamiento no-lineal, no se puede realizar. Sólo es posible obtener la respuesta

mediante la resolución numérica de la ecuación diferencial del movimiento (métodos de integración paso a paso, explícitos o implícitos) y, a partir de allí, obtener los máximos. No obstante, en este apartado se consideran las posibles no linealidades que se presentan en una estructura y se estudia la manera en la cual pueden reflejarse en los espectros de respuesta de una forma simplificada.

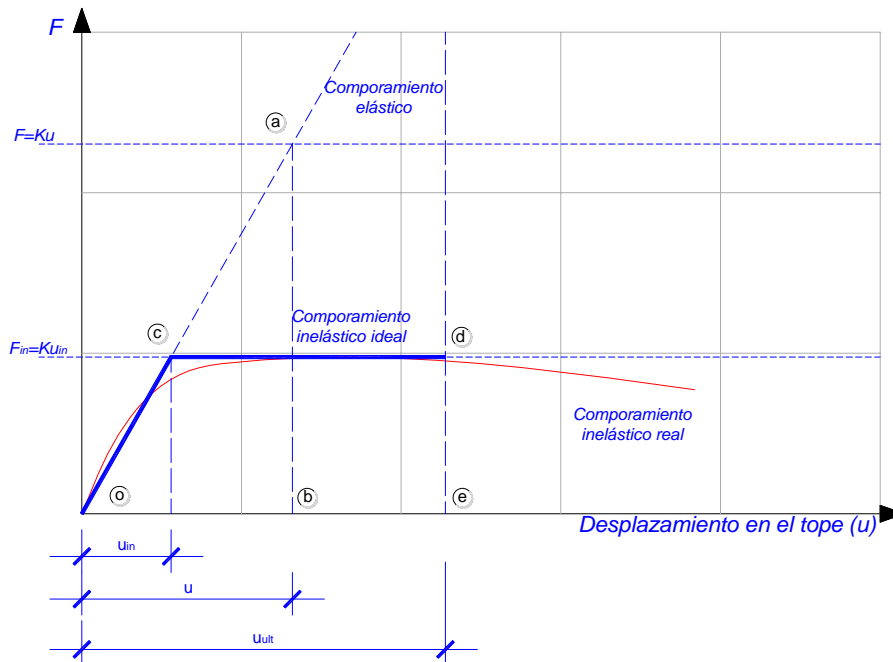
En la ecuación del movimiento (2.1), se pueden tener no linealidades en los tres términos de fuerza. Pero es conveniente obviar la *no linealidad en el término de masa*, puesto que esta se mantiene constante en la vida de una estructura  $m(t) = cte$ . En cambio sí se debe considerar la *no linealidad por amortiguamiento* que, por tratarse de un fenómeno viscoso, el coeficiente de amortiguamiento depende de la velocidad y no es constante  $s(\dot{x}) \neq cte$  (Barbat *et al.* 1993) (Luccioni *et al.* 1995). Este tipo de no linealidad no es posible contemplarla dentro de los espectros de respuesta dado que como ya se indicó, estos poseen únicamente las respuestas máximas de osciladores con diferentes frecuencias naturales. La *no linealidad en la rigidez*  $k(x) \neq cte$ , se puede producir por dos motivos: uno por que se presentan grandes deformaciones, es decir una relación no lineal entre el campo de desplazamientos y el de deformaciones  $\varepsilon = f(x)$ ; y otro por la *no linealidad constitutiva* o del material propiamente dicho  $\sigma = E(\varepsilon): \varepsilon$ , que se debe a fenómenos de plasticidad, degradación (daño), fractura, etc. *Esta no linealidad en la rigidez es la que se puede representar dentro de un espectro de respuesta de manera simplificada*, y luego obtener una respuesta estructural corregida, como si se tratase de una estructura elástica equivalente (Hanganu *et al.* 1994) (Oller *et al.* 1992).

#### 4.4.2 Fenómeno de ductilidad – conceptos básicos

Todos los fenómenos de no linealidad en la rigidez, podrían incluirse de una manera simplificada, dentro de un concepto que en la ingeniería sísmica se conoce como *ductilidad estructural*. Es decir, se puede admitir que el comportamiento no-lineal que se manifiesta en un oscilador (ver la Figura 4.3), se produce por la acción conjunta de fenómenos plásticos, de degradación de rigidez, de microfisuras, etc. (Hanganu *et al.* 1994, Oller *et al.* 1992). Por otro lado se puede observar que estos fenómenos producen grandes incrementos en los desplazamientos  $\Delta_x$ , con incrementos pequeños, nulos o negativos en las fuerzas  $\Delta F$  y una disipación energética no recuperable. Por el momento se dirá que *la ductilidad estructural está relacionada con la capacidad de disipación energética* que tiene una estructura sometida a carga cuasi-estática, y que no tiene ninguna relación con la disipación producida por el amortiguamiento que sólo depende de la velocidad. La disipación de energía independiente del tiempo (cuasi-estática), conduce a que *la fuerza real que actúa sobre la estructura sea inferior a la que corresponde al caso elástico*, tal como puede verse en la Figura 4.3. De aquí surge el *coeficiente de reducción por ductilidad*  $R_\mu$  (Newmark y Rosenblueth 1971) y cuya expresión es:

$$R\mu = \frac{F}{F^{in}} \quad (4.9)$$

donde  $F$  representa la fuerza actuante en una estructura cuyo comportamiento es idealmente elástico y  $F^{in}$  la correspondiente a la estructura real, cuyo comportamiento es inelástico.



**Figura 4.3** Respuesta no lineal de un oscilador para determinar el coeficiente  $R\mu$ .

Newmark establece tres tipos distintos de coeficientes de reducción según la parte del espectro en que se encuentre el período fundamental del oscilador (ver la Figura 4.4), cuya justificación es la siguiente:

- Para períodos bajos  $T$  en la zona de aceleración constante (frecuencia alta - Figura 4.4 -), propone que tanto en la estructura ideal elástica como en la real inelástica, deba mantenerse constante la fuerza aplicada, por lo tanto no hay reducción de las mismas:

$$S_a = S_a^{in} \Rightarrow R\mu = \frac{F}{F^{in}} = \frac{mS_a}{mS_a^{in}} = 1 \quad (4.10.a)$$

- Para períodos intermedios  $T$  en la zona de velocidad constante, propone mantener constante la energía tanto en la estructura ideal elástica como en la real inelástica:

$$Area(oab) = Area(ocde)$$

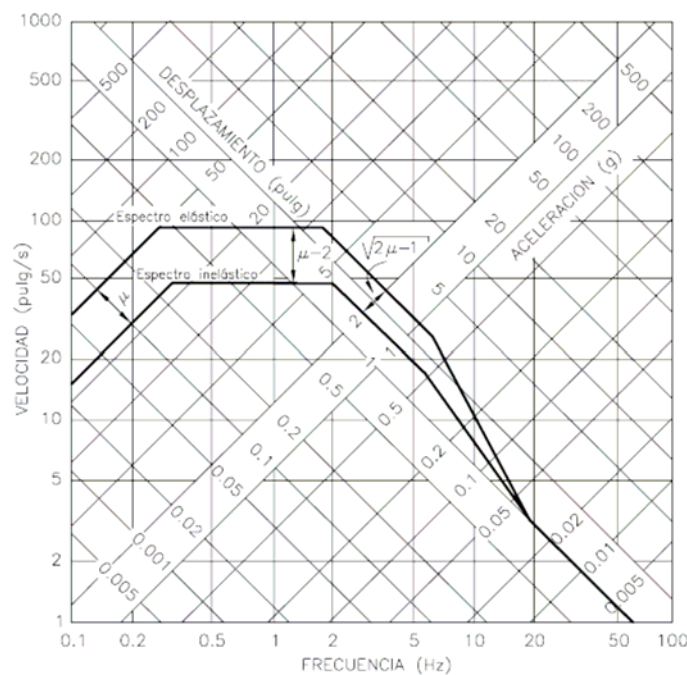
$$\frac{1}{2}Fu = \frac{1}{2}F^{in}u^{in} + F^{in}(u^{ult} - u^{in})$$

$$\frac{1}{2}F \frac{F}{k} = \frac{1}{2}F^{in} \frac{F^{in}}{k} + F^{in} \left( \mu \frac{F^{in}}{k} - \frac{F}{k} \right) \quad (4.10.b)$$

$$F^2 = (F^{in})^2 (2\mu - 1)$$

$$R\mu = \frac{F}{F^{in}} = \sqrt{2\mu - 1} \Rightarrow S_a^{in} = \frac{S_a}{\sqrt{2\mu - 1}}$$

donde  $\mu$  representa la relación que hay entre el desplazamiento último y aquel correspondiente al umbral inelástico inicial, y frecuentemente se le conoce como ductilidad de desplazamiento  $\mu = u^{ult}/u^{in}$ .



**Figura 4.4** Diagrama espectral de diseño para una aceleración máxima del terreno de 1.0 g sin amortiguamiento.

- Para periodos altos  $T$  en la zona de desplazamiento constante (frecuencia baja - Figura 4.4-), propone mantener constante la proporcionalidad entre desplazamientos y fuerzas tanto en la estructura ideal elástica como en la real inelástica:

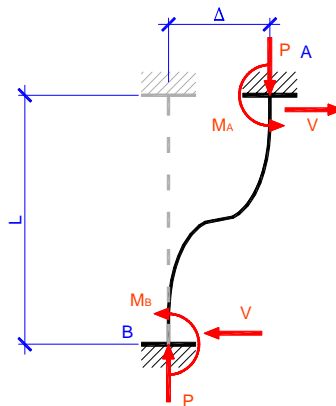
$$R\mu = \frac{F}{F^{in}} = \frac{u^{ult}}{u^{in}} = \mu \Rightarrow R\mu = \frac{mS_a}{mS_a^{in}} = \mu \Rightarrow S_a^{in} = \frac{S_a}{\mu} \quad (4.10.c)$$

Esta última forma de definir la ductilidad es la adoptada por las normativas NCSE-02 (ver la Tabla 5.4, la ecuación 5.10b y la ecuación 5.15). La reducción del espectro elástico mediante factores que son función de la ductilidad de desplazamiento y del período estructural simplifica un problema que de acuerdo con lo expuesto anteriormente es más complejo, sin embargo la adopción de estos valores en la mayoría de las normas vigentes ha redundado en el diseño de edificios que han tenido un comportamiento satisfactorio ante sismos fuertes (Witthaker, 2003).

Aunque no existe una completa justificación de la aplicación de los espectros de respuesta no lineales al cálculo de la respuesta máxima de sistemas con varios grados de libertad (Lin y Mahin 1985), prácticamente todas las normativas sísmicas del mundo admiten su utilización en el diseño de edificios.

#### 4.5 EL EFECTO P-Δ.

El efecto P-Δ se refiere al momento adicional producido por las acciones verticales con los desplazamientos laterales de las columnas, en edificios sometidos a fuerzas laterales. En la Figura 4.5 puede verse una columna sometida a una fuerza axial P, a un cortante V y a momentos flectores  $M_A$  y  $M_B$  en sus extremos.



**Figura 4.5** Columna deformada con efecto P-Δ (Paz,1994).

Bajo las mencionadas acciones, la columna sufre un desplazamiento lateral relativo  $\Delta$  entre sus extremos A y B. El momento adicional, de segundo orden, que se produce en estas condiciones es  $M^{so} = P\Delta$ , al que le corresponde un esfuerzo cortante adicional  $V^{so} = P\Delta/L$ , siendo  $L = h_A - h_B$ , donde  $h_A$  y  $h_B$  son las alturas de los extremos A y B de la columna, respectivamente. Evidentemente, la consideración del efecto P-Δ de esta manera simplificada no tiene en cuenta el hecho de que el desplazamiento lateral  $\Delta$  de la columna sufre un nuevo incremento debido al efecto del

momento de segundo orden y que, en consecuencia, dicho incremento de  $\Delta$  también produce un incremento  $M^{so}$  adicional del momento. Si se considera un edificio de cortante con  $n$  niveles, el desplazamiento lateral total en un piso cualquiera  $r$  de dicho edificio, denominado  $(\Delta_r)_{total}$ , que incluye de manera completa el efecto P- $\Delta$ , puede evaluarse mediante la siguiente ecuación (Paz 1994):

$$(\Delta_r)_{total} = (\Delta_r) \left( \frac{1}{1 - \zeta_r} \right) \quad (4.11)$$

donde  $\zeta_r$  es la relación entre el momento total de segundo orden  $M_r^{so}$  y el momento de vuelco  $M_r^v$ .

$$\zeta_r = \frac{M_r^{so}}{M_r^v} \quad (4.12)$$

El momento de vuelco total al nivel  $r$ ,  $M_r^v$ , puede calcularse a partir de los valores modales  $M_{ri}^v$  dados por la ecuación (3.61), aplicando el procedimiento SRSS o CQC. El momento total de segundo orden al nivel  $r$  se calcula como

$$M_r^{so} = P_r (\Delta_r)_{total} \quad (4.13)$$

donde  $P_r = \sum_{j=r}^n P_j$ , siendo  $P_r$  el peso correspondiente a la masa concentrada en el piso  $r$ .

De esta manera, la ecuación (4.11) puede describirse en la forma

$$\zeta_r = \frac{P_r (\Delta_r)_{total}}{M_r^v} \quad (4.14)$$

El efecto P- $\Delta$  puede despreciarse en el caso en que el coeficiente  $\zeta_r$  no excede el valor de 0.1 para cualquier piso del edificio.



## 4.6 EL EFECTO DE LA TORSIÓN GLOBAL DE LA ESTRUCTURA

Existen principalmente dos casos en los cuales debe considerarse en el análisis dinámico la torsión. El primero se debe a la presencia de una componente torsional significativa en el movimiento sísmico del terreno. Obviamente, inclusive las estructuras perfectamente simétricas experimentarían vibraciones de torsión en este caso. El procedimiento habitual de solucionar este problema consiste en utilizar un modelo estructural del tipo que se presenta en las figuras 3.2, que considera grados de libertad de giro alrededor de ejes verticales que pasan por el centro de rigidez de cada planta. Sin embargo, debe mencionarse que la componente torsional del movimiento del terreno suele ser despreciable y que, en consecuencia, dicho efecto no se contempla en las normativas de diseño.

En el segundo caso, la torsión se debe a la no coincidencia del centro de masa de cada planta de la estructura con el centro de rigidez de la misma. Dicha no coincidencia se debe principalmente a la falta de simetría de las estructuras. Sin embargo, debe añadirse el caso de estructuras con una aparente simetría de forma, pero en las cuales los dos centros no coinciden debido a inexactitudes en la realización de la construcción o a la no homogeneidad accidental de los materiales. En este caso, la torsión se tendrá en cuenta en el análisis de una manera desacoplada, calculándose por separado los esfuerzos debidos a la torsión en los pilares de la estructura -éstos son los elementos que absorben el momento de torsión- y sumándolos después a los esfuerzos producidas por las fuerzas sísmicas equivalentes.

El análisis parte de la definición de la excentricidad  $e_r$  como la distancia entre el centro de masa del piso  $r$  y su centro de rigidez. Al momento de torsión modal correspondiente al piso  $r$  y al modo de vibración  $i$  se le denominará  $M_{ri}^t$ . Es el momento de las fuerzas cortantes de piso, aplicadas en el centro de masa de los pisos, con el brazo  $e_r$  y produce giros alrededor de ejes verticales que pasan por el centro de rigidez del piso. Dichos cortantes de piso  $V_{ri}^s$ , se calculan mediante la ecuación (3.39). En consecuencia, el momento de torsión se calcula mediante la ecuación

$$M_{ri}^t = e_r V_{ri}^s \quad (4.15)$$

Puesto que este cálculo se realiza para cada modo de vibración, es necesaria la superposición de los esfuerzos modales que se obtienen. Si el efecto de la torsión es significativo, es recomendable la utilización del procedimiento CQC (Der Kiureghian 1980; Wilson *et al.* 1981), descrito en el Apartado 3.5.

## CAPÍTULO 5

# La normativa española NCSE-02

### 5.1 MÉTODOS DE CÁLCULO SEGÚN LA NORMATIVA

La normativa NCSE-02 establece como método de referencia para el cálculo sísmico el análisis de la estructura mediante espectros de respuesta, fundamentado en el análisis modal. También permite el cálculo de la respuesta dinámica mediante integración numérica de las ecuaciones del movimiento. Además de estos dos procedimientos, la normativa desarrolla un método simplificado de cálculo de la respuesta sísmica máxima para los casos más usuales de edificios, cuya aplicación es adecuada para estructuras que cumplen los siguientes requisitos:

El número de plantas sobre rasante es inferior a veinte.

La altura del edificio sobre rasante es inferior a sesenta metros.

Existe regularidad geométrica en planta y en alzado, sin entrantes ni salientes importantes.

Dispone de soportes continuos hasta cimentación, uniformemente distribuidos en planta y sin cambios bruscos en su rigidez.

Dispone de regularidad mecánica en la distribución de rigideces, resistencias y masas, de modo que los centros de gravedad y de torsión de todas las plantas estén situados, aproximadamente, en la misma vertical.

La excentricidad del centro de las masas que intervienen en el cálculo sísmico respecto al de torsión es inferior al 10% de la dimensión en planta del edificio en cada una de las direcciones principales.

Asimismo, se podría aplicar el método simplificado de cálculo a los edificios de residenciales de importancia normal de hasta cuatro plantas en total. En todos los casos debe utilizarse un modelo suficientemente preciso de la distribución real de las rigideces y masas de la estructura.

## 5.2 CÁLCULO DE LAS FUERZAS SÍSMICAS

A continuación se establece el vínculo entre los apartados 2.2.3, 3.4 y 4.3 y las prescripciones de cálculo contenidos en la normativa española NCSE-02. Siguiendo la presentación teórica realizada, ahora se propone abordar un problema estructural típico, consistente en obtener la respuesta de una estructura con “ $n$ ” grados de libertad, idealizada por una ménsula empotrada en la base, con masas concentradas en cada grado de libertad (véase apartado 3.2). Éste sistema ideal, recibe el nombre de modelo de edificio de cortante.

Normalmente se necesita obtener los desplazamientos máximos en cada grado de libertad y la fuerza estática equivalente que sobre ellos actúa (para más detalle ver el apartado 4.3).

El desplazamiento máximo en el modo de vibración  $i$  resulta de la resolución de la ecuación del movimiento para dicho modo (ecuación 3.28), dentro de la teoría espectral mencionada en los capítulos 2 y 4 (ver las ecuaciones del movimiento 2.4, 3.28 y 2.6).

$$\begin{aligned} \ddot{u}_i(t) + \underbrace{2\nu_i \omega_i \dot{u}_i(t)}_{\ddot{u}_i^v(t)} + \underbrace{\omega_i^2 u_i(t)}_{\ddot{u}_i^{efi}(t)} &= -Q_i a(t) \\ \underbrace{[\ddot{u}_i(t) + Q_i a(t)]}_{u_i^{ABS}(t)} &= \underbrace{-2\nu_i \omega_i \dot{u}_i(t)}_{\ddot{u}_i^v(t)} - \underbrace{\omega_i^2 u_i(t)}_{\ddot{u}_i^{efi}(t)} \end{aligned} \quad (5.1)$$

La máxima aceleración para amortiguamiento muy bajo,  $\nu \approx 0$  resulta de la siguiente simplificación (ver también la ecuación 2.6):

$$\underbrace{[\ddot{u}_i(t) + Q_i a(t)]}_{|u_i^{ABS}(t)|^{\max}} \approx - \underbrace{\omega_i^2 u_i(t)}_{|\ddot{u}_i^{efi}(t)|^{\max}} = (\bar{S}_a)_i \quad (5.2)$$

donde  $(\bar{S}_a)_i$  es la aceleración espectral máxima afectada por el coeficiente de participación modal  $(\bar{S}_a)_i = Q_i (S_a)_i$  (ver la ecuación 3.32);  $(S_a)_i$  es la aceleración espectral definida en la ecuación 2.8c, para un oscilador a un grado de libertad, cuyo período es  $T_i$ . Esto corresponde a la definición dada en el apartado 2.2.2, puesto que premultiplicando la ecuación (5.2) por la masa  $M_i^*$  correspondiente al grado de libertad  $i$ , obtenida según la ecuación (3.19a), se tiene

$$M_i^* (\bar{S}_a)_i = M_i^* | -u_i^{efi}(t) |^{\max} \approx K_i^* |u_i(t)|^{\max} \quad (5.3)$$

De aquí resulta la expresión de la respuesta máxima en términos de desplazamientos (ver también las ecuaciones 2.12 y 3.33):

$$\begin{aligned}
 (\bar{S}_a)_i &= \frac{K_i^*}{M_i^*} u_i^{\max} = \omega_i^2 u_i^{\max} = Q_i (S_a)_i \\
 u_i^{\max} &= Q_i \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} = \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} \frac{\sum_{r=1}^n M_r \phi_{ri}}{\sum_{r=1}^n M_r \phi_{ri}^2}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

En consecuencia, los desplazamientos máximos correspondientes al modo  $i$  pueden expresarse como (ver la ecuación 3.34)

$$(U_i)^{\max} = \phi_i u_i(t)^{\max} \tag{5.5}$$

y, para el modo  $i$  y el piso  $r$ , se expresa la ecuación (5.4) en la forma siguiente (ver también el apartado 3.6.2.2 de la NCSE-02):

$$(u_{ri})_{\max} = \phi_{ri} u_i(t)^{\max} = \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} \left[ \phi_{ri} \frac{\sum_{r=1}^n M_r \phi_{ri}}{\sum_{r=1}^n M_r \phi_{ri}^2} \right] = \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} \eta_{ri} = \frac{(a_{ri})^{\max}}{\omega_i^2} \tag{5.6}$$

donde  $\eta_{ri}$  es el factor de distribución sísmica o coeficiente de participación modal correspondiente al piso  $r$  y al modo de vibración  $i$ .

La fuerza estática equivalente en el grado de libertad correspondiente al piso  $r$  y modo de vibración  $i$ , resulta de multiplicar el máximo desplazamiento del grado de libertad  $r$  por la rigidez correspondiente (para modelos con un grado de libertad, comparar la ecuación 2.10 con la 5.7)

$$(F_{ri}) = K_r^* (\phi_{ri})^{\max} = \frac{K_r^*}{\omega_i^2} (S_a)_i \eta_{ri} \tag{5.7}$$

También se puede escribir la ecuación anterior en función del peso del piso  $r$   $\frac{K_r^*}{\omega_i^2} = M_r^* = \frac{P_r}{g}$ , esto es (ver la ecuación 3.38):

$$(F_{ri}) = P_r \frac{(S_a)_i}{g} \eta_{ri} = P_r c_i \eta_{ri} \tag{5.8}$$

siendo  $c_i = (S_a)_i / g$  la ordenada normalizada del espectro de respuesta (ver ecuaciones 2.9 y 4.4).

### 5.3 DETERMINACIÓN DE LA ACELERACIÓN ESPECTRAL

#### 5.3.1 Cálculo de la aceleración espectral

La aceleración espectral que debe utilizarse en la expresión 5.8, debe ya contener el coeficiente de reducción  $R$  mencionado en las ecuaciones 4.9 y 4.10 y que está relacionado con la ductilidad estructural. También debe contener la influencia del amortiguamiento  $\nu$ , que es un factor de modificación de la respuesta espectral (véase también el apartado 4.3), es decir

$$(S_a)_i = \bar{\alpha}(T_i) \left( \frac{\nu}{\mu} \right) = (\alpha_i a_c) (\beta) \quad (5.9)$$

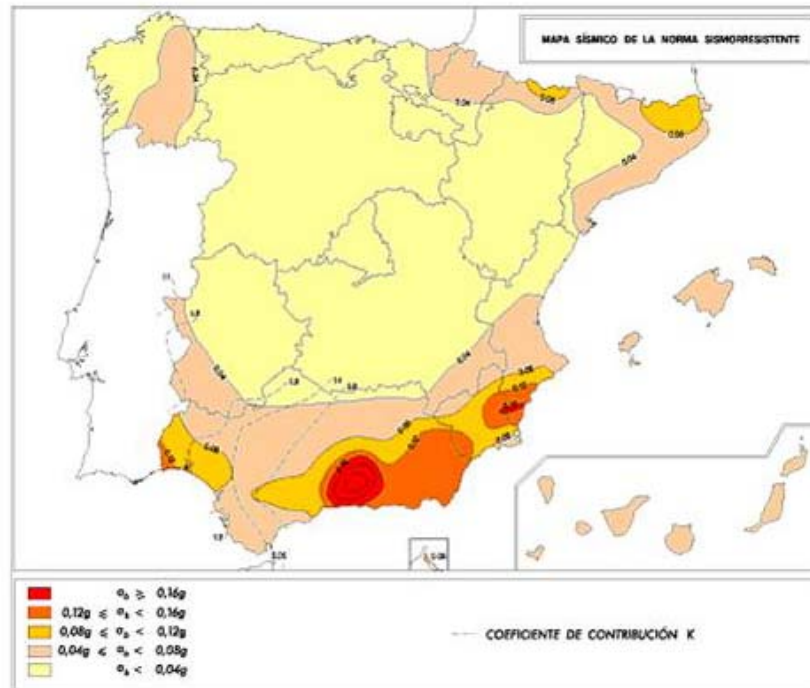
donde  $a_c$  es la aceleración sísmica de cálculo,  $\alpha_i$  es la ordenada del espectro de respuesta afectada por un coeficiente de riesgo zonal (ver el apartado 2.2.2),  $\beta = \nu/\mu$  es el coeficiente de respuesta que tiene en cuenta la amortiguación dentro del coeficiente  $\nu = f(\nu)$  y la ductilidad estructural  $\mu$ ,  $a_b$  es la aceleración sísmica básica en la superficie del terreno para un período de retorno de 500 años y que se obtiene del mapa de zonificación de la figura 5.1 (ver el apartado 2.1 de la normativa),  $a_b = a^{\max}$  es la aceleración máxima del terreno definida en el apartado 2.2.1,  $\rho$  es el coeficiente adimensional de riesgo, que tiene en cuenta la probabilidad aceptable de que  $a_c$  sea excedida durante el período de vida que se proyecta la construcción (ver Tabla 5.1),  $s$  es el coeficiente de amplificación del terreno y se lo obtiene de la siguiente expresión

$$s = \begin{cases} \frac{C}{1.25} & \forall \rho a_b \leq 0.1g \\ \frac{C}{1.25} + 3.33 \left( \rho \frac{a_b}{g} - 0.1 \right) \left( 1.0 - \frac{C}{1.25} \right) & \forall 0.1g \leq \rho a_b < 0.4g \\ 1 & \forall 0.4g < \rho a_b \end{cases} \quad (5.10)$$

Importancia	$\rho$
Normal	1.0
Especial	1.3

**Tabla 5.1** Coeficiente de importancia  $\rho$

La normativa española asigna las siguientes expresiones para cada una de las magnitudes contenidas en la ecuación 5.9:



**Figura 5.1** Aceleración sísmica básica en la superficie del terreno.

Ordenada del coeficiente de respuesta. Esta ordenada se compone de los siguientes términos (ver apartado 3.6.2.2 de la normativa):

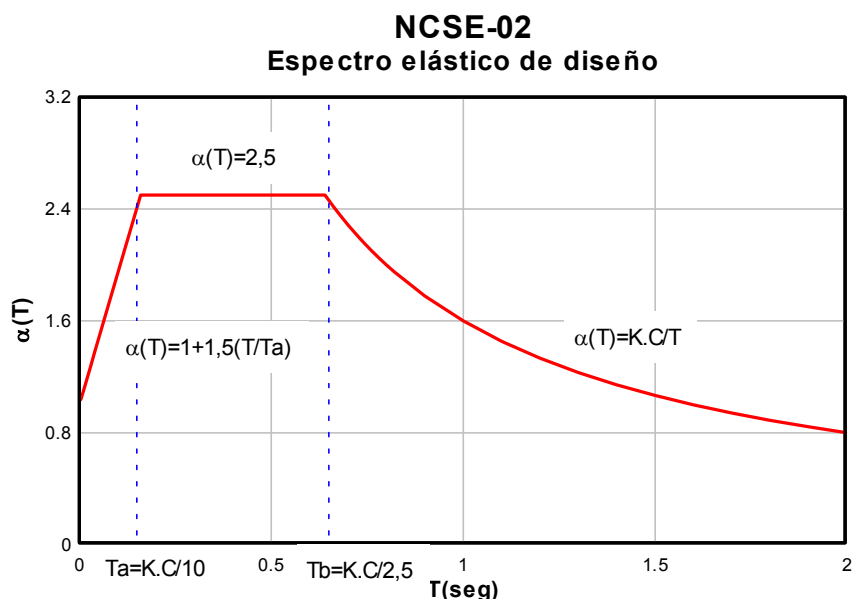
$$\alpha_i = \begin{cases} \alpha(T_i)\beta & \forall T_i \geq T_A \\ 1.0 + (2.5\beta - 1.0) \left( \frac{T_i}{T_A} \right) & \forall T_i < T_A \end{cases} \quad (5.11)$$

Para el caso del cálculo simplificado de la fuerza sísmica equivalente, se puede considera la siguiente expresión simplificada para  $\alpha_i$  (ver apartado 3.7.3 de la normativa),

$$\alpha_i = \begin{cases} 2.5 & \forall T_i \leq T_B \\ 2.5 \left( \frac{T_B}{T_i} \right) & \forall T_i > T_B \end{cases} \quad (5.12)$$

Por último,  $\alpha(T_i)$  es la aceleración espectral de respuesta para un oscilador elástico ideal de un grado de libertad y con un factor de amortiguamiento  $v = 5\%$  del crítico (véase la figura 5.2). Esta magnitud está definida en la normativa sismorresistente española NCSE-02 en tres tramos (ver el apartado 2.5 de la normativa)

Períodos bajos	$T_i < T_A$	$\alpha(T_i) = 1.0 + 1.5 \frac{T_i}{T_A}$
Períodos intermedios	$T_A \leq T_i \leq T_B$	$\alpha(T_i) = 2.5$
Períodos altos	$T_i > T_B$	$\alpha(T_i) = K \frac{C}{T_i}$



**Figura 5.2** Aceleración sísmica básica en la superficie del terreno.

En estas ecuaciones  $K$  es el coeficiente de contribución que tiene en cuenta la influencia de los distintos tipos de terremotos esperados en la peligrosidad sísmica de cada punto,  $T_A = K.C/10$  y  $T_B = K.C/2.5$  son períodos característicos del espectro de respuesta. Además,  $C$  es el coeficiente de tipo suelo (ver tabla 5.2), que vale  $C=1$  para suelos duros (tipo I), como roca compacta, suelo cementado o granular muy denso (velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales  $v_s = 750m/s$ );  $C=1.3$  para suelos intermedios (tipo II), como roca muy fracturada, suelos granulares densos o cohesivos duros (velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales  $750m/s \geq v_s > 400m/s$ ),  $C=1.6$  para suelos granulares de compacidad media o suelos cohesivos de consistencia firme a muy firme (tipo III) (velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales  $400m/s \geq v_s > 200m/s$ ) y  $C=2.0$  para suelo granular suelto o suelo cohesivo blando (tipo IV) (velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales  $v_s \leq 200m/s$  (para mayores detalles, ver el apartado 2.4 de la normativa).

La normativa añade que se puede determinar los valores de los coeficientes  $C = \left( \frac{\sum C_i e_i}{30} \right)$  en función del espesor de los estratos  $e_i$  existentes en los primeros 30.00 m a contar desde la superficie del terreno. Este coeficiente no contempla el posible colapso del terreno bajo carga dinámica y para ello habrá que estudiar en forma detallada la posible licuefacción del terreno.

Para determinar el tipo de terreno se puede utilizar el ensayo SPT (Standard Penetration Test) para terrenos granulares, la resistencia a compresión simple para terrenos cohesivos y la técnica de estudio de la velocidad de propagación de ondas en todos los casos.

Por último, el coeficiente de contribución  $K$ , que tiene en cuenta la peligrosidad sísmica de la zona, puede obtenerse del anejo 1 de la normativa NCSE-02, depende de las fuentes tectónicas que pueden afectar un sitio dado. Como ejemplo, para la ciudad de Sevilla, dicha tabla proporciona:  $a_b/g = 0.07$  y  $K = 1.1$ .

Tipo de Terreno	Coefficiente C
Tipo I	1
Tipo II	1.3
Tipo III	1.6
Tipo IV	2

**Tabla 5.2** Coeficiente de suelo C

Coefficiente de reducción por ductilidad (ver la tabla 5.3). Permite considerar la no linealidad estructural de una manera simplificada (ver apartado 4.4). La normativa adopta la forma simple expresada en la ecuación 4.10c, donde la reducción de ductilidad es independiente del período (ver 3.7.3.1 de la normativa). Es decir

$$R\mu = \mu \quad \forall T_i \quad (5.13)$$

Los valores de del coeficiente de ductilidad oscilan entre  $1 \leq \mu \leq 4$  para estructuras que van de no tener ductilidad a aquellas muy dúctiles.

Tipo de estructura	Compartimentación de las plantas	$\Omega$ (%)	Coeficiente de comportamiento por ductilidad			sin ductilidad( $\mu=1$ )
			$\mu=4$	$\mu=3$	$\mu=2$	
Hormigón armado o acero laminado	Diáfana	4	0.27	0.36	0.55	1.09
	Compartimentada	5	0.25	0.33	0.50	1.00
Muros y similares	Compartimentada	6	-	-	0.46	0.93

**Tabla 5.3** Valores del coeficiente de respuesta  $\beta = \frac{v}{\mu}$



Factor de modificación de respuesta por amortiguamiento. Permite introducir modificaciones por amortiguamiento en la respuesta estructural, puesto que el espectro de la normativa esta construido para un amortiguamiento tipo de  $v=5\%$  del crítico. Esta modificación resulta de la siguiente expresión (ver apartados 3.7.3.1 y 2.5 de la normativa):

$$v = \left( \frac{5}{v[\%]} \right)^{0.4} \quad \forall T_i \geq T_A \quad (5.14)$$

Para períodos  $T_i < T_A$ , las ordenadas espectrales se interpolarán linealmente entre los valores correspondientes a  $\alpha(T_i = 0)$  y  $\alpha(T_i = T_A)$ .

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en la 5.9, se obtiene la aceleración espectral dada por la normativa para el grado de libertad  $i$

$$(S_a)_i = \underbrace{\alpha_i}_{\bar{\alpha}(T_i)} \underbrace{(s \cdot \rho \cdot a_b)}_{\bar{a}_i} \cdot \underbrace{\frac{v}{\mu}}_{\beta} \quad \text{Obteniendose} \quad c_i = \frac{(S_a)_i}{g} \quad (5.15)$$

Sustituyendo esta última en la ecuación 5.6 se expresa el desplazamiento máximo del piso  $r$  para el modo de vibración  $i$  (ver apartado 3.6.2.2 de la normativa y la ecuación 3.34).

Esto es:

$$\begin{aligned} (a_{ri})^{\max} &= (\ddot{\phi}_{ri})^{\max} = (S_a)_i \eta_{ri} = (\alpha_i s \rho a_b) \left( \frac{v}{\mu} \right) \eta_{ri} \\ (u_{ri})^{\max} &= (\phi_{ri})^{\max} = \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} \eta_{ri} = \frac{(\alpha_i s \rho a_b) \left( \frac{v}{\mu} \right)}{\omega_i^2} \eta_{ri} \end{aligned} \quad (5.16)$$

### 5.3.2 Cálculo de la fuerza sísmica equivalente

Sustituyendo la ecuación 5.9 en la 5.8, se obtiene la expresión de la fuerza sísmica equivalente en el piso  $r$  y el modo  $i$ , en la forma existente en la normativa (ver el apartado 3.7.3 de la normativa y también las ecuaciones 3.38 y 4.1 a 4.3). Esto es:

$$\begin{aligned} (F_{ri})^{\max} &= P_r \underbrace{\alpha_i}_{c_i} \underbrace{\frac{(s \rho a_b)}{g} \left( \frac{v}{\mu} \right)}_{s_{ri}} \eta_{ri} \\ (F_{ri})^{\max} &= P_r s_{ri} \end{aligned} \quad (5.17)$$

donde  $c_i$  es el coeficiente sísmico para un oscilador con un grado de libertad,  $\beta = \nu/\mu$  es el denominado coeficiente de respuesta} (ver la tabla 3.1 de la normativa NCSE-02) y  $s_{ri}$  el coeficiente sísmico correspondiente a la planta  $r$  y al modo de vibración  $i$  (ver ecuación 4.4). Este valor coincide exactamente con el coeficiente sísmico definido para un sistema con un grado de libertad en la ecuación 2.11

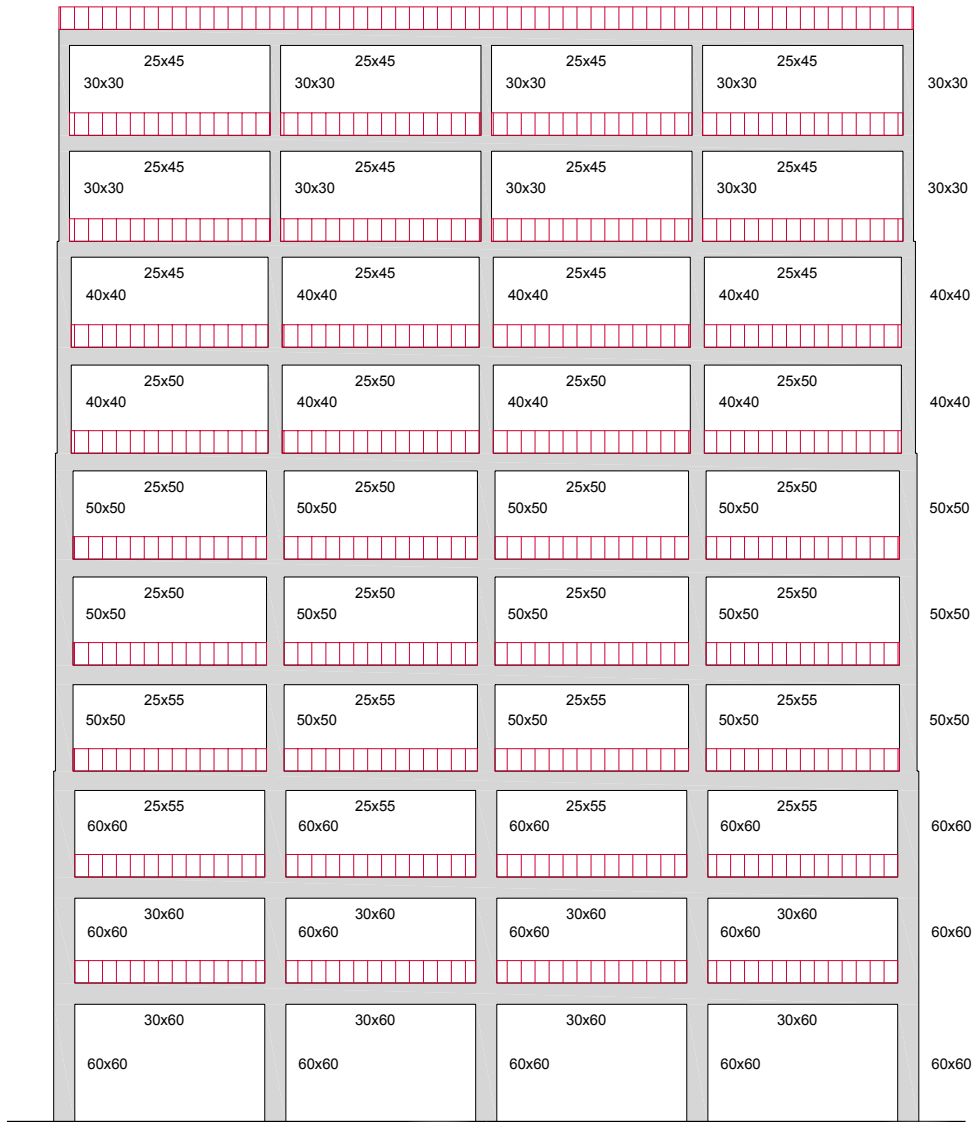
$$s_{ri} = c_i (T_i \nu_i) \eta_{ri} \quad (5.18)$$

tal que la expresión del coeficiente sísmico  $c_i$  para un factor de amortiguamiento del 5% del crítico, según lo expresan las normativas, vale (ver la ecuación 2.8c):

$$\begin{aligned} c_i &= \frac{(S_a)_i}{g} = \alpha_i \frac{(s \rho a_b)}{g} \left( \frac{\nu}{\mu} \right) \\ &= \frac{(s \rho a_b)}{g} \left( \frac{\nu}{\mu} \right) \cdot \left| \omega_i \int_0^t a(\tau) e^{-0.05 \omega_i (t-\tau)} \sin(\omega_i (t-\tau)) d\tau \right|_{\max} \end{aligned} \quad (5.19)$$

#### 5.4 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Considérese una estructura como la que se muestra en la figura 5.3, sometida a una aceleración sísmica  $a(t)$ , cuyo espectro sísmico de respuesta corresponde al de la *Normativa Española NCSE-02*. Se requiere calcular la fuerza máxima en cada grado de libertad y el desplazamiento correspondiente. La estructura está construida de hormigón armado con cerramientos en muros de mampostería. La construcción se sitúa en la ciudad de Sevilla sobre un terreno del *tipo II* (ver el apartado 5.3.1 y la tabla 2.1 de la normativa). Para el desarrollo de este ejemplo se ha preparado un programa en MATLAB, que permite realizar el cálculo de las matrices de masa  $M$  y de rigidez  $K$ , propias de las características geométricas del pórtico y a las cargas actuantes. Una vez calculadas las características geométricas y ensambladas las matrices, se calculan los autovalores y autovectores, con los autovalores se tiene la frecuencia natural de cada modo y se puede calcular el período. A continuación se pasa a introducir las características del emplazamiento, consistentes en el factor de influencia de la fuente sismotectónica, el tipo de suelo y la aceleración básica obtenida del mapa de riesgo sísmico. Finalmente, se introducen los datos de las características disipativas de la estructura, representados por la fracción de amortiguamiento y la ductilidad.



**Figura 5.3** Pórtico de edificio a analizar.

Con los datos del problema se recurre la normativa y se obtiene:

- I) *Datos básicos:*
  - *Tipo de terreno.* Se considera un *terreno intermedio tipo II* para el cual se obtiene de tabla 5.2 (ver también en la tabla 2.1 de la normativa), el *coeficiente de suelo*  $C=1.3$ .

- Peligrosidad y aceleración sísmica básica. Del anejo 1 de la normativa, se obtiene para la ciudad de Sevilla una *aceleración sísmica básica*  $a_b/g = 0.07$  y un *coeficiente de contribución*  $K=1.1$ .
- Tipo de estructura. Se tiene una estructura de hormigón armado con cerramientos de muros de ladrillos. Se adopta un *amortiguamiento* de  $v = 7\% \Rightarrow v = (5/v)^{0.4} = (5/7)^{0.4} = 0.874$  y una *ductilidad estructural* baja, de  $\mu = 2$ . Con estos valores, se obtiene un coeficiente de respuesta de  $\beta = v/\mu = 0.874/2 = 0.437$ .

## II) Valores característicos del espectro de aceleraciones:

Se considerará en este cálculo las recomendaciones de la normativa para el cálculo simplificado (ver apartado 3.7 de la NCSE-02). Para poder aplicar este cálculo, los edificios deben cumplir los siguientes requisitos: 1) El número de plantas sobre rasante es inferior a veinte. 2) La altura del edificio sobre rasante es inferior a sesenta metros. 3) Existe regularidad geométrica en planta y en alzado, sin entrantes ni salientes importantes. 4) Dispone de soportes continuos hasta cimentación, uniformemente distribuidos en planta y sin cambios bruscos en su rigidez. 5) Dispone de regularidad mecánica en la distribución de rigideces, resistencias y masas, de modo que los centros de gravedad y de torsión de todas las plantas estén situados, aproximadamente, en la misma vertical. 6) La excentricidad del centro de las masas que intervienen en el cálculo sísmico respecto al de torsión es inferior al 10% de la dimensión en planta del edificio en cada una de las direcciones principales. También se podría aplicar el método simplificado de cálculo a los edificios de pisos de importancia normal<sup>1</sup> de hasta cuatro plantas en total.

También la normativa se refiere al número de modos a considerar en el cálculo, en función del período fundamental de la estructura  $T_F$ ; esto es:

Modos a considerar	Período Fundamental
1er modo	$T_F \leq 0.75s$
1er y 2do modo	$0.75 < T_F \leq 1.25s$
1er, 2do y 3er modo	$T_F > 1.25s$

**Tabla 5.4** Criterio de selección del número de modos a aplicar

El período fundamental puede obtenerse a partir de las formulaciones simplificadas que da la normativa (ver apartado 3.7.2.2), pero en general es recomendable hacer un cálculo de valores propios a partir de la rigidez y masa estructural, tal como se mostrará en este ejemplo que a continuación se presenta.

<sup>1</sup> Construcciones de importancia normal: Son aquellas cuya destrucción por el terremoto pueda ocasionar víctimas, interrumpir un servicio para la colectividad, o producir importantes pérdidas económicas, sin que en ningún caso se trate de un servicio imprescindible ni pueda dar lugar a efectos catastróficos.



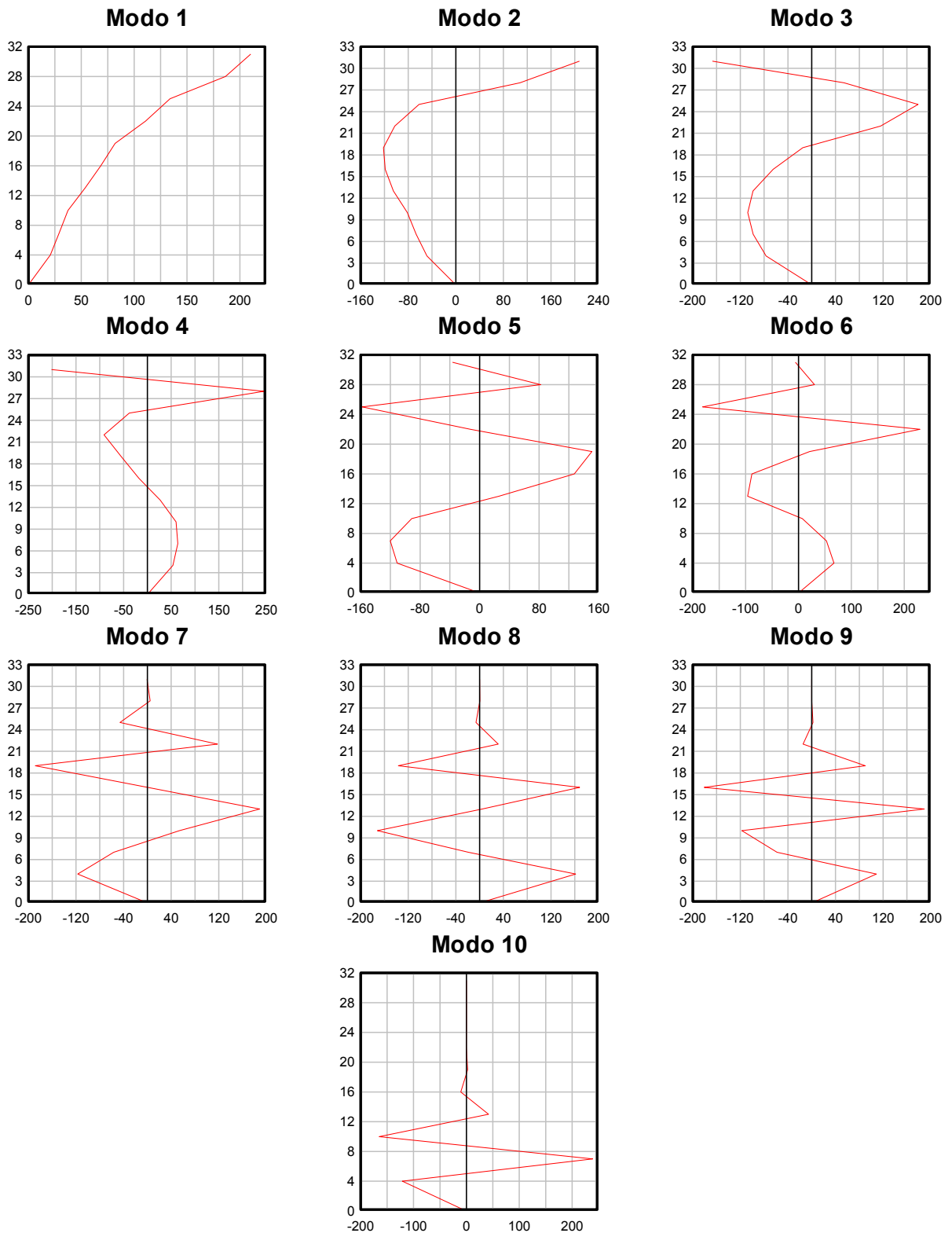
$$\mathbf{K} = 1\text{E}9 \begin{bmatrix} 0.848 & -0.5964 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5964 & 1.1928 & -0.5964 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5964 & 0.884 & -0.2876 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2876 & 0.5752 & -0.2876 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.2876 & 0.5752 & -0.2876 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2876 & 0.4054 & -0.1178 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1178 & 0.2356 & -0.1178 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1178 & 0.1551 & -0.0373 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0373 & 0.0746 & -0.0373 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0373 & 0.0373 \end{bmatrix}$$

y, siguiendo cualquier método para el cálculo de valores y vectores propios, se obtienen las frecuencias fundamentales  $\omega^2$  y las formas de vibración  $\phi$  correspondiente a cada modo  $i$ :

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 8.185352772 \\ 16.79285562 \\ 27.85677655 \\ 36.01388621 \\ 43.61192497 \\ 59.78294071 \\ 72.73926038 \\ 93.1611507 \\ 105.1094667 \\ 138.3003977 \end{bmatrix}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.000207 & -0.000486 & -0.000768 & 0.000536 & -0.001108 & 0.00067 & -0.00117 & 0.001614 & 0.001086 & -0.001212 \\ 0.000292 & -0.000666 & -0.000986 & 0.000639 & -0.001202 & 0.000528 & -0.000566 & -0.000189 & -0.000583 & 0.002387 \\ 0.000374 & -0.000815 & -0.001076 & 0.000603 & -0.000913 & 0.000071 & 0.000539 & -0.001718 & -0.001175 & -0.00165 \\ 0.000535 & -0.001049 & -0.000987 & 0.00027 & 0.00026 & -0.000961 & 0.001887 & 0.000044 & 0.001892 & 0.000419 \\ 0.000684 & -0.001186 & -0.000649 & -0.000176 & 0.001273 & -0.000881 & 0.000004 & 0.001683 & -0.001806 & -0.000107 \\ 0.000819 & -0.001217 & 0.00015 & -0.000549 & 0.001509 & 0.00021 & -0.001886 & -0.001366 & 0.0009 & 0.000023 \\ 0.001107 & -0.001027 & 0.001158 & -0.000911 & -0.000123 & 0.002296 & 0.001176 & 0.000314 & -0.000145 & -0.000002 \\ 0.001339 & -0.000619 & 0.001787 & -0.000381 & -0.001579 & -0.001813 & -0.000461 & -0.000062 & 0.000021 & 0 \\ 0.001863 & 0.001078 & 0.000543 & 0.002448 & 0.000821 & 0.000302 & 0.000046 & 0.000003 & -0.000001 & 0 \\ 0.002102 & 0.002077 & -0.001669 & -0.002014 & -0.000366 & -0.000059 & -0.000006 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Los valores modales se han graficado para permitir ilustrar la forma que adopta cada modo, ver Figura 5.4.



**Figura 5.4** Formas modales.

Se considera para esta estructura el amortiguamiento  $\nu = 0.05$  y una ductilidad  $\mu = 4$  que para la normativa aplicada es un valor que corresponde a estructuras con alta capacidad de disipar energía sin perder su integridad global.

IV) Fuerzas y desplazamientos máximos en el primer modo de vibración (modo fundamental):

Determinación del período fundamental:

$$T_F = T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0.7696s$$

Obsérvese que el período del modo fundamental aquí obtenido a partir de un método de valores y vectores propios, difiere considerablemente del que resulta de la normativa para ésta estructura a partir de la siguiente forma simplificada (ver normativa, apartado 3.7.2.2):

$$T_F = T_1 = 0.09.n = 0.9s$$

Debido al error que se comete en este cálculo simplificado, se mantiene la magnitud calculada por el método de valores y vectores propios.

De esta manera se calculan los períodos de cada uno de los modos:

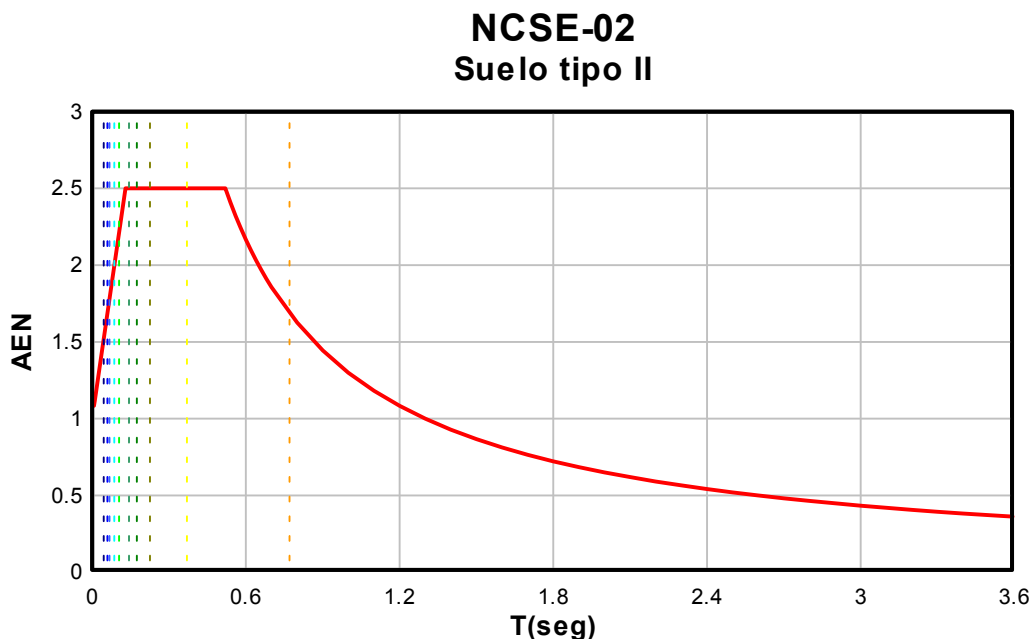
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.7696 \\ 0.3743 \\ 0.2255 \\ 0.1744 \\ 0.1441 \\ 0.1051 \\ 0.0864 \\ 0.0674 \\ 0.0598 \\ 0.0454 \end{bmatrix}$$

A partir de las expresiones del apartado 5.3.1 (apartado 2.7.3 de la normativa para espectros simplificados), se obtiene la ordenada espectral elástica correspondiente a cada uno de los modos:



$$A = \begin{bmatrix} 1.6893 \\ 2.5 \\ 2.5 \\ 2.5 \\ 2.5 \\ 2.2128 \\ 1.9967 \\ 1.7782 \\ 1.6897 \\ 1.5242 \end{bmatrix}$$

En la figura se pueden apreciar las aceleraciones de diseño correspondientes a cada modo, obtenidas del espectro elástico de diseño de suelo tipo 2:



**Figura 5.5** Aceleraciones normalizadas para todos los modos.

Además, la influencia del amortiguamiento se obtiene de la fórmula 5.10d (apartado 2.5 de la normativa)

$$\nu = \left(\frac{5}{5}\right)^{0.4} = 1.0$$

y, para la ductilidad  $\mu = 4$  (ver el significado de esta hipótesis en la tabla 5.3), se obtiene

$$\beta = \frac{\nu}{\mu} = \frac{1}{4} = 0.25$$

valor que también puede obtenerse de la tabla 5.3, luego de hacer una interpolación.

Como consecuencia, puede decirse que el coeficiente sísmico para un oscilador a un grado de libertad vale (expresiones 5.9 y 5.15)

$$c_1 = \frac{(S_a)_1}{g} = \alpha_1 \frac{(s \rho a_b)}{g} \left( \frac{\nu}{\mu} \right)$$

Para obtener el coeficiente sísmico en cada uno de los grados de libertad del primer modo de vibración, es necesario multiplicar el coeficiente sísmico  $c_1$  de un oscilador a un grado de libertad antes obtenido, por el factor de distribución sísmica  $\eta_{r1}$  correspondiente al primer modo y planta  $r$ , tal como se ha presentado en las expresiones 5.6 y 5.8 (ver en la normativa el apartado 3.7.3.2)

$$\eta_1 = \left[ \phi \frac{\overbrace{\sum_{r=1}^{10} M_r \phi_{r1}}^{\mathcal{Q}_1}}{\sum_{r=1}^{10} M_r (\phi_{r1})^2} \right] = \left[ \phi \frac{\phi^T \mathbf{M} \{1\}}{\phi^T \mathbf{M} \phi} \right]$$

Para todos los modos el factor de distribución sísmica es:

$$\mathbf{FDS} = \begin{bmatrix} 0.1618 & -0.2107 & 0.1910 & 0.0557 & 0.1624 & 0.0316 & 0.0651 & 0.0755 & 0.0269 & 0.0193 \\ 0.2283 & -0.2887 & 0.2453 & 0.0664 & 0.1762 & 0.0249 & 0.0315 & -0.0088 & -0.0144 & -0.0380 \\ 0.2924 & -0.3533 & 0.2677 & 0.0627 & 0.1339 & 0.0033 & -0.0300 & -0.0804 & -0.0291 & 0.0263 \\ 0.4183 & -0.4547 & 0.2455 & 0.0281 & -0.0381 & -0.0453 & -0.1050 & 0.0021 & 0.0468 & -0.0067 \\ 0.5348 & -0.5141 & 0.1614 & -0.0183 & -0.1866 & -0.0415 & -0.0002 & 0.0788 & -0.0447 & 0.0017 \\ 0.6403 & -0.5276 & 0.0373 & -0.0571 & -0.2212 & 0.0099 & 0.1050 & -0.0639 & 0.0223 & -0.0004 \\ 0.8655 & -0.4452 & -0.2881 & -0.0947 & 0.0180 & 0.1082 & -0.0654 & 0.0147 & -0.0036 & 0.0000 \\ 1.0469 & -0.2683 & -0.4445 & -0.0396 & 0.2315 & -0.0855 & 0.0257 & -0.0029 & 0.0005 & 0.0000 \\ 1.4565 & 0.4673 & -0.1351 & 0.2544 & -0.1204 & 0.0142 & -0.0026 & 0.0001 & 0.0000 & 0.0000 \\ 1.6434 & 0.9004 & 0.4152 & -0.2093 & 0.0537 & -0.0028 & 0.0003 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

El coeficiente sísmico por cada grado de libertad  $r$  correspondiente al modo de vibración  $i$  se puede expresar (ver la ecuación 5.14):

$$s_i = c_i \eta_i$$

para cada grado de libertad valdrá

$$\mathbf{AMP} = \begin{bmatrix} 0.1578 & 0.3036 & 0.2753 & 0.0803 & 0.2343 & 0.0403 & 0.075 & 0.0775 & 0.0262 & 0.017 \\ 0.2225 & 0.4165 & 0.3536 & 0.0957 & 0.2542 & 0.0318 & 0.0363 & -0.0091 & -0.0141 & -0.0334 \\ 0.2848 & 0.5097 & 0.3859 & 0.0904 & 0.1931 & 0.0042 & -0.0346 & -0.0825 & -0.0283 & 0.0231 \\ 0.4075 & 0.6556 & 0.3539 & 0.0405 & -0.0549 & -0.0578 & -0.121 & 0.0021 & 0.0456 & -0.0059 \\ 0.5215 & 0.7417 & 0.233 & -0.0264 & -0.2692 & -0.053 & -0.0003 & 0.0808 & -0.0436 & 0.0015 \\ 0.6243 & 0.7607 & 0.054 & -0.0823 & -0.3191 & 0.0126 & 0.1209 & -0.0656 & 0.0217 & -0.0003 \\ 0.8433 & 0.6421 & -0.4153 & -0.1366 & 0.0261 & 0.1382 & -0.0754 & 0.0151 & -0.0035 & 0 \\ 1.0199 & 0.3869 & -0.6411 & -0.0571 & 0.3338 & -0.1091 & 0.0295 & -0.003 & 0.0005 & 0 \\ 1.4194 & -0.6738 & -0.1948 & 0.3669 & -0.1737 & 0.0182 & -0.0029 & 0.0002 & 0 & 0 \\ 1.6017 & -1.2986 & 0.5987 & -0.3019 & 0.0773 & -0.0036 & 0.0004 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El desplazamiento máximo} para todos los grados de libertad (piso) del primer modo se obtiene de la expresión (5.5) o (5.6) (o del apartado 3.6.2.2 de la normativa, para ductilidades iguales a  $\mu = 4$ ). A continuación se muestra la matriz de desplazamientos inelásticos, expresados en mm, donde en cada columna se agrupan los desplazamientos de cada modo y en cada fila se tienen los distintos niveles del edificio.

$$[\mathbf{U}^{\text{inelásticos}}] = \begin{bmatrix} 9.4697 & 4.3087 & 1.4187 & 0.2476 & 0.4928 & 0.0451 & 0.0567 & 0.0357 & 0.0095 & 0.0036 \\ 13.3529 & 5.9111 & 1.822 & 0.2951 & 0.5345 & 0.0356 & 0.0274 & -0.0042 & -0.0051 & -0.007 \\ 17.0871 & 7.2349 & 1.9887 & 0.2786 & 0.4062 & 0.0048 & -0.0261 & -0.038 & -0.0103 & 0.0048 \\ 24.4536 & 9.3055 & 1.8236 & 0.1247 & -0.1155 & -0.0647 & -0.0915 & 0.001 & 0.0165 & -0.0012 \\ 31.2926 & 10.5274 & 1.2005 & -0.0815 & -0.5661 & -0.0594 & -0.0002 & 0.0372 & -0.0158 & 0.0003 \\ 37.462 & 10.797 & 0.2782 & -0.2538 & -0.671 & 0.0141 & 0.0914 & -0.0302 & 0.0079 & -0.0001 \\ 50.6027 & 9.1142 & -2.1397 & -0.4211 & 0.0549 & 0.1547 & -0.057 & 0.0069 & -0.0013 & 0 \\ 61.1963 & 5.492 & -3.3034 & -0.1759 & 0.702 & -0.1221 & 0.0223 & -0.0014 & 0.0002 & 0 \\ 85.1683 & -9.5637 & -1.0036 & 1.131 & -0.3652 & 0.0203 & -0.0022 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 96.1061 & -18.4318 & 3.0848 & -0.9309 & 0.1625 & -0.004 & 0.0003 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La fuerza estática equivalente máxima para todos los grados de libertad de cada modo resulta de la expresión 5.7 o 5.8 (o del apartado 3.7.3 de la normativa)

$$\mathbf{FMP} = \begin{bmatrix} 16690 & 32100 & 29120 & 8490 & 24780 & 4260 & 7930 & 8200 & 2770 & 1800 \\ 22200 & 41540 & 35270 & 9550 & 25350 & 3170 & 3620 & -910 & -1400 & -3340 \\ 27090 & 48490 & 36720 & 8600 & 18370 & 400 & -3290 & -7850 & -2700 & 2200 \\ 37930 & 61020 & 32940 & 3770 & -5110 & -5380 & -11260 & 200 & 4250 & -550 \\ 48150 & 68480 & 21510 & -2440 & -24850 & -4900 & -30 & 7460 & -4020 & 140 \\ 56590 & 68950 & 4890 & -7460 & -28920 & 1140 & 10960 & -5950 & 1970 & -30 \\ 75010 & 57120 & -36940 & -12150 & 2320 & 12290 & -6710 & 1340 & -310 & 0 \\ 88610 & 33620 & -55700 & -4960 & 29000 & -9480 & 2570 & -260 & 40 & 0 \\ 121460 & -57660 & -16670 & 31390 & -14860 & 1550 & -250 & 10 & 0 & 0 \\ 101930 & -82640 & 38100 & -19210 & 4920 & -230 & 20 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Y los cortantes modales de piso, expresados en Newton:

$$\mathbf{VMP} = \begin{bmatrix} 595660 & 271020 & 89240 & 15580 & 31000 & 2840 & 3570 & 2250 & 600 & 220 \\ 578970 & 238920 & 60120 & 7080 & 6220 & -1420 & -4370 & -5950 & -2170 & -1570 \\ 556770 & 197380 & 24850 & -2470 & -19140 & -4590 & -7990 & -5040 & -770 & 1760 \\ 529680 & 148880 & -11870 & -11060 & -37510 & -5000 & -4700 & 2800 & 1930 & -440 \\ 491750 & 87860 & -44810 & -14830 & -32400 & 390 & 6560 & 2610 & -2320 & 110 \\ 443600 & 19390 & -66320 & -12390 & -7540 & 5280 & 6590 & -4850 & 1700 & -30 \\ 387020 & -49560 & -71210 & -4930 & 21380 & 4140 & -4370 & 1090 & -270 & 0 \\ 312000 & -106680 & -34270 & 7220 & 19060 & -8150 & 2340 & -240 & 40 & 0 \\ 223390 & -140300 & 21430 & 12180 & -9950 & 1330 & -230 & 10 & 0 & 0 \\ 101930 & -82640 & 38100 & -19210 & 4920 & -230 & 20 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El número de modos a considerar en el cálculo de las fuerzas de diseño está condicionado al grado en que cada modo afecta el resultado. Buena medida de ello está dada por la fracción de la masa participativa, que indica que porcentaje de la masa sísmica del edificio participa en cada modo de vibración y que se determina de acuerdo con la expresión:

$$MParticipativa = \frac{1}{M} \frac{\left[ \sum_{j=1}^{10} M_i \phi_{ij} \right]^2}{\sum_{i=1}^{10} M_i \phi_{ij}^2}$$

En el caso del edificio que se analiza en este ejemplo las masas participativas modales son:

$$MParticipativa = \begin{bmatrix} 0.6779 \\ 0.2084 \\ 0.0686 \\ 0.012 \\ 0.0238 \\ 0.0025 \\ 0.0034 \\ 0.0024 \\ 0.0007 \\ 0.0003 \end{bmatrix}$$

De las masas participativas se puede extraer como conclusión que si se considerase un número de modos reducido, por ejemplo hasta el tercer modo, se alcanzaría el valor del 95% de la masa, lo cual para muchas normativas es un valor

satisfactorio, reduciendo el problema a la superposición de tres modos. Cabe indicar que si bien la normativa NCSE-02 no fija un valor de número mínimo de modos a considerar en el análisis en base al criterio de las masas participativas, en normativas como la Covenin 1756-98 se fija para edificios menores de 20 niveles un número mínimo de 3 modos, siempre y cuando el edificio posea regularidad tanto en planta como en alzado.

De acuerdo con la normativa, la fuerza sísmica estática de diseño por piso se puede calcular mediante el procedimiento de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados, de esta forma se obtiene:

$$\mathbf{F}^{(SRSS)} = \begin{bmatrix} 32070 \\ 37670 \\ 39880 \\ 48910 \\ 53570 \\ 52020 \\ 65030 \\ 67120 \\ 127060 \\ 138070 \end{bmatrix}$$

Y si se considera una excentricidad accidental, aplicando el procedimiento de la torsión estática equivalente se tienen las fuerzas sísmicas de diseño amplificadas:

$$\mathbf{F}^{(SRSS,torsión)} = \begin{bmatrix} 41700 \\ 48980 \\ 51840 \\ 63590 \\ 69640 \\ 67630 \\ 84540 \\ 87250 \\ 165180 \\ 179490 \end{bmatrix}$$

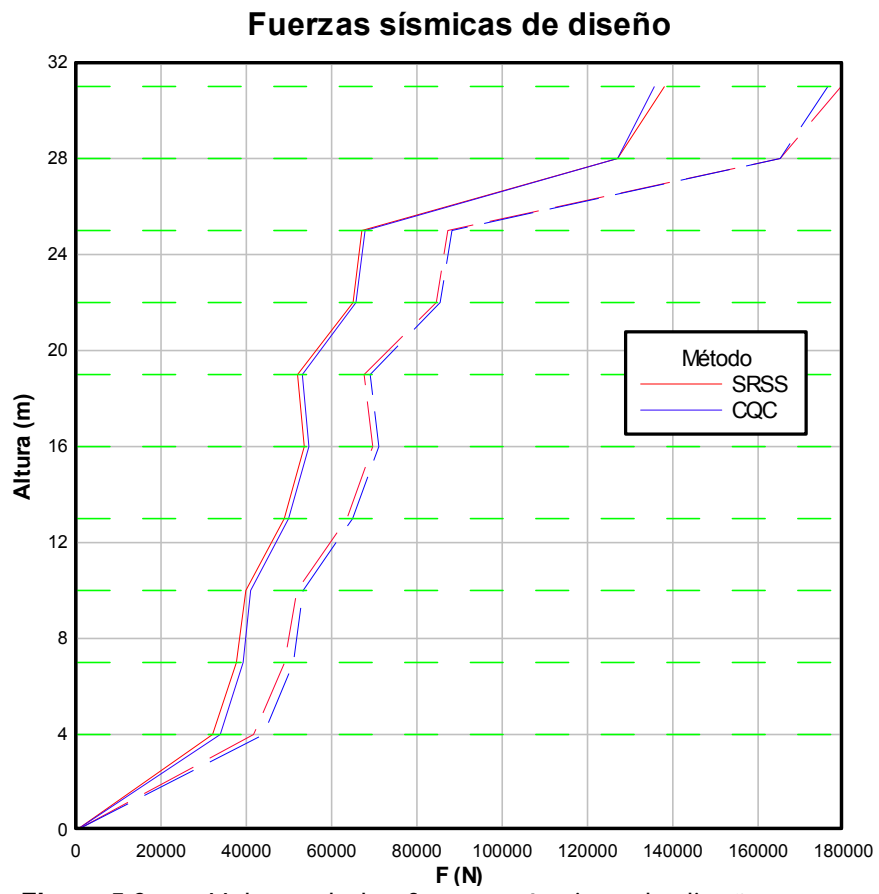
En el ejemplo presente se ha obtenido dos períodos muy próximos, lo que Chopra (2000) considera que puede llegar a producir resultados que sobreestiman la respuesta sísmica al aplicar el procedimiento de SRSS, por tanto se ha considerado aplicar el procedimiento de la combinación cuadrática completa, CQC, así se han calculado las fuerzas sísmicas equivalentes de diseño para cada nivel:

$$\mathbf{F}^{(CQC)} = \begin{bmatrix} 33870 \\ 39250 \\ 41030 \\ 49930 \\ 54680 \\ 53120 \\ 65720 \\ 67850 \\ 127080 \\ 135680 \end{bmatrix}$$

Y para esta combinación, al aplicar la torsión accidental del 5%, se obtienen las fuerzas sísmicas estáticas de diseño:

$$\mathbf{F}^{8CQC, torsión} = \begin{bmatrix} 44030 \\ 51030 \\ 53330 \\ 64910 \\ 71080 \\ 69050 \\ 85440 \\ 88210 \\ 165200 \\ 176380 \end{bmatrix}$$

Puede concluirse sin embargo que a pesar de la proximidad de los valores de los períodos de los modos, los valores de las fuerzas sísmicas obtenidos mediante la aplicación del método SRSS resultan ser muy próximos a los obtenidos mediante el procedimiento de CQC, tal como se ilustra en la Figura 5.6:



**Figura 5.6** Valores de las fuerzas sísmicas de diseño.

## Capítulo 6

# Recomendaciones de diseño conceptual en las normativas sismorresistentes

### 6.1. GENERALIDADES

El diseño es un proceso que, partiendo de requisitos en la función, construcción, costo y estética de una estructura, proporciona una descripción completa de un modelo. En la ingeniería estructural, dicha descripción se refiere a las características de las componentes estructurales, tales como pórticos, pantallas a cortante, conexiones, apoyos, etc. Durante el proceso de diseño deben hacerse razonamientos y tomarse decisiones referentes a aspectos tan importantes como la definición de las fuerzas de diseño, decidir las técnicas de cálculo, la elección de una cierta tipología estructural y de un cierto material, así como al objetivo de realizar un diseño económico y, en lo posible, óptimo. Existen, generalmente, varias soluciones para el mismo problema de diseño y, en consecuencia, los requisitos de diseño dependen de la solución adoptada. Por ejemplo, en un diseño a acciones dinámicas de un edificio, en el propio modelo estructural se incorporan masas que no son conocidas con exactitud a priori y que modifican la función resistente de la misma estructura; por esta razón, el proceso de diseño es iterativo (Bozzo y Barbat 1995a). Es justamente en el caso sísmico cuando es esencial aplicar unos principios muy rigurosos de diseño. Esto se debe al hecho de que en este caso el riesgo de daño estructural que se acepta es mucho mayor que en el caso de otras acciones.

La primera etapa en un proceso de diseño sismorresistente de una estructura es el diseño conceptual, que proporciona descripciones cualitativas de las soluciones de diseño a partir de un conocimiento profundo de las leyes del equilibrio, de la compatibilidad, de las características de los materiales y a partir de la experiencia. Esta etapa es fundamental para el diseño, pues condiciona el comportamiento estructural global



durante la acción de los terremotos. Como el espacio de soluciones suele ser muy grande y no es práctico evaluar en detalle cada una de las posibles alternativas, dicha evaluación se realiza generalmente mediante criterios *heurísticos*. Éstos están fundamentados en razonamientos inductivos, en los cuales el proyectista utiliza su experiencia y el estudio de diseños anteriores de estructuras similares y de su comportamiento sísmico. La aplicación de criterios de este tipo ha permitido que muchas estructuras diseñadas en el pasado, sin la aplicación de unos métodos de cálculo adecuados, hayan tenido un buen diseño conceptual y, consecuentemente, un adecuado comportamiento durante las acciones sísmicas (Billington 1990).

La utilización de criterios heurísticos se hace aun más necesaria si se piensa en que los cálculos de evaluación de las diferentes soluciones de diseño contempladas, aunque parezca paradójico, pueden oscurecer, en ciertas circunstancias, el comportamiento inadecuado de las mismas. Para explicar este hecho, debe tenerse en cuenta que en la práctica, las estructuras sismorresistentes se diseñan empleando criterios tales como mecanismos alternativos de transmisión de cargas, modos de fallo dúctiles o capacidad de disipar energía (Aktan y Bertero 1984). Para obtener la información necesaria sobre un posible incumplimiento de alguno de estos criterios de mayor interés, se requieren modelos dinámicos, matemáticos y numéricos sofisticados, y en la práctica del diseño de edificios no suelen utilizarse modelos de este tipo. Por ejemplo, un análisis sísmico de una estructura, empleando el método de los elementos finitos, pero sin considerar la fisuración del hormigón, puede convencer al proyectista de que la solución adoptada es adecuada sin que en la realidad lo sea. Además de esto, durante la fase de diseño conceptual no se suele disponer de toda la información necesaria para realizar un análisis numérico realista. Factores importantes como el tipo de suelo, acelerogramas, influencia de los elementos no-estructurales, características de los materiales, etc., se definen en etapas posteriores del proceso de diseño (Bozzo y Barbat 1995a). Por todos estos motivos, un buen diseño conceptual es particularmente importante en el caso de los edificios sismorresistentes, en los cuales las cargas sísmicas pueden ser severas y, en general, muy superiores a las cargas consideradas en las normativas actuales de diseño.

Es habitual en el diseño sismorresistente de edificios considerar varios niveles de protección de las estructuras, dependiendo de los criterios de diseño considerados por el proyectista. Dichos niveles o *estados límite de diseño* están relacionados con mantener en funcionamiento normal todas las instalaciones de una estructura, con minimizar los daños y prevenir la pérdida de vidas. Además de esto, el grado de protección antisísmica de las estructuras depende de la voluntad de la sociedad de hacer sacrificios y de las restricciones económicas propias de la sociedad. Este último aspecto está claramente contemplado en las normativas sismorresistentes de cada país, a través de las recomendaciones de diseño que realizan. Según Paulay y Priestley (1992) pueden definirse los siguientes estados límite de diseño:

- Estado límite de servicio. Requiere el normal funcionamiento del edificio y de todas las instalaciones que pueda contener durante los terremotos frecuentes, de pequeña intensidad. Implica que no se produzca ningún daño en la estructura, en las componentes no estructurales o en su

contenido. El criterio de diseño es la limitación de los desplazamientos, que se consigue asegurando la suficiente rigidez para que no se produzca un comportamiento no lineal de la estructura. En los edificios de mampostería o de hormigón armado pueden producirse fisuras pero no la fluencia de la armadura, un agrietamiento importante o el aplastamiento del hormigón o de la mampostería.

- Estado límite de control del daño. Para terremotos mayores que los correspondientes al estado límite de servicio, se admite que se produzcan ciertos daños estructurales. La fluencia de la armadura producirá grietas grandes y la estructura requerirá reparación después del terremoto. Este estado límite constituye una demarcación entre los daños estructurales económicamente reparables y los que no pueden repararse con un coste razonable. La probabilidad de que ocurra durante la vida de una estructura un terremoto capaz de producir daños de este tipo debe de ser baja. Obviamente, el criterio de diseño es que la estructura sometida a una acción de este tipo sea totalmente reparable.
- Estado límite de supervivencia. Requiere que no se produzcan pérdidas de vida durante el más fuerte terremoto que puede ocurrir en la zona del emplazamiento del edificio. Por esto, el único requisito de diseño es asegurar la supervivencia. Evidentemente, se admiten daños importantes, en la mayoría de los casos irreparables, tanto en la estructura como en su contenido, pero se debe evitar el colapso.

Es importante resaltar que las fronteras entre las características de los terremotos correspondientes a estos tres niveles de protección son algo difusas. Por este motivo, las normativas de diseño sismorresistente simplifican el problema, considerando generalmente dos niveles de protección y, a veces solamente uno. Este hecho añade incertidumbres a la definición de la acción realizada en las diferentes normativas. Como consecuencia, para alcanzar un diseño fiable de los edificios es esencial utilizar tipologías estructurales que no sean excesivamente sensibles a la falta de exactitud de la predicción de la acción sísmica.

## **6.2 TIPOLOGÍAS DE EDIFICIOS UTILIZADAS EN ZONAS SÍSMICAS**

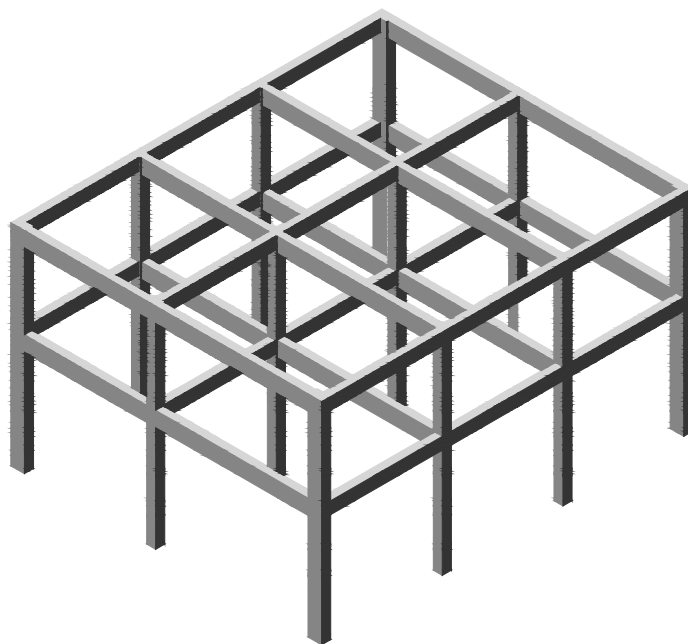
Muchos de los errores conceptuales, de diseño y de construcción que se cometen y que son la causa de fuertes daños, se deben al uso de tipologías estructurales tradicionales, que por ciertas razones no han sido abandonadas. Por este motivo, la primera tarea de un proyectista es la de elegir un sistema estructural que pueda conducir a un comportamiento sísmico satisfactorio, teniendo en cuenta también los otros requisitos de diseño (función, arquitectónicos, coste, etc.). En este sentido, todos los especialistas están de acuerdo hoy en día en que deben emplearse en el diseño sismorresistente de edificios tipologías estructurales, tanto para las estructuras de hormigón armado como para las de mampostería, que tengan más ductilidad. Esto

requiere que se seleccionen las configuraciones estructurales que cumplan los siguientes requisitos (Paulay y Priestley 1992):

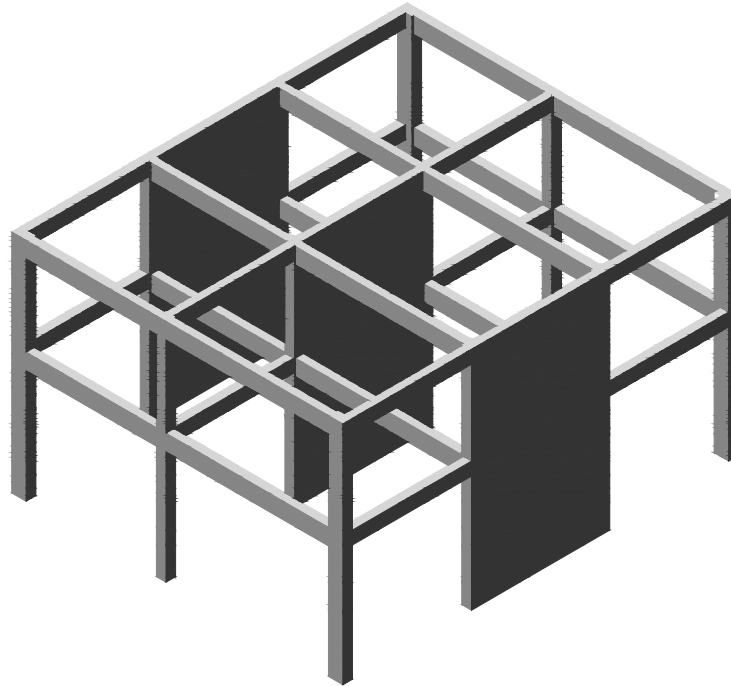
- Sean adecuadas para un comportamiento inelástico global de la estructura.
- Permitan predefinir zonas donde se concentren las deformaciones inelásticas.
- Permitan incrementar la resistencia estructural en ciertos modos de deformación que deben permanecer elásticos y reducirla en los modos inelásticos. Esto permite evitar que se produzcan deformaciones inelásticas en zonas donde no se deseen.

Estos conceptos constituyen la base del *criterio de diseño por capacidad*. Los sistemas estructurales más utilizados en los nuevos diseños de edificios sismorresistentes son los siguientes:

- **Edificios porticados**, también llamados **edificios de estructura esquelética**. Su sistema resistente está formado por columnas y vigas conectadas en nudos. Un ejemplo de estructura de este tipo puede verse en la Figura 6.1.



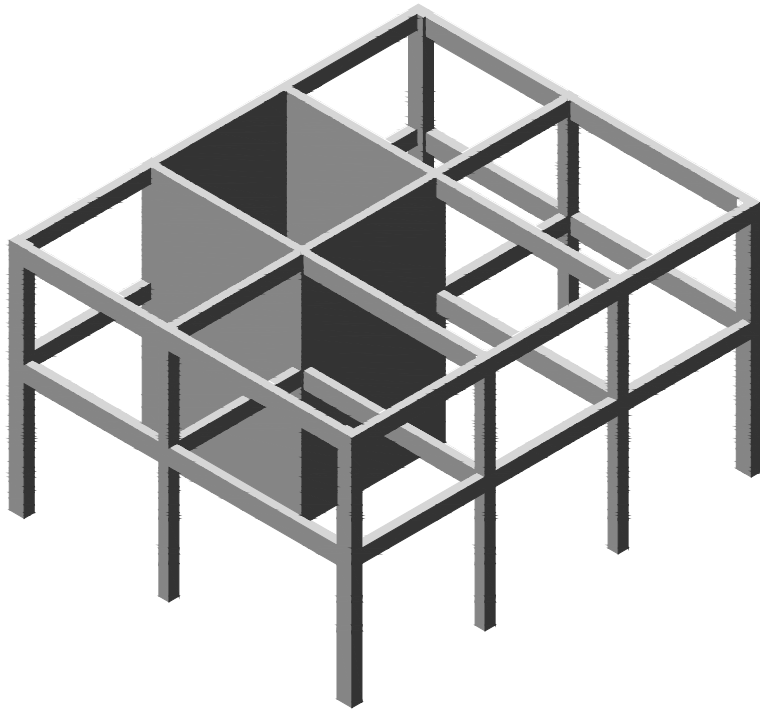
**Figura 6.1** Edificio porticado típico.



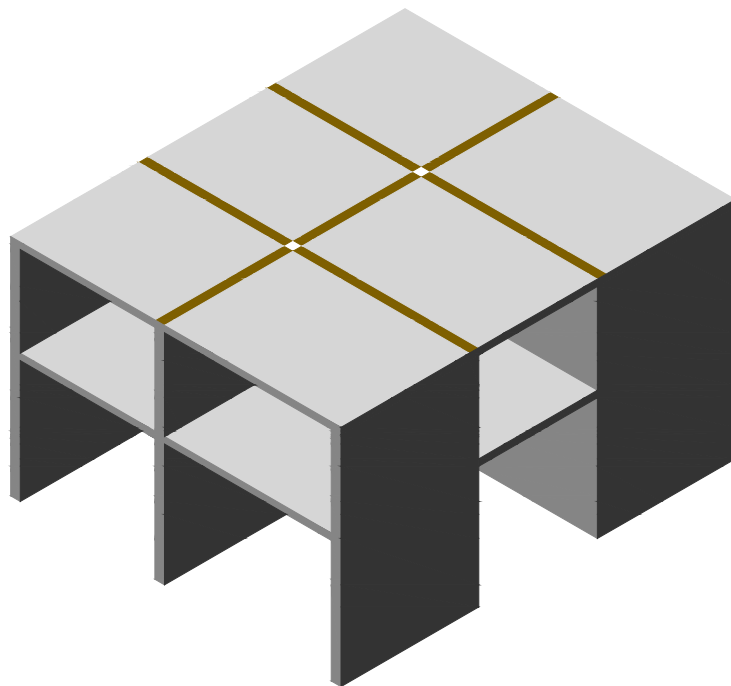
**Figura 6.2** Edificio con pantallas a cortante.

- **Edificios apantallados.** La resistencia de estos edificios a cargas laterales viene proporcionada por pantallas a cortante de mampostería o de hormigón armado. Habitualmente existen otros elementos estructurales como, por ejemplo, pórticos, que absorben las cargas verticales. En la Figura 6.2 puede verse una estructura mixta de pantallas de cortante y pórticos.
- **Edificios con sistema dual.** En este caso, pórticos de hormigón armado colaboran con muros de mampostería o de hormigón armado, para proporcionar la resistencia de la estructura a cargas laterales, ver Figura 6.2.

A estas tipologías pueden añadirse otras, cuya utilización es menos frecuente. Una de ellas es la de los *edificios de paredes de carga*, que pueden ser de mampostería o de hormigón armado, pero que prácticamente ya no se utiliza en los nuevos diseños de edificios. Sin embargo, es una tipología importante, cuyo comportamiento se sigue estudiando, debido al hecho de que la mayoría de las estructuras antiguas que se encuentran en las zonas sísmicas son de este tipo. Otra es la de los *edificios con núcleo* (véase la Figura 6.3). Finalmente, en algunos países se utilizan sistemas prefabricados de hormigón armado, como el de la Figura 6.4.

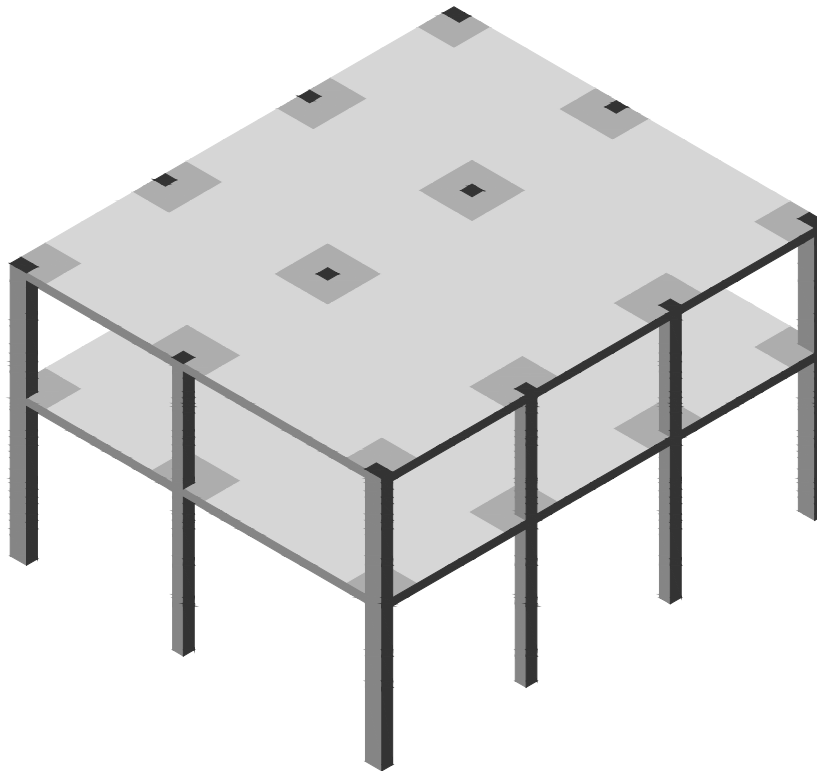


**Figura 6.3** Edificio con núcleo.



**Figura 6.4** Edificio prefabricado.

Además de las tipologías enumeradas, en algunas zonas sísmicas se utiliza frecuentemente la tipología estructural que se puede denominar *sistema con columnas y placas planas*. Este sistema estructural no tiene una eficacia requerida por el diseño sismorresistente, puesto que sufre desplazamientos horizontales excesivos y tiene dificultades en transferir las tensiones tangenciales entre columnas y placas, lo que puede llevar a un fallo frágil. Un sistema de este tipo está representado en la Figura 6.5. Existe una subclase de edificios dentro de esta tipología en la cual las placas de hormigón armado se sustituyen por forjados reticulares (véase la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**). Esto hace que aumente aun más la vulnerabilidad sísmica de la estructura, debido al incremento de su fragilidad, dada la inexistencia de un sistema ortogonal de elementos capaces de suministrar la rigidez necesaria para lograr controlar los desplazamientos laterales que inducen las fuerzas sísmicas.

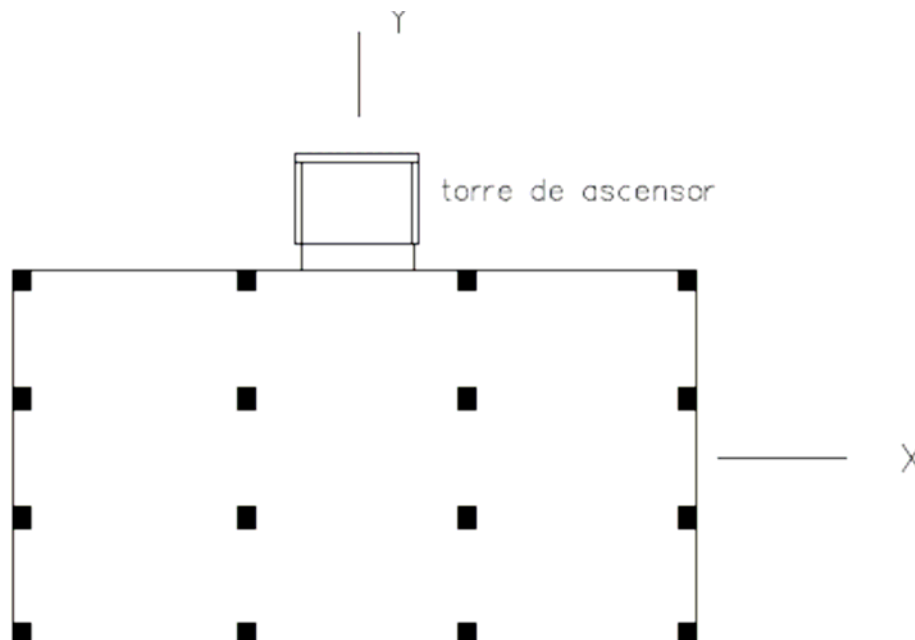


**Figura 6.5** Edificio con columnas y losas.

### 6.3 CRITERIOS HEURÍSTICOS DE DISEÑO

- **Simetría estructural.** Es una recomendación comúnmente aceptada por todos los diseñadores de estructuras sismorresistentes. Es bien conocido que las estructuras simétricas tienden a distribuir uniformemente los esfuerzos evitando

concentraciones de tensiones y, consecuentemente, de daño. En el caso en que esta recomendación se incumple, se produce una torsión global de la estructura. El efecto negativo de este fenómeno, originado por excentricidades en planta, ha sido observado en casi todos los terremotos severos de este siglo. La mencionada torsión puede originarse por una distribución asimétrica de las pantallas a cortante y de los pórticos o involuntariamente, por la distribución asimétrica de los tabiques. Por ejemplo, en edificios porticados cuya simetría está interrumpida por un núcleo estructural exterior (véase la Figura 6.6), que en muchos casos contiene los ascensores, se produce una torsión global de la estructura con grandes daños en la conexión entre el núcleo y el sistema porticado. Esta situación puede evitarse desconectando ambos sistemas estructurales o incrementando la rigidez de los pilares opuestos al núcleo de los ascensores, proporcionando simetría al sistema resistente en la dirección X.

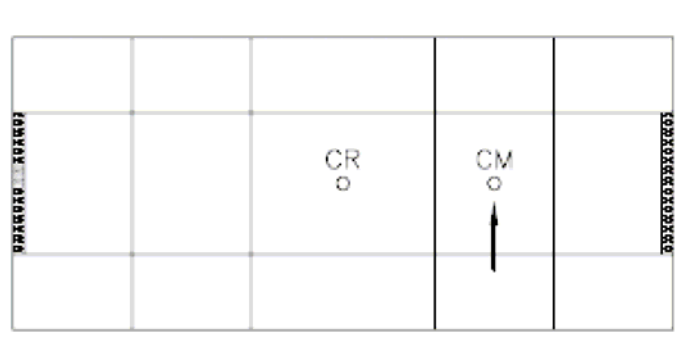


**Figura 6.6** Edificio porticado con falta de simetría en planta por la presencia de un núcleo exterior que contiene los ascensores.

- **Redundancia estructural.** En el diseño sísmico es muy recomendable proporcionar mecanismos alternativos de transmisión de cargas laterales, es decir, proporcionar redundancia estructural. No es conveniente emplear estructuras isostáticas ya que se convierten en un mecanismo al formarse la primera rótula plástica. Si por alguna restricción fuese imprescindible utilizar una estructura isostática, se deberían incrementar las cargas de las normativas.

Considérese como ejemplo el edificio de la Figura 6.7. La estructura es simétrica, formada por pórticos y dos pantallas a cortante ubicadas en los extremos de la planta. Un análisis tendría como resultado el que ambos muros resisten de manera igual el cortante en la base. Sin embargo, si se considerase una

excentricidad accidental, para la cual en las normativas se recomiendan valores del 5% de la mayor dimensión de la planta, el centro de masas CM no coincidiría con el centro de rigidez CR, y la situación cambiaría. Además, en el caso de un comportamiento no lineal la torsión accidental se amplifica, lo que puede causar la degradación progresiva de la estructura (De la Llera y Chopra 1994). Este efecto será particularmente adverso si las pantallas a corte son frágiles. Una posibilidad para reducir este efecto es proporcionar la redundancia estructural, es decir, mecanismos alternativos de transmisión de cargas. En el caso del ejemplo de la Figura 6.7, esto consistiría en añadir pantallas a cortante intermedias o diseñar los pórticos como dúctiles, con capacidad suficiente de absorber un porcentaje de la carga lateral.

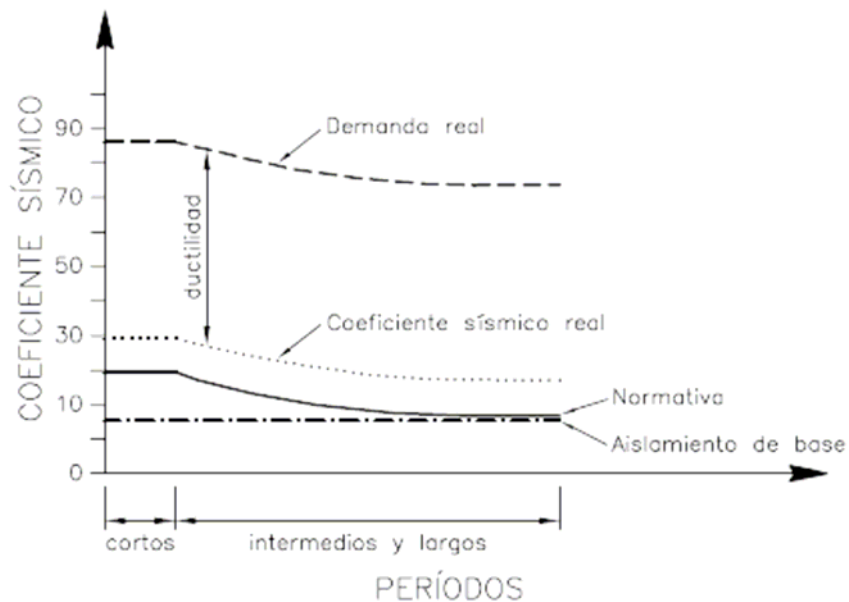


**Figura 6.7** La excentricidad accidental hace que el muro de la izquierda falle primero, lo que modificará sustancialmente el centro de rigidez aumentando la torsión.

- **Detalles que proporcionan ductilidad.** Con el objetivo de obtener estructuras más económicas, las normativas modernas de diseño sismorresistente reducen considerablemente las cargas sísmicas en función de su ductilidad. De esta forma un objetivo fundamental del diseño sismorresistente es evitar un fallo frágil que ocasione la pérdida brusca de capacidad portante. Dentro de ciertos límites de flexibilidad y en función de la acción sísmica, mientras más dúctil sea el sistema estructural, más se podrán reducir las cargas sísmicas y, por ello, su costo será menor, a pesar de que los detalles para lograr una estructura de hormigón armado dúctil también incrementan el costo. Esta idea viene reflejada en la Figura 6.8, en la cual puede verse que la demanda impuesta por una acción sísmica real puede llegar a ser muy alta en comparación con los coeficientes sísmicos previstos en las normativas.

Aunque por buena construcción los coeficientes sísmicos reales de los edificios tienen la tendencia de alcanzar valores más altos, existe una gran diferencia entre éstos y la demanda real. Esta diferencia está admitida en las normativas al suponerse que a los edificios se les incorporan los detalles de diseño necesarios para que tengan el nivel de ductilidad adecuado. Por ejemplo, a partir del terremoto de San Fernando, 1971, en California, se han propuesto recomendaciones para lograr el confinamiento de nudos, así como de longitudes mínimas de anclaje para los redondos, entre muchas otras (Bozzo y Barbat 1995a).





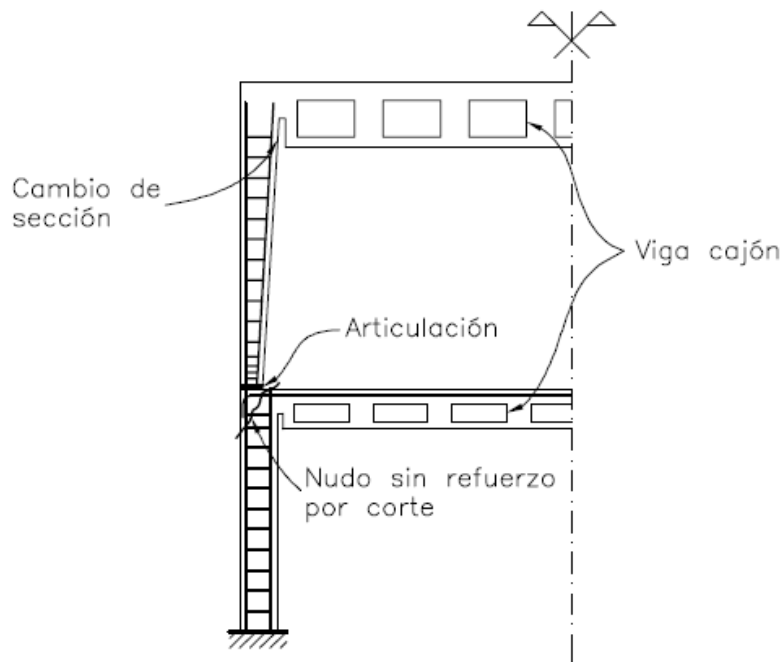
**Figura 6.8** El coeficiente sísmico de un edificio expresado como función del período propio.

Otro aspecto interesante que se observa en la Figura 6.8 es que la utilización de técnicas avanzadas de diseño, como por ejemplo, de los sistemas de aislamiento de base, permite una gran reducción del cortante en la base y, obviamente, del coeficiente sísmico.

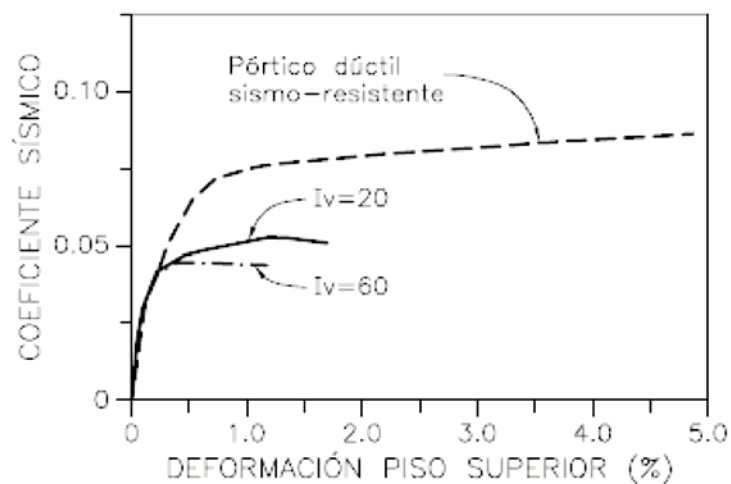
Un fallo frágil sumamente común en estructuras de hormigón armado es el producido por esfuerzo cortante. Un ejemplo del mismo es el que se produce en columnas y vigas cortas, por el incremento del cortante debido a la mayor rigidez del elemento en comparación con otros similares de mayor longitud, situación que debe evitarse en lo posible. Este tipo de fallo es muy común, ya que puede ocurrir incluso debido a elementos no estructurales o, mejor dicho, a elementos “no intencionalmente estructurales”. Por ejemplo, es una solución típica en aulas rellenar la parte inferior de los pórticos con mampostería y dejar la parte superior de las columnas libre para iluminación y ventilación, lo que origina el efecto de columnas cortas.

Otro tipo de fallo frágil muy común es el debido a una falta de detalles de diseño estructurales bien concebidos en las conexiones entre elementos. Por ejemplo, considérese la estructura del viaducto Cypress, el cual colapsó durante el terremoto de Loma Prieta en 1989 en Estados Unidos (Bollo *et al.*1994). Una sección del viaducto se ilustra en la Figura 6.9. Esta estructura se diseñó sin las herramientas actuales de cálculo y diseño. Siendo el viaducto pretensado, los efectos diferidos de la retracción y fluencia del hormigón son importantes y, aparentemente por ello, se decidió “isostatizar” la estructura mediante rótulas en la base de las columnas del segundo nivel, a fin de permitir el movimiento libre del

viaducto frente a las deformaciones del hormigón en el tiempo y de no inducir esfuerzos secundarios. Durante el terremoto de Loma Prieta varios kilómetros del segundo nivel de este viaducto colapsaron de forma frágil, en gran parte debido a la conexión mencionada, que no tenía refuerzo transversal. Además, los redondos eran muy gruesos por lo que tenían poca adherencia, y no disponían de una suficiente longitud de anclaje.



**Figura 6.9** La falta de detalles de diseño adecuados contribuyó al fallo frágil del viaducto Cypress durante el terremoto de Loma Prieta, 1989 (Bollo et al 1994).



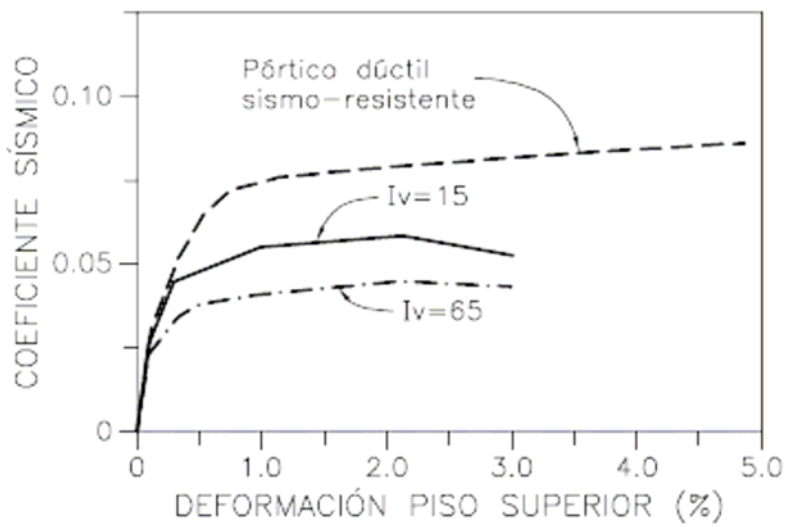
**Figura 6.10** Variación del coeficiente sísmico con el desplazamiento del piso superior (push-over) para edificios con columnas y losas.

Se harán ahora algunos comentarios acerca de la capacidad de ductilidad de las estructuras con columnas y forjados reticulares.

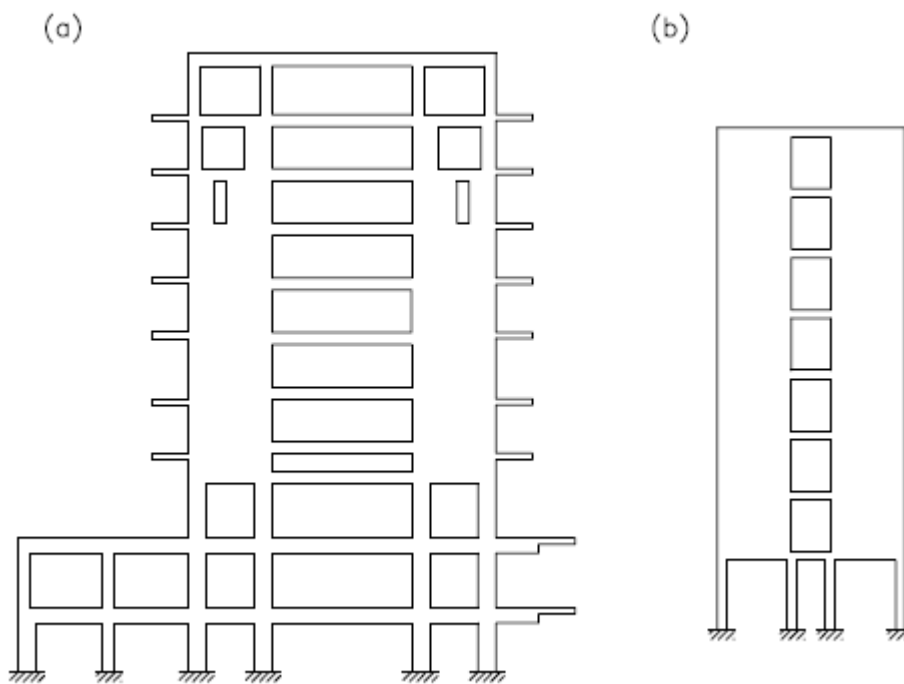
Han sido considerados dos estructuras teniendo esta tipología, una de vulnerabilidad alta, correspondiente a un coeficiente  $I_v = 60$  en una escala entre 0 y 100 y otra de vulnerabilidad baja:  $I_v = 20$ . En la Figura 6.10 se compara la ductilidad de estas estructuras con la de un edificio cuyo sistema resistente está constituido por pórticos dúctiles sismorresistentes. Todos los edificios tienen la misma altura (siete niveles) y parecidas superficies en planta. Las curvas que se presentan constituyen el resultado de un análisis estático no lineal de los edificios mencionados, sometidos a una fuerza horizontal aplicada en el piso superior, cuyo valor se incrementa hasta que la estructura se rompe (push-over). En la figura mencionada ha sido representada la variación coeficiente sísmico, definido mediante la relación entre el cortante en la base y el peso de la estructura, en función del desplazamiento horizontal del piso superior dividido por la altura total de la estructura, que en la figura se denomina deformación del piso superior.

En todos los casos, el coeficiente sísmico de diseño ha sido de 0.05, pero puede observarse que los coeficientes sísmicos reales son más altos para las estructuras menos vulnerables, es decir, para las que tienen mejor calidad sísmica. Sin embargo, es necesario mencionar que todas las normas de diseño especifican un coeficiente sísmico asumiendo que las estructuras que se diseñan tienen un comportamiento dúctil. Y, en el caso de las dos estructuras con columnas y forjados reticulares de la Figura 6.10, esto no es así, puesto que su rotura se produce de manera frágil, antes de que se llegue a una deformación del piso superior del 1% en el instante de máxima resistencia. Al contrario, en el pórtico dúctil, que también ha sido diseñado para un coeficiente sísmico de 0.5, éste coeficiente alcanza valores de 0.8% y, lo más importante, con una adecuada deformabilidad y sin presentar una caída significativa de su resistencia.

Otro caso de interés es el de una tipología estructural adecuada de diseño sismorresistente, como es el edificio porticado, pero en la cual no han sido incorporados los detalles necesarios de diseño sismorresistente. Como consecuencia, las estructuras no tienen la ductilidad adecuada. Han sido considerados, de nuevo, dos edificios porticados de este tipo uno más vulnerable ( $I_v = 65$ ) el otro de vulnerabilidad baja ( $I_v = 15$ ). Se realizó el mismo tipo de análisis no lineal que el descrito anteriormente (push-over), llevando los dos edificios a la rotura. Las curvas coeficiente sísmico-deformación obtenidas mediante este análisis pueden verse en la Figura 6.11, junto con la curva correspondiente al mismo edificio porticado dúctil de la Figura 6.10. La rotura de los dos edificios se produce de manera frágil, puesto que se produce antes de que se llegue a una deformación del piso superior del 2% en el instante de máxima resistencia.



**Figura 6.11** Variación del coeficiente sísmico con el desplazamiento del piso superior (push-over) para edificios porticados no dúctiles.



**Figura 6.12** Cambios bruscos de rigidez en altura.

- **Uniformidad de rigidez y masa.** Ha sido analizado anteriormente el efecto de la distribución asimétrica de los elementos componentes de las estructuras, que conduce a la torsión de las mismas. Sin embargo, además de esto, es de gran importancia evitar o reducir los cambios bruscos en la rigidez estructural y en las masas, tanto en planta como en altura, ya que estos pueden originar

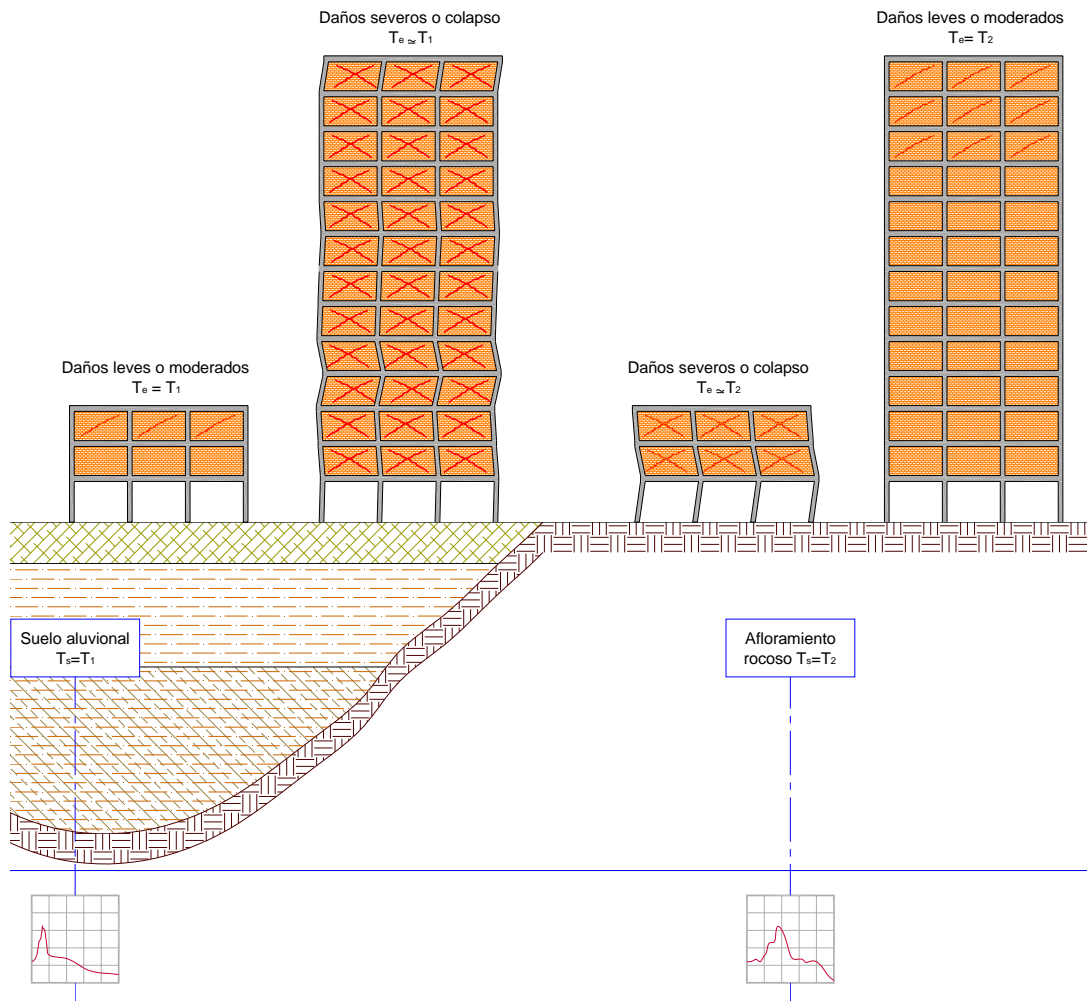
concentraciones de esfuerzos. Y las normativas no contemplan la posibilidad de cálculo y diseño sismorresistente de estructuras de este tipo. Las recomendaciones de diseño que se hacen en las mencionadas normativas son recomendaciones de “mínimas”, que deben cumplirse partiendo de una adecuada estructuración sísmica. Por ejemplo, en la Figura 6.12a se muestra un tipo de estructura en cuyo diseño no es posible aplicar directamente las normativas, puesto que son de esperar concentraciones de daño sísmico en la zona de cambios de rigidez. Otro ejemplo de estructura que no cumple la recomendación de rigidez uniforme se muestra en la Figura 6.12b. Es un edificio de hormigón armado de ocho pisos, formado por columnas en el primer nivel y pantallas a cortante que empiezan desde el segundo nivel, por lo que en la estructura se produce un cambio brusco de rigidez en altura.

A pesar de que la aplicación de la mencionada recomendación asegura un buen comportamiento estructural, no se debe considerar como una limitación de las tipologías estructurales a utilizar en un diseño sismorresistente. Obviamente, se garantiza que el comportamiento global de la estructura sea el adecuado y de que no se produzcan degradaciones locales importantes. Sin embargo, es perfectamente posible diseñar estructuras que no cumplan esta recomendación. Es, por ejemplo, el caso de edificios cuyos muros no empiezan en la planta baja. En tales casos es necesario un diseño sismorresistente que cumpla con los otros criterios de diseño conceptual, seguido de un análisis sísmico detallado de la estructura. Por otro lado el coste de la estructura será, seguramente, mayor al de una estructura regular que cumpla los requisitos antes indicados.

Una recomendación relacionada con los cambios bruscos de rigidez en planta es la de evitar diseñar pórticos de mayor resistencia en una dirección y débiles en la otra. Antiguamente se empleaban conceptos como “pórticos principales” y “pórticos secundarios”. Los denominados principales eran los encargados de transmitir la carga, y los secundarios sólo seguían una función de arriostre. Por ello en muchas estructuras se ha observado daño en la dirección de los pórticos débiles, en especial si esta dirección coincidía con la dirección principal del terremoto.

- **Interacción suelo-estructura.** Es bien conocido el efecto de las condiciones de suelo en la respuesta de una estructura, tanto a nivel regional, como a nivel local, del emplazamiento. El fenómeno inicialmente fue comprendido de manera intuitiva, al tener registros sobre suelos aluvionales que en algunos casos amplificaban la aceleración máxima obtenida en roca. La ocurrencia del sismo de Caracas durante el año 1967, el cual afectó algunos edificios altos cimentados sobre depósitos aluvionales de espesor considerable resultaron dañados, mientras que edificios bajos cimentados sobre el mismo depósito no sufrieron daños considerables. Por el contrario, en zonas de suelos duros, los edificios bajos fueron los más dañados, en la Figura 6.13 se puede observar los daños conforme al tipo de suelo y a la altura del edificio. Desde entonces, el efecto de sitio ha sido estudiado y se ha ido incorporando progresivamente en el articulado de las distintas normativas.

Las condiciones de suelo a nivel regional determinan el contenido de frecuencias de los terremotos. Por ejemplo, en el caso de suelos duros el contenido de frecuencias altas de la señal sísmica es muy significativo y, en consecuencia es recomendable el empleo de estructuras porticadas, las cuales son más flexibles y más dúctiles que las estructuras cuyo sistema resistente a fuerzas laterales sea constituido por pantallas a cortante.



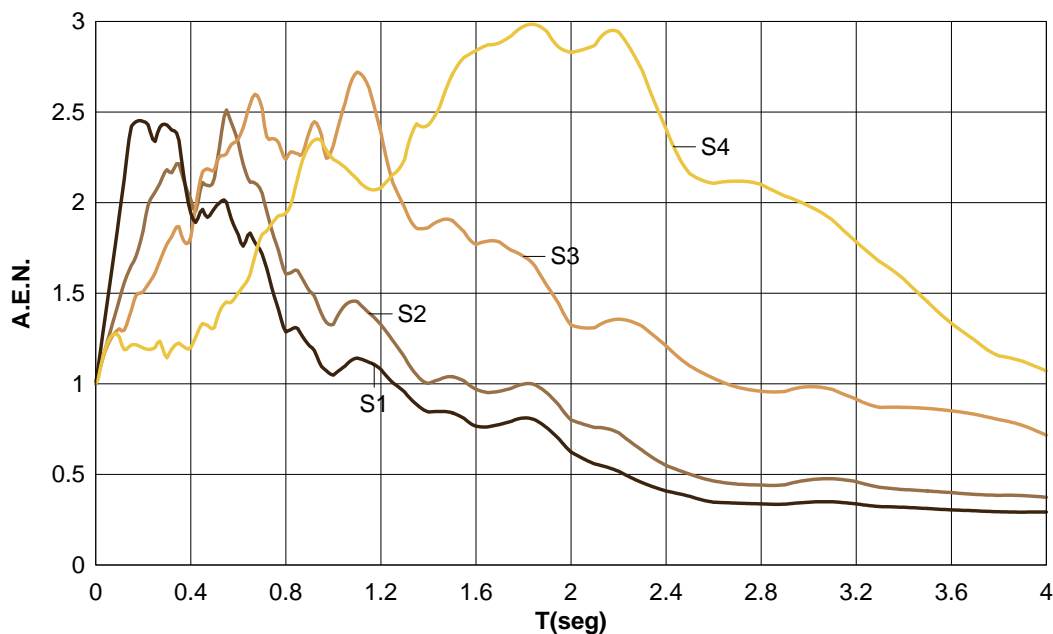
**Figura 6.13** Influencia del efecto de sitio.

El efecto del suelo a nivel local se evalúa mediante estudios de la interacción suelo-estructura. Sin embargo, pueden hacerse recomendaciones muy generales, como, por ejemplo, las de emplear estructuras flexibles en un suelo firme y estructuras rígidas en suelo blando, a pesar de las dificultades que esto puede ocasionar (Seed y Idriss 1982).

El daño estructural está relacionado en muchos casos con la presencia de suelos blandos. Este aspecto ha sido observado durante los terremotos de México en 1985, Loma Prieta, Estados Unidos, en 1989 y Kobe, Japón, en 1995. Una

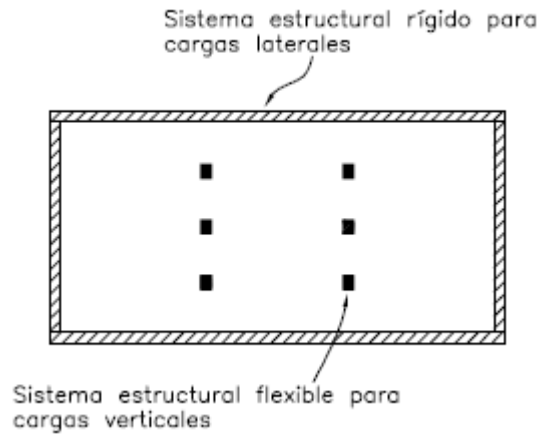
primera causa de este incremento es que los suelos blandos filtran el contenido de frecuencias de un terremoto y producen la aparición de ondas superficiales teniendo justamente el período propio del suelo. En consecuencia, las estructuras con un período fundamental similar al del suelo serán muy vulnerables a este tipo de acción. Una segunda causa es el incremento del daño con la duración del terremoto, la cual tiende a ser mayor en suelos blandos.

La incorporación de las características geotécnicas de los suelos en la determinación de espectros de respuesta ha permitido comprender mejor el fenómeno de amplificación dinámica y los rangos de valores en los cuales esta amplificación ocurre. En la Figura 6.14 se observa un ejemplo de espectros de respuesta obtenidos para distintos tipos de suelos, Vielma 2003.



**Figura 6.14** Espectros de respuesta para distintos tipos de suelos, Vielma 2003.

- **Compatibilidad de deformaciones entre subsistemas estructurales.** Una estructura puede estar constituida por distintos sistemas estructurales como, por ejemplo, pórticos, pantallas a cortante, muros de albañilería, etc. La Figura 6.15 ilustra una estructura para estacionamiento de vehículos formada por pantallas a cortante perimetrales y pórticos interiores (Moehle 1994). Los pórticos interiores y los muros están conectados entre sí por medio de una diafragma rígida formada por la losa de techo, lo que hace que las deformaciones de ambos sistemas estructurales sean compatibles. Al diseñar una estructura de este tipo a los dos sistemas estructurales se les asignan papeles distintos: los pórticos deben absorber las cargas verticales y los muros las cargas laterales. Obviamente, en el cálculo se debe considerar la interacción de los dos sistemas. Ahora bien, el comportamiento sísmico de este tipo de estructuras es particularmente inadecuado si la componente vertical del terremoto es importante y, por este motivo, se produce una falta de apoyo vertical de las vigas de techo.



**Figura 6.15** Edificio con incompatibilidad de deformaciones a cargas verticales (Moehle 1994).

- **Masas innecesarias.** Puesto que las fuerzas inducidas por un terremoto son proporcionales a la masa de la estructura, al reducir todas aquellas masas que son innecesarias se puede disminuir la fuerza sísmica. En este sentido es conveniente, por ejemplo, el empleo de forjados con un menor peso propio.
- **Separación entre edificios.** Un aspecto que genera daños importantes es el impacto de edificios colindantes durante terremotos, debido a la insuficiente separación entre ellos. Dicho impacto puede originar una respuesta estructural muy difícil de predecir. Las soluciones más usuales a este problema son: 1) diseñar estructuras más rígidas; 2) separar más los edificios o 3) emplear mecanismos de disipación de energía entre ambos edificios.
- **Cambios en el período estructural antes y durante el sismo.** La influencia de los denominados elementos “no intencionalmente estructurales” es, en muchos casos, determinante en la respuesta de la estructura (Brokken y Bertero 1981). Estos elementos, generalmente, rigidizan la estructura real en comparación con los modelos dinámicos que se utilizan el análisis, los cuales, habitualmente, no incluyen, por ejemplo el efecto de los tabiques de mampostería. Por consiguiente, los mencionados modelos dinámicos proporcionan períodos propios de vibración más altos que los reales y su aplicación conduce a fuerzas sísmicas más bajas que las reales. Por este motivo, es necesario incluir en los cálculos este efecto por lo menos de forma aproximada, estimando el cambio de período que ocasionan.

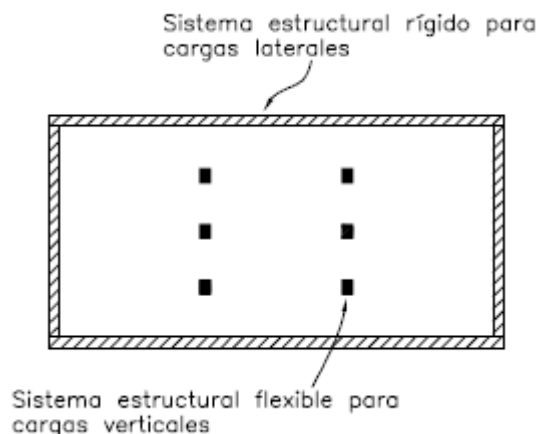
A los criterios de diseño anteriores pueden añadirse otros, que se fundamentan en la reducción de la respuesta sísmica de los edificios mediante utilización de sistemas de aislamiento de base o de disipadores de energía incorporados en las estructuras (Skinner *et al.* 1993; Kelly 1994). Estos nuevos



criterios, que introducen en la práctica del diseño los nuevos desarrollos realizados en los últimos años en el campo de la investigación, llevan a estructuras más fiables frente a las acciones sísmicas y se utilizan ya extensamente en países como Japón, Estados Unidos o Nueva Zelanda. Al mismo tiempo, han aparecido las primeras normativas de diseño sismorresistente que consideran la posibilidad de diseñar estructuras utilizando aislamiento de base (SEAOC 1990).

Además de esto, se encuentran en un estado avanzado de investigación y experimentación temas que pueden tener un gran impacto en el diseño de edificios, como son el aislamiento de base activo o los disipadores de energía activos (Barbat *et al.* 1993; Barbat *et al.* 1994; Barbat *et al.* 1995).

- **Compatibilidad de deformaciones entre subsistemas estructurales.** Una estructura puede estar constituida por distintos sistemas estructurales como, por ejemplo, pórticos, pantallas a cortante, muros de albañilería, etc. La Figura 6.15 ilustra una estructura para estacionamiento de vehículos formada por pantallas a cortante perimetrales y pórticos interiores (Moehle 1994). Los pórticos interiores y los muros están conectados entre sí por medio de una diafragma rígida formada por la losa de techo, lo que hace que las deformaciones de ambos sistemas estructurales sean compatibles. Al diseñar una estructura de este tipo a los dos sistemas estructurales se les asignan papeles distintos: los pórticos deben absorber las cargas verticales y los muros las cargas laterales. Obviamente, en el cálculo se debe considerar la interacción de los dos sistemas. Ahora bien, el comportamiento sísmico de este tipo de estructuras es particularmente inadecuado si la componente vertical del terremoto es importante y, por este motivo, se produce una falta de apoyo vertical de las vigas de techo.



**Figura 6.16** Edificio con incompatibilidad de deformaciones a cargas verticales (Moehle 1994).

- **Masas innecesarias.** Puesto que las fuerzas inducidas por un terremoto son proporcionales a la masa de la estructura, al reducir todas aquellas masas que

son innecesarias se puede disminuir la fuerza sísmica. En este sentido es conveniente, por ejemplo, el empleo de forjados con un menor peso propio.

- **Separación entre edificios.** Un aspecto que genera daños importantes es el impacto de edificios colindantes durante terremotos, debido a la insuficiente separación entre ellos. Dicho impacto puede originar una respuesta estructural muy difícil de predecir. Las soluciones más usuales a este problema son: 1) diseñar estructuras más rígidas; 2) separar más los edificios o 3) emplear mecanismos de disipación de energía entre ambos edificios.
  
- **Cambios en el período estructural antes y durante el sismo.** La influencia de los denominados elementos “no intencionalmente estructurales” es, en muchos casos, determinante en la respuesta de la estructura (Brokken y Bertero 1981). Estos elementos, generalmente, rigidizan la estructura real en comparación con los modelos dinámicos que se utilizan en el análisis, los cuales, habitualmente, no incluyen, por ejemplo el efecto de los tabiques de mampostería. Por consiguiente, los mencionados modelos dinámicos proporcionan períodos propios de vibración más altos que los reales y su aplicación conduce a fuerzas sísmicas más bajas que las reales. Por este motivo, es necesario incluir en los cálculos este efecto por lo menos de forma aproximada, estimando el cambio de período que ocasionan.

A los criterios de diseño anteriores pueden añadirse otros, que se fundamentan en la reducción de la respuesta sísmica de los edificios mediante utilización de sistemas de aislamiento de base o de disipadores de energía incorporados en las estructuras (Skinner *et al.* 1993; Kelly 1994). Estos nuevos criterios, que introducen en la práctica del diseño los nuevos desarrollos realizados en los últimos años en el campo de la investigación, llevan a estructuras más fiables frente a las acciones sísmicas y se utilizan ya extensamente en países como Japón, Estados Unidos o Nueva Zelanda. Al mismo tiempo, han aparecido las primeras normativas de diseño sismorresistente que consideran la posibilidad de diseñar estructuras utilizando aislamiento de base (SEAOC 1990).

Además de esto, se encuentran en un estado avanzado de investigación y experimentación temas que pueden tener un gran impacto en el diseño de edificios, como son el aislamiento de base activo o los disipadores de energía activos (Barbat *et al.* 1993; Barbat *et al.* 1994; Barbat *et al.* 1995).

## Capítulo 7

# Defectos de configuración y detallado sismorresistente

### 67.1 DETALLES DE DISEÑO SISMORRESISTENTE DE EDIFICIOS

Tal como se ha visto anteriormente, los sistemas estructurales más utilizados en el diseño sismorresistente de edificios son los constituidos por pórticos dúctiles especiales y por pantallas a cortante. La descripción de los detalles de diseño utilizados en tales sistemas está fuera del alcance de este trabajo; un estudio exhaustivo del tema puede verse en el libro de Paulay y Priestley (1992) o en Bozzo y Barbat (1995a). Sin embargo, a continuación se describen brevemente los principales conceptos que se aplican en la realización de los detalles de diseño de estos sistemas.

La aceleración espectral máxima de un terremoto fuerte es varias veces superior a la de la acción definida por las normativas de diseño sísmico. Por este motivo, y con el objeto de obtener edificios sismorresistentes económicos, al aplicar en el diseño normativas modernas se acepta, generalmente, que para un sismo severo las estructuras entren en el rango no lineal y sufran ciertos daños. Y justamente en esto se fundamenta la filosofía del diseño sismorresistente actual, que es la siguiente: las estructuras deben soportar el sismo severo con daños locales, que pueden llegar a ser importantes, pero que no se llegue a producir el colapso de las mismas. Para ello, las estructuras se diseñan y construyen proporcionándoles detalles que permitan las deformaciones inelásticas esperadas durante un sismo severo, sin que ocurra una pérdida significativa de su resistencia (Bozzo y Barbat 1995b).

Referente a los edificios regulares, existen varias normativas que permiten su diseño eficiente. Normativas tales como el UBC (1991) o el ATC (1978), determinan acciones laterales estáticas equivalentes que varían en altura. Las estructuras se calculan, generalmente, empleando el modo fundamental de vibración y, en algunos casos, como en el UBC (1991), se consideran fuerzas adicionales que simulan de manera

simplificada el efecto de los modos superiores. Las recomendaciones de diseño basadas en criterios heurísticos, presentadas anteriormente, tienen como objetivo garantizar que una estructura calculada de acuerdo con los procedimientos simplificados de las normativas sísmicas, se comporte adecuadamente durante un sismo severo, sin que se produzcan degradaciones locales importantes que pudiesen ocasionar su colapso. En el caso de estructuras especiales, como aquellas con irregularidades en planta o en altura, el cálculo no puede efectuarse mediante los métodos simplificados que recomiendan las normativas, sino debe emplearse un análisis dinámico completo.

Los objetivos del diseño sismorresistente de edificios se alcanzan utilizando sistemas estructurales que proporcionen una adecuada disipación de energía, evitando de esta manera los fallos frágiles. Un sistema estructural sismorresistente muy utilizado y muy muy bien definido en la normativa ACI-318 (1991) son los llamados pórticos dúctiles especiales. Dicha normativa deja claro que una estructura se subdivide en sistemas estructurales para cargas laterales y sistemas estructurales para cargas gravitatorias. Sistemas como los pórticos arriostrados o los pórticos con muros de cortante, los cuales debido a su mayor rigidez en comparación con la de los otros pórticos del edificio, se espera que absorban mayoritariamente la carga lateral.

A un pórtico perteneciente al sistema estructural para cargas laterales se le denomina *pórtico dúctil especial* si todos los elementos del pórtico cumplen determinadas condiciones de cuantías mínimas de acero de refuerzo, tanto longitudinal como transversal y ciertas relaciones mínimas ancho-espesor, entre otras muchas condiciones.

Los sistemas estructurales para cargas gravitatorias también deben cumplir ciertas recomendaciones, especialmente para asegurar la compatibilidad de desplazamientos con los sistemas estructurales para cargas laterales. Estas recomendaciones, sin embargo, son mucho menos exigentes que las que se deban respetar en el diseño de los pórticos dúctiles especiales.

## **7.2 INFLUENCIA DEL ADECUADO DISEÑO SISMORRESISTENTE EN LA RESPUESTA GLOBAL Y LOCAL DE LA ESTRUCTURA**

Algunos de los edificios proyectados actualmente no observan las recomendaciones normativas para alcanzar una adecuada respuesta sismorresistente. Es importante reconocer que el diseño sismorresistente se fundamenta en la escogencia de un sistema estructural capaz de limitar los desplazamientos laterales, de distribuir las fuerzas originadas por el movimiento sísmico, sin que su configuración introduzca efectos contrarios que induzcan la concentración de esfuerzos en elementos estructurales como lo son las grandes excentricidades, la diferencia de rigidez, la discontinuidad de los elementos estructurales verticales o la interacción con elementos secundarios o no estructurales tales como cerramientos o concentraciones de masas que alteran la respuesta dinámica del edificio.

El nivel de detallado de los elementos estructurales complementa a la selección y configuración de la estructura. La concepción de edificaciones sismorresistentes implica diseñar para que la respuesta global incurra dentro del rango plástico, con la

finalidad de hacer viable el proyecto desde el punto de vista económico. Esto implica que el nivel de detallado de los elementos estructurales encargados de soportar las cargas sísmicas debe ser tal que permita la aparición de daños tales como el agrietamiento del hormigón e incluso la cedencia del acero de refuerzo, de tal forma que el comportamiento global se ciña a los estados límite de diseño, en otras palabras, que los elementos y los nudos sean capaces de desarrollar una respuesta dúctil.

A continuación se analizan algunos casos de los que se extraen ejemplos de inadecuado diseño sismorresistente, con la finalidad de ilustrar de que manera los sismos llegan a afectar edificios en los que la falta de provisión de detallado e incluso la involuntaria interacción con elementos no estructurales, llegan a producir resultados indeseables.



**Foto 7.1** Daños en edificio de viviendas en el pueblo de Balerna.

En la Foto 7.1 se observa un edificio de baja altura ubicado en el pueblo de Balerna, dañado por el sismo ocurrido en Enero de 1994. La concentración de los daños que se ubican en el nivel de planta baja y planta primera se debe a la diferencia de rigidez entre los niveles de la estructura, originando un comportamiento conocido como de “planta débil”. La diferencia de rigidez se puede atribuir a la necesidad de que esta planta presente espacios diáfanos y de mayor altura que el resto de los niveles, en los que los pilares son reducidos en sección o simplemente se apoyan sobre las vigas del forjado inferior, generando un nivel cuya rigidez es menor, por lo que su capacidad de deformarse es mayor.



**Foto 7.2** Edificio vecino del anterior, sin daños excesivos.

En la Foto 7.2, puede observarse un edificio vecino del anterior y que no reporta daños durante el mismo evento sísmico debido a que no presenta la irregular distribución de rigidez de la planta baja.

La respuesta dinámica de los edificios también se puede alterar mediante el incremento de la masa con la altura, Foto 7.3, lo cual hace que en los niveles de mayor masa se incrementen las fuerzas de piso concentradas en este nivel, además de producir desplazamientos del lugar geométrico de los centros de gravedad de las plantas lo cual trae como consecuencia el incremento en los efectos torsionales sobre los pilares ubicados entre los forjados, otro caso de crecimiento de la planta con la altura se aprecia en la Foto 7.4. Es de hacer notar que la excentricidad en planta no solo se incrementa con el crecimiento asimétrico de las dimensiones de esta, hasta cierto punto controlable en las etapas de diseño de la edificación, sino también mediante la concentración de cargas, tales como almacenamiento de materiales o depósitos de agua elevados, que causa el mismo efecto de alteración del centro de masa.

En otros casos el diseño inadecuado se evidencia con el uso de los pilares cortos, el mecanismo de falla por cortante es debido a que los momentos de piso del pilar se equilibran en una distancia reducida, o distancia efectiva del pilar, lo que hace que las fuerzas cortantes de los extremos del pilar superen las fuerzas cortantes de diseño del resto de los pilares del mismo nivel. En la Foto 7.5 se observa un pilar construido entre una pantalla, que es un elemento muy rígido y un forjado, es evidente que los pilares que comparten esta condición, al estar diseñados únicamente para soportar cargas gravitatorias, quedan expuestos a la falla por cortante anteriormente descrita.



**Foto 7.3** Irregularidad en planta: crecimiento de las plantas con la altura.



**Foto 7.4** Crecimiento de plantas y discontinuidad en líneas resistentes verticales.



**Foto 7.5** Pilares cortos en edificio.

En las misiones de reconocimiento post sísmicos es muy frecuente encontrar casos en los que se ha producido el efecto de columna corta en edificios que han sido diseñados de forma adecuada, no sólo en lo que respecta a su configuración global, sino en su detallado, sin embargo al ausencia de consideraciones sobre la distribución de cerramientos, así como también las posibles modificaciones realizadas a éstos durante la vida útil de la edificación, son capaces de inducir el comportamiento de pilar corto, ver Foto 7.6. Se puede observar que en el pilar los estribos existentes fallaron bajo la acción del cortante, perdiendo la sección el confinamiento horizontal, produciéndose de forma consecuente el pandeo de las barras de refuerzo longitudinal.

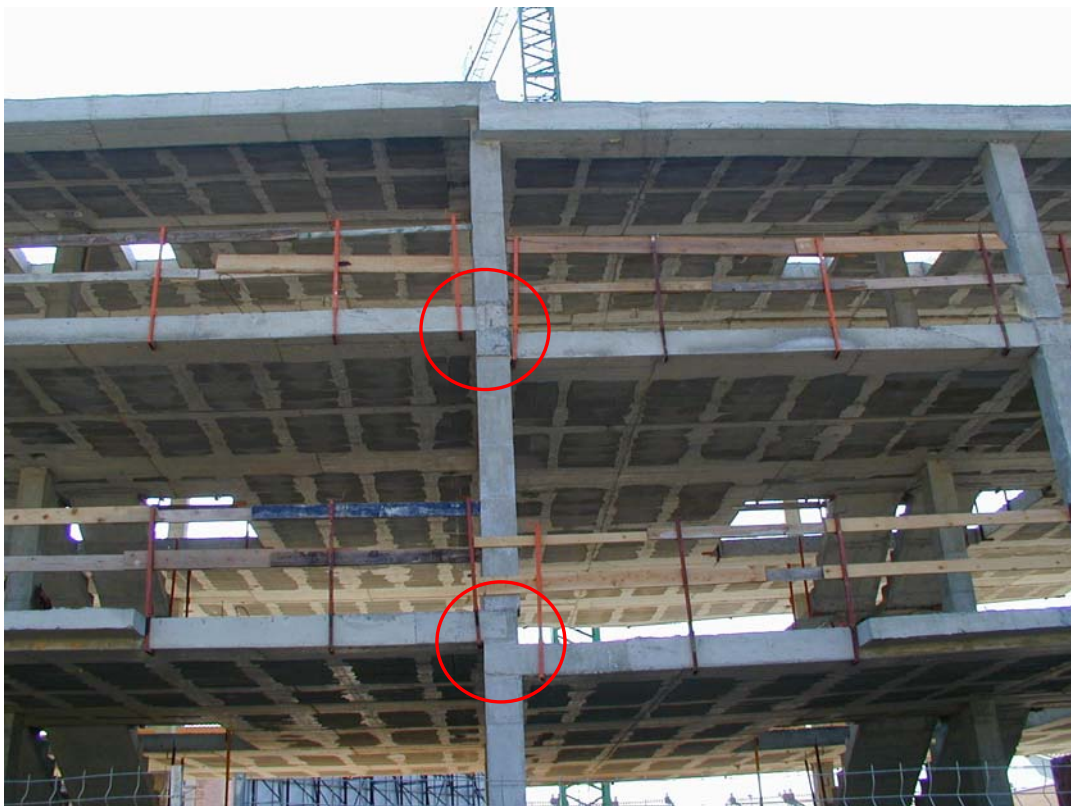
En el caso particular de los edificios con sistema estructural consistente en pilares y forjados reticulares el efecto de pilar corto puede ser inducido por los cambios de nivel de los forjados contiguos, agravándose el problema dado el bajo grado de redundancia que poseen estos sistemas o que imposibilita redireccionar las cargas bajo el hipotético fallo de alguno de estos pilares, Foto 7.7.

La construcción de estructuras singulares, llamadas así por su particular concepción para solucionar casos poco usuales o para implementar técnicas constructivas novedosas, no debe realizarse de espalda con los principios mínimos de diseño sismorresistente, por ejemplo en la Foto 7.8 se observa un edificio de losa postensada que se sustenta sobre apoyos de neopreno colocados en el tope de los pilares de la planta baja. Este sistema ha sido concebido para soportar cargas gravitatorias exclusivamente, ya que sus apoyos no le suministran restricciones frente a acciones horizontales.





**Foto 7.6** Efecto de falla por cortante de pilar.



**Foto 7.7** Juntas pilar- forjado que induce al comportamiento de pilar corto.

En la foto anterior también se puede apreciar otro aspecto que suele ser poco cuidado en el diseño, como lo son los núcleos de circulación, los núcleos de escaleras o incluso los núcleos de ascensores, de vital importancia a la hora de realizar cualquier labor de evacuación de una edificación durante una catástrofe. La mayor parte de los problemas se producen en estas subestructuras se deben a la concentración de esfuerzos en los elementos verticales (pilares o muros de cortante) ya que la subestructura de circulación y el resto del edificio suelen poseer períodos de vibración muy diferentes, lo que hace que se produzcan desplazamientos desacoplados que inducen fallas localizadas en los elementos portantes. Otro de los efectos indeseados producido por los núcleos de circulación en general es su inadecuada ubicación en la planta de la edificación, especialmente en el caso de núcleos de ascensor, los cuales son resueltos generalmente mediante muros de cortante, que al poseer mayor rigidez que los pilares de la planta, alteran la ubicación de los centros de rigidez, provocando el incremento de la excentricidad de la planta.



**Foto 7.8** Estructura singular, forjado postensado sobre juntas de neopreno.

La otra estructura singular que aparece en la Foto 7.9 muestra una solución en base a gran ménsula de acero de varios niveles de altura, cuya redundancia ya apoyos la pueden hacer eficiente frente a cargas horizontales, sin embargo es precaria su estabilidad frente a componentes en la dirección transversal.



**Foto 7.9** Estructura singular, pórticos de acero en voladizo.

Una vez revisados los aspectos de la configuración general del edificio que pueden afectar su desempeño sismorresistente, se analizará brevemente algunos casos observados en lo que el nivel de detallado de las secciones de los elementos resistentes no ha sido el adecuado o su mala ejecución ha propiciado fallas localizadas durante la ocurrencia de sismos.

En primer lugar se observa el efecto del inadecuado armado de un nudo de unión pilar- viga, en el cual las barras longitudinales han sido extraídas del hormigón por un inadecuado confinamiento por parte del acero transversal, además de un recubrimiento deficiente, Foto 7.10.

El especial cuidado que es necesario prestarle a los nudo no se remite exclusivamente al dimensionamiento de las secciones y al refuerzo de estas, es muy importante cuidar la ejecución de los mismo ya que de la ejecución depende que el comportamiento de los elementos sismorresistentes se aproxime al comportamiento para el cual han sido modelados. Por ejemplo en la Foto 7.11 se observa la formación de una rótula plástica, con la evidente cedencia del acero longitudinal y la pérdida de sección de hormigón debida a la junta débil causada por el hormigonado del pilar y de la viga en dos fases diferentes, lo cual evitó que los elementos de hormigón se comportasen de forma monolítica.



**Foto 7.10** Falla de una junta de elemento de hormigón reforzado.



**Foto 7.11** Cedencia del acero de refuerzo y pérdida de sección en junta.



**Foto 7.12** Formación de rótula plástica en viga.

El caso siguiente, Foto 7.12, sirve para ilustrar el comportamiento que se persigue al aplicar el diseño de pilar fuerte- viga débil, que privilegia el diseño de secciones de pilares con una resistencia mayor que la contraparte de las vigas, con la finalidad de conseguir que las rótulas plásticas que inevitablemente se han de formar por la disipación de la energía de un sismo fuerte, aparezcan en los puntos de las vigas, a una determinada distancia de los pilares que evite la aparición de un mecanismo inestable bajo la acción de las cargas gravitatorias.

En la Foto 7.13 se muestra el caso en el cual las rótulas plásticas se han desarrollado en los extremos de los pilares de planta baja, al tener dichos pilares menor rigidez que los de la planta superior debido a su mayor altura y a la falta de contribución de los cerramientos.

Otro caso de pilar débil se observa en la Foto 7.14, el cual muestra el excesivo daño del elemento en comparación con el daño que muestra la viga en el extremo superior. Se nota además que el pilar ha sido sometido al cortante de piso, sino que también ha sido sometido a torsión alrededor de su eje longitudinal.



**Foto 7.13** Formación de rótula plástica en extremos de pilar.



**Foto 7.14** Fallo de pilar, efecto viga fuerte - pilar débil.



**Foto 7.15** Fallo local de pilar por inadecuado refuerzo de confinamiento.

Finalmente se tiene el caso de un pilar con falla debida a la inadecuación del refuerzo transversal, se observa claramente que el núcleo ha sido confinado pobremente el tramo más solicitado, razón por la que se produjo la rotura del estribo y el posterior pandeo de las barras de refuerzo longitudinal y la pérdida parcial de la sección de hormigón, Foto 7.15.

## Capítulo 8

# Comparación entre las normativas NCSE-02, EUROCÓDIGO-8 y Covenin 1756-98

### 8.1 INTRODUCCIÓN

Para demostrar mejor la aplicación práctica de los conceptos de diseño sismorresistente analizados en los apartados anteriores, en lo que sigue se hace una comparación entre la normativa de diseño española (**NCSE-02**), la normativa venezolana (**Covenin 1756-98**) y la normativa europea pr EN-1998-1:2003(E) (**E8**). En la comparación se abordan aspectos relativos a los criterios aplicados en las normativas, comenzando con una revisión de un aspecto común en las normativas de diseño: los factores de reducción de respuesta, describiendo los elementos que lo integran. Para facilitar la comparación, se describen los procedimientos aplicados para la determinación de las acciones sísmicas a partir de unas condiciones de riesgo generales (**E8**) o nacionales (**NCSE02, Covenin 1756-98**), haciendo especial énfasis en la incorporación de las condiciones de sitio y su efecto en la amplificación dinámica de los suelos. Se revisan además como abordan las normativas la simplificación del calculo inelástico a partir del análisis elástico, mediante la incorporación del amortiguamiento y de la ductilidad. Finalmente se valora la consideración de factores inherentes al desempeño de las estructuras que se ha comprobado mantener su integridad aun bajo la acción de sismos fuertes, como son la sobrerresistencia y la redundancia estructural y como la regularidad estructural interviene en el análisis, modificando los factores de reducción de respuesta.



## 8.2 FACTORES DE REDUCCIÓN DE RESPUESTA

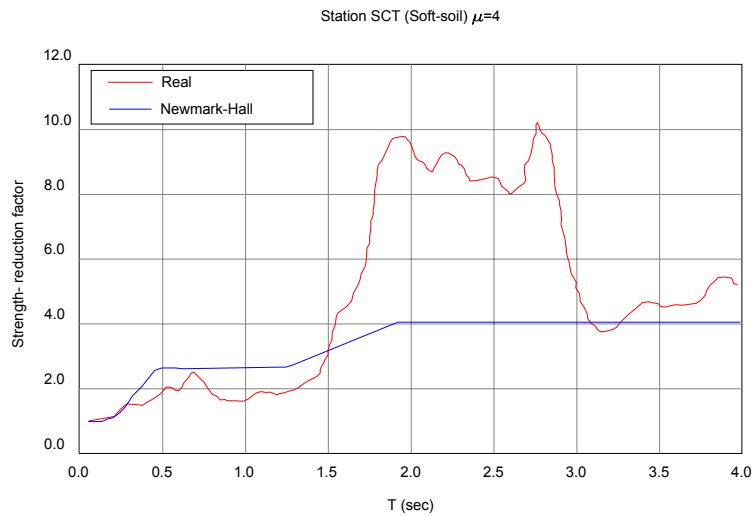
La adopción de los factores de reducción para determinar fuerzas sísmicas de diseño a partir de las correspondientes a la respuesta elástica se realiza partiendo de los valores sugeridos inicialmente por Newmark y Hall (1973), que vincularon los factores de reducción de respuesta con los valores esperados de ductilidad global de desplazamiento, conforme a los rangos de períodos dentro del espectro de aceleraciones.

$R = 1$	Para $T = 0$	<b>(8.1)</b>
$R = \mu$	Para el rango de los períodos cortos.	
$R = \sqrt{2\mu - 1}$	Para el rango de los períodos moderados.	
$R = \mu$	Para el rango de los períodos intermedios y largos.	

Siendo  $R$  el factor de reducción,  $\mu$  y  $T$  los valores de la ductilidad global y el período de la estructura, respectivamente.

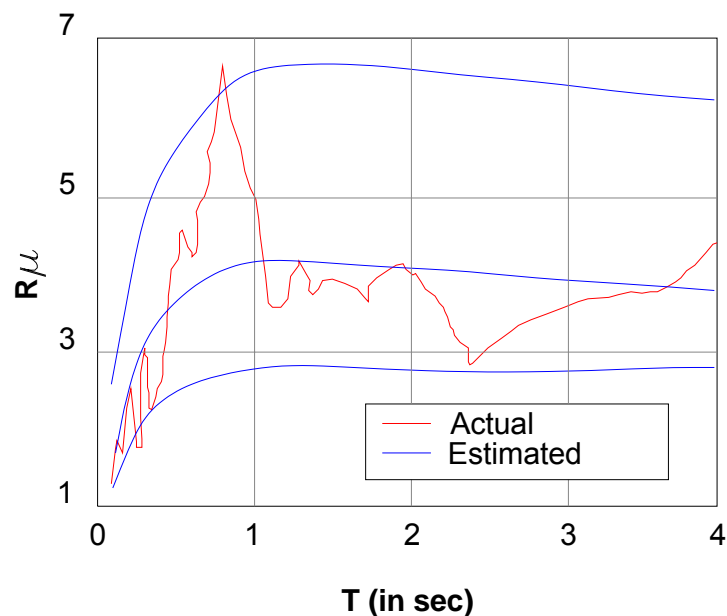
Estos valores de  $R$  se corresponden con los criterios de igual energía para los períodos cortos y de igual desplazamiento para los períodos largos, habiendo demostrado ser unas buenas aproximaciones iniciales. Los factores de reducción se han determinado desde entonces sobre la base de análisis estadísticos y de juicio ingenieril o la opinión de expertos, para espectros de respuesta que comparten similares características sismológicas y tectónicas (Chakraborti y Gupta 2004).

El procedimiento se ha mantenido a lo largo de los años en los códigos de diseño sismorresistente debido al relativo buen desempeño exhibido por las estructuras diseñadas con este método, que han mantenido su integridad y preservado vidas al haber sido sometidas a sismos fuertes. La dependencia del factor de reducción respecto a la ductilidad global y del período estructural ha prevalecido en los códigos de diseño, a pesar de que recientes investigaciones han demostrado que aplicar dichos factores redundante en diseño poco seguro para el rango de los períodos bajos y excesivamente conservador para los períodos intermedios y largos, tal como se muestra en la Figura 8.1 (Ordaz y Pérez- Rocha 1998).



**Figura 8.1** Factor de reducción por ductilidad, Ordaz y Pérez-Rocha (1998).

Entre 1990 y 2000 gran parte de la investigación se concentró en la determinación de la influencia del efecto de sitio sobre los factores de reducción (Figura 8.2) formulándose expresiones comúnmente obtenidas por regresión para representar los valores de los factores de reducción en función del período estructural y de la ductilidad estructural de desplazamiento esperada. Esta ductilidad de desplazamiento se define como la relación entre el valor del desplazamiento último entre el desplazamiento para el cual ocurre la aparición de la primera rótula plástica en los elementos de la estructura.



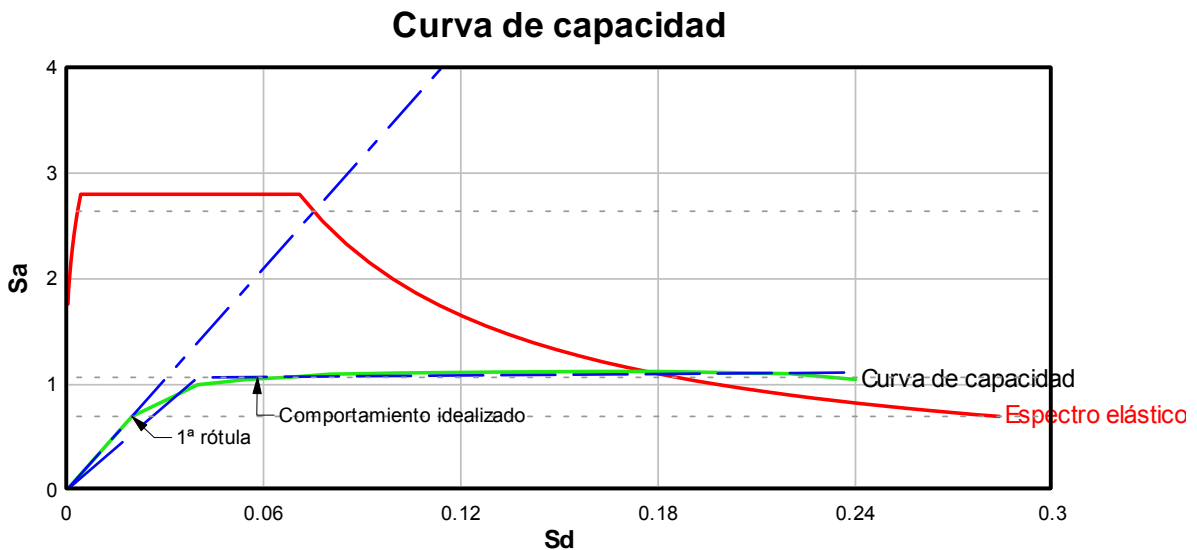
**Figura 8.2** Consideración del efecto de sitio.

Los factores de reducción son considerados por primera vez en el articulado del ATC-3-06 (ATC 1978) que permite la aplicación del método de las fuerzas sísmicas equivalentes mediante la reducción del cortante basal calculado a partir del espectro de diseño elástico con un amortiguamiento igual al 5% del amortiguamiento crítico y para el correspondiente peso sísmico de la edificación:

$$V_b = \frac{V_e}{R} = \frac{S_{a,5} \times W}{R} \quad (8.2)$$

El cortante basal de diseño  $V_b$  se calcula escalando el cortante basal elástico  $V_e$  por el factor de reducción  $R$  correspondiente al diseño. En el cálculo del cortante basal elástico  $V_e$  se considera la aceleración del espectro elástico de diseño calculado por los métodos dinámicos conocidos, para un amortiguamiento del 5% del amortiguamiento crítico, lo que permite obtener la aceleración de diseño  $S_{a,5}$ . Esta aceleración afecta al peso sísmico  $W$ , que generalmente corresponde al 100% de las cargas permanentes más un porcentaje de las sobrecargas de uso.

En la Figura 8.3 se pueden observar las relaciones existentes entre los valores de los cortantes calculados en las distintas fases de diseño, haciendo uso de la representación de la curva de capacidad típica de una estructura porticada.



**Figura 8.3** Curva de demanda y de capacidad típica.

Es importante notar la diferencia que existe entre la ductilidad de desplazamiento  $D_d$  que es la diferencia entre el desplazamiento último  $\Delta_u$  menos el máximo desplazamiento elástico  $\Delta_y$ ,

$$D_d = \Delta_u - \Delta_y \quad (8.3)$$

y la razón de ductilidad  $\mu$  que se define como el cociente de dividir las dos cantidades anteriores:

$$\mu = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (8.4)$$

### 8.2.1 Componentes del factor de reducción de respuesta $R$

Investigadores de Berkeley (1987) estimaron que el factor de reducción de respuesta es el producto de tres factores interrelacionados entre sí:

$$R = R_s \cdot R_\mu \cdot R_\xi \quad (8.5)$$

Los factores son: el factor de reducción por resistencia  $R_s$  que contiene la reducción debida a las consideraciones conservadoras asumidas en el diseño en general, el factor de reducción por ductilidad  $R_\mu$  que presenta la influencia de la ductilidad y el factor de reducción por amortiguamiento  $R_\xi$ , que incluye el efecto del amortiguamiento propio de los materiales que constituyen la estructura. De estos tres factores, los dos primeros pueden determinarse directamente de la curva de capacidad, en base a la relación de las fuerzas cortantes basales, así el factor de resistencia  $R_s$  es:

$$R_s = \frac{V_u}{V_b} \quad (8.6)$$

Siendo  $V_u$  el cortante basal último y  $V_b$  el cortante basal de diseño.

Es frecuente encontrar que en los códigos de diseño no se distingue entre el valor del factor de reducción  $R$  y el factor de reducción por ductilidad  $R_\mu$ . Éste último viene dado por la relación entre los cortantes basales elástico  $V_e$  y último  $V_u$  de la curva de capacidad de la estructura.

$$R_{\mu} = \frac{V_e}{V_u} \quad (8.7)$$

Donde los valores del factor de reducción de respuesta  $R$  están acotados, para todas las ductilidades y amortiguamientos:

$$T = 0 \rightarrow R_{\mu} = 1 \quad (8.8)$$

$$T = \infty \rightarrow R_{\mu} = \mu$$

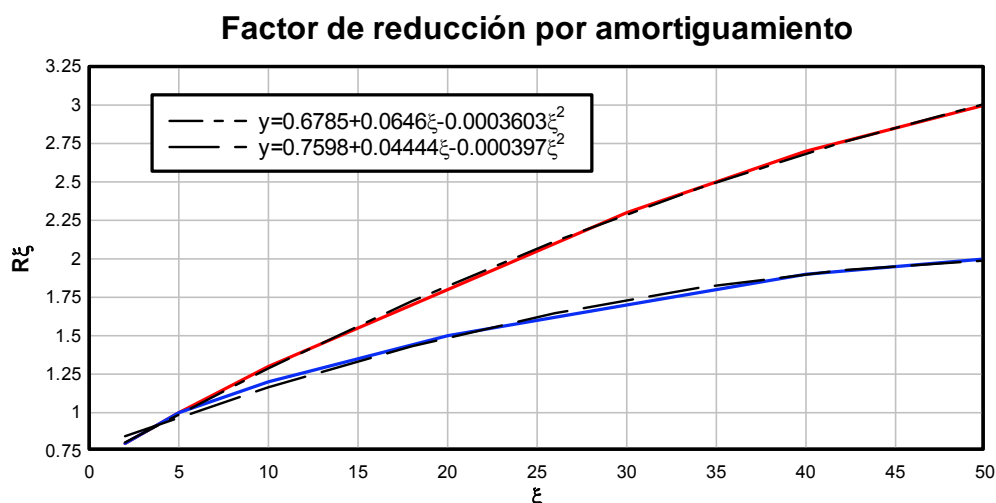
Witthaker *et al.* (1997) considera para el factor de amortiguamiento el valor de la unidad, presumiblemente por que los casos estudiados correspondían a edificios analizados considerando el valor del coeficiente de amortiguamiento como el 5% del amortiguamiento crítico. El FEMA (1996) recomienda los valores de la Tabla 8.1 para coeficientes de amortiguamiento diferentes al 5%.

Coeficiente de amortiguamiento	Períodos cortos	Períodos largos
<2%	0,8	0,8
5%	1,0	1,0
10%	1,3	1,2
20%	1,8	1,5
30%	2,3	1,7
40%	2,7	1,9
>50%	3,0	2,0

**Tabla 8.1** Factor de Reducción por amortiguamiento (FEMA, 1996).

Estos valores aparecen graficados en la Figura 8.4, determinándose por regresión una curva de ajuste que permite la interpolación para coeficientes de amortiguamiento no tabulados. Sin embargo, es necesario señalar que es poco probable que las estructuras lleguen a tener amortiguamientos mayores que el 20% del amortiguamiento crítico.

La evaluación de la influencia del amortiguamiento ha demostrado que los factores de reducción son ligeramente superiores en aquellos casos en los que el amortiguamiento es nulo, en comparación con los casos en los cuales el amortiguamiento es el que suele atribuirse a las estructuras. Similar conclusión es obtenida al comparar los factores de reducción calculados con el modelo bilineal, comparados con los calculados con modelos que incorporan las propiedades no lineales (Chakraborti y Gupta 2004).



**Figura 8.4** Funciones del factor de reducción por amortiguamiento, FEMA (1996).

### 8.2.2 Nueva propuesta (ATC 1995)

En la nueva propuesta del ATC 1995, no figura el factor de amortiguamiento, siendo el factor  $R$  el producto de los factores de reducción por resistencia  $R_s$  y el de reducción por ductilidad  $R_\mu$ , asignándole importancia a un factor adicional denominado factor de redundancia  $R_R$ .

$$R = (R_s \cdot R_\mu) \cdot R_R \quad (8.9)$$

Se parte de la comprobada influencia de el amortiguamiento en la reducción de los desplazamientos pero desigual en la reducción de las fuerzas una vez que se ha alcanzado el estado de cedencia. Adicionalmente, debe comentarse que si bien el ATC 1995 no incluye expresamente afectar el factor de reducción tomando en consideración la irregularidad en planta o en alzado de la edificación, sugiere la aplicación de criterios de forma semejante a los empleados en la Japanese Building Standard Law (Earthquake 1992) y que han sido incorporados en la última propuesta del EUROCÓDIGO-8 (2003).

#### ➤ Factor de resistencia $R_s$

El factor de resistencia  $R_s$  se origina por la diferencia que existe entre el corte basal de diseño  $V_b$  y el cortante basal último  $V_u$ , esta diferencia es el resultado de proyectar para grupos de fuerzas mayoradas de forma estadística con base en la dispersión que las estas presentan (mayores a las resistidas por la estructura durante su vida útil) conjuntamente con propiedades minoradas de los materiales. Adicionalmente,

el diseño de los elementos sismorresistentes implica satisfacer condiciones de desplazamientos máximos (derivas de piso) y de detallado de partes de la estructura para mejorar su capacidad de disipación dúctil. Todo esto conduce finalmente a secciones con resistencia superior a la considerada por simple resistencia. Investigaciones recientes han permitido determinar factores de resistencia (Bertero 1986) que demuestran la clara dispersión de los valores de  $R_s$  para edificios porticados de hormigón armado, por lo que es necesario profundizar en este campo, Tabla 8.2.

Investigación	Casos estudiados	$R_s$
Osteraas y Krawlinker (1990)	Pórticos resistentes a momento	2,1-6,5
	Pórticos perimetrales	1,8-3,5
	Pórticos con diagonales concéntricas	2,2-2,8
Uang y Maarouf (1993)	Edificio de acero de 13 pisos	4,0
	Edificio de hormigón de 6 pisos	1,9
Hwang y Shinozuka (1994)	Edificio de hormigón de 4 pisos	2,2

**Tabla 8.2** Factores de reducción por resistencia, según investigaciones recientes.

Al establecer la relación entre el diseño actual de edificios de hormigón armado, se llega a alcanzar valores de los factores de resistencia  $R_s$  que en todo caso presentan la misma dispersión de valores, ver Tabla 8.3.

La estimación de los factores de reducción por resistencia  $R_s$  se complica por efectos como la resistencia actualizada de los materiales (una vez que se ha incurrido en comportamiento plástico o ha ocurrido daño), los efectos del confinamiento, presencia de elementos estructurales tales como losas de hormigón y elementos no estructurales no considerados de forma explícita en el análisis, haciendo necesario reconocer que no todos estos efectos contribuyen favorablemente al incremento del factor de sobrerresistencia. Entre los efectos que pueden tener contribución desfavorable se incluyen el incremento de la sobrerresistencia en vigas puede dar origen al fallo frágil por cizallamiento, elementos de cerramiento pueden causar efectos de columna corta y las irregulares distribuciones de las alturas de las columnas y la discontinuidad en las líneas resistentes verticales pueden producir el efecto de piso blando (Park 1996).

	Casos estudiados	Rs
Fischinger, Fajfar y Vidic (1994)	Edificios de hormigón armado de mediana y baja altura	1.6-4.6
Panagiotakos y Fardis (1998)	Edificios de hormigón armado	2.0-2.5
Elnashai y Mwafi (2002)	Edificios de hormigón armado mediana altura e irregularidad vertical	2.0-3.0

**Tabla 8.3** Factores de sobre resistencia, según estudios recientes.

En la Tabla 8.4 se presenta una lista que contiene los factores anteriormente citados y la etapa del proyecto de la edificación en la cual son incorporados.

Causa de la sobrerresistencia	Etapa del proyecto en la cual se incluye		
	Modelado	Análisis	Diseño
Diferencia de la resistencia actual y nominal de los materiales	X		
Diseño conservador y requerimientos por ductilidad			X
Factores de carga y múltiples casos de carga combinados		X	
Consideración de torsión accidental		X	
Provisiones para cumplir estado límite de servicio (flechas)			X
Participación de elementos no estructurales (losas)	X		
Cumplimiento de cuantías mínimas de acero			X
Diseño de secciones múltiples de 5			X
Redundancia estructural	X		
Endurecimiento resistente	X		
Efectos del confinamiento	X		
Análisis en base al período elástico		X	
Diseño controlado por rigidez (derivadas)			X

**Tabla 8.4** Factores que influyen en la sobrerresistencia.

➤ **Factor de ductilidad  $R_{\mu}$**

El factor de ductilidad proporciona una medida del comportamiento no lineal global de una estructura y en ningún caso describe el comportamiento de elementos aislados.

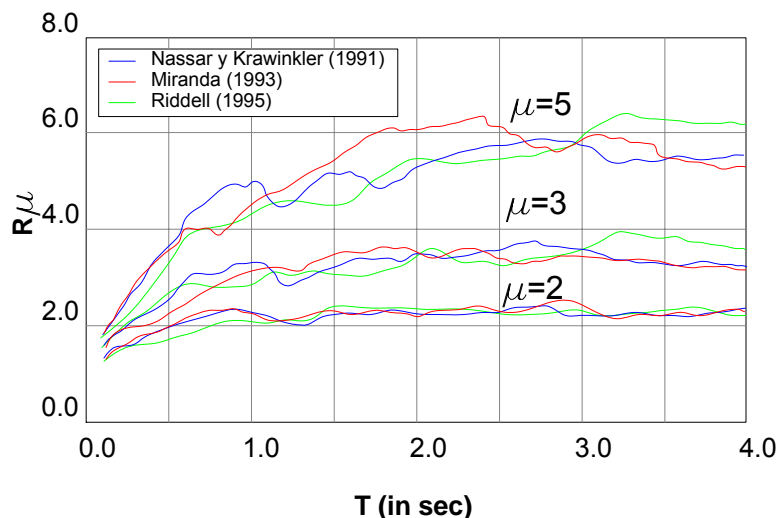
La forma de determinar el valor de los factores de ductilidad se realiza mediante la razón de dividir las ordenadas de la respuesta elástica entre los valores de las ordenadas inelásticas de los espectros de respuesta de sistemas de un grado de libertad, según la expresión siguiente:



$$R_{\mu} = \frac{F_y(\mu=1)}{F_y(\mu>1)} \quad (8.10)$$

Siendo  $R_{\mu}$  el factor de reducción por ductilidad,  $F_y(\mu=1)$  el valor de la ordenada correspondiente al espectro de respuesta elástico y  $F_y(\mu>1)$  el valor de la ordenada del espectro de respuesta inelástico, para ductilidades  $\mu$  mayores que la unidad.

Los trabajos que inicialmente abordaron el tema, tenían como objetivo plantear expresiones de factores de ductilidad dependientes de la ductilidad de desplazamiento y del período estructural, se realizaron análisis de la respuesta inelástica mediante modelos sencillos, tales como el elasto-plástico perfecto o el modelo bi-lineal. Los resultados obtenidos muestran la evidente dependencia de  $R_{\mu}$  respecto al período de la estructura, sin embargo sus valores se volvían aproximadamente constantes a partir de un determinado período, presentando valores de ordenada mayores que los valores de la ductilidad de desplazamiento (Vidic *et al.* 1994 y Lee *et al.* 1999). Valores típicos pueden observarse en la Figura 8.5, en la que se muestra la comparación entre factores de reducción por ductilidad obtenidos por Nassar y Krawinkler (1991), Miranda (1993) y Riddell (1995).



**Figura 8.5** Espectros de factores de reducción, Miranda (1993).

Los espectros anteriores poseen dos ramas bien diferenciadas, dependientes del período y de la ductilidad de la estructura, permiten producir expresiones idealizadas, del tipo mostrado en la siguiente expresión:

$$R_{\mu} = [c(\mu - 1) + 1]^{1/c} \quad (8.11)$$

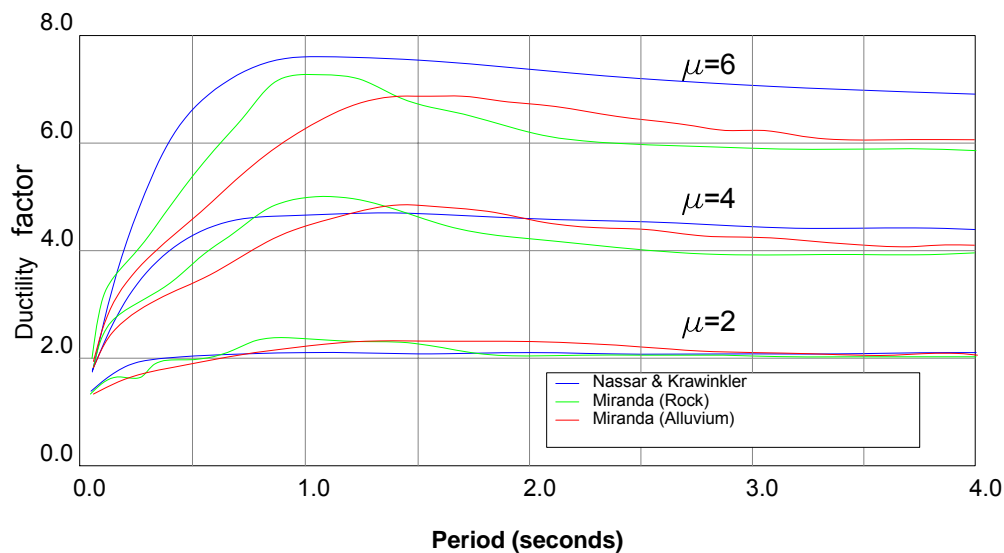
$$c(T, \alpha) = \frac{T^a}{1 + T^a} + \frac{b}{T}$$

Con

$$a = 1 \dots 0 < \alpha < 0,10$$

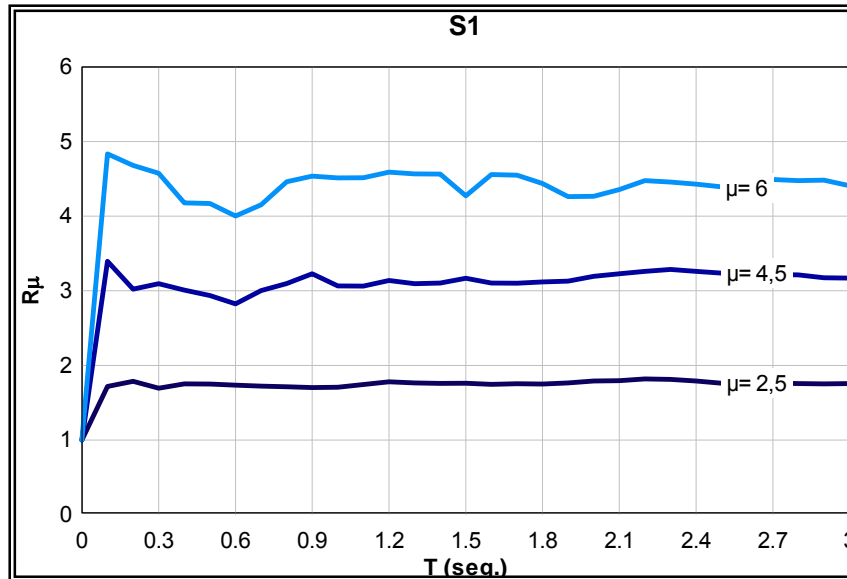
$$0,29 < b < 0,42$$

Donde el factor de reducción por ductilidad  $R_{\mu}$  depende del valor de la ductilidad  $\mu$  y de unos parámetros de ajuste del modelo  $a$ ,  $c$  y  $b$  que incorporan el período  $T$ , la fracción de la rigidez post-cedente  $\alpha$ . Ejemplo de estas curvas idealizadas puede observarse en la Figura 8.6.



**Figura 8.6** Factores de reducción por ductilidad, función idealizada.

Investigaciones recientes, (Vielma *et al.* 2004, Dolšek y Fajfar 2004) en las que se incorpora al análisis de la respuesta de sistemas de un grado de libertad aspectos como la plasticidad y el daño, los valores de  $R_{\mu}$  muestran que si bien su dependencia respecto a la ductilidad es similar a la obtenida en los trabajos antes citados, los valores de  $R_{\mu}$  muestran valores medios menores que la ductilidad. Esta última afirmación se observa en la Figura 8.7.



**Figura 8.7** Espectros de factores de reducción considerando comportamiento no-lineal, Vielma *et al.* (2004).

A manera de resumen, se tiene que los valores de los factores de reducción por ductilidad  $R_{\mu}$  se pueden sintetizar mediante funciones que dependen de la ductilidad  $\mu$ , del período  $T$  o una función de ajuste del período  $\Psi(T)$  que depende de los parámetros de las curvas obtenidos del análisis de regresión:

$$R_{\mu} = (\mu - 1) \cdot \Psi(T) + 1 \quad (8.12)$$

El actual avance en la formulación de modelos constitutivos que incorporan la no linealidad geométrica y constitutiva de los materiales, ha permitido determinar valores de factores de reducción por ductilidad, tanto por la vía de aplicación del análisis no lineal estático, como mediante el análisis no lineal dinámico. Al utilizar directamente el análisis no lineal, los factores de reducción por ductilidad engloban tanto el efecto de la ductilidad como del amortiguamiento que en propuestas anteriores aparecían por separado (Chakraborti y Gupta 2004).

En general, la determinación de los valores de  $R_{\mu}$  con el objeto de proponer valores para el diseño sismorresistente, debe incorporar al análisis aspectos determinantes como:

- **Organización de registros.** Los registros deben estar clasificados según su magnitud y distancias epicentrales, con variedad en las condiciones de la fuente y en el patrón de transmisión del sismo. Como en contadas ocasiones las

características están disponibles, se agrupa a los registros obtenidos en varios sitios con similares condiciones tectónicas y de suelos.

- **Normalización.** Ya que las diferencias de las magnitudes de los registros impiden la comparación absoluta entre éstos, es necesario escalarlos con respecto a un parámetro predeterminado como, por ejemplo la aceleración máxima del terreno.
- **Sismo de diseño.** Es necesario evaluar la magnitud, distancia a la fuente y condiciones sub-superficiales, para obtener una apropiada caracterización del sismo de diseño.
- **Efecto del amortiguamiento.** La mayoría de las normativas presentan implícito el valor del 5% del amortiguamiento crítico sin considerarlo como un parámetro variable. Recientes investigaciones han demostrado que la relación existente entre las ordenadas de los espectros elásticos y los inelásticos, no es siempre la misma para todos los factores de amortiguamiento: el factor R depende del amortiguamiento y decrece con el incremento del factor de ductilidad  $\mu$ .
- **Efecto del modelo hysterético.** El efecto del modelo hysterético adoptado revela una variación entre 30% y 50% entre las ordenadas espectrales, por lo que no es conveniente extrapolar los espectros de diseño obtenidos para un modelo hysterético específico, para sistemas que obedecen a modelos hysteréticos diferentes.
- **Efecto de las condiciones de sitio.** La utilización de un factor constante para suelos por parte de varios códigos no es apropiada, debido a la marcada influencia de las condiciones del sitio para suelos blandos, períodos intermedios y bajas ductilidades de desplazamiento. Las condiciones del sitio afectan las amplitudes, el contenido frecuencial y la duración de los sismos, dependiendo su influencia de la geometría y las propiedades de los materiales de la sub-superficie, topografía del sitio y presencia del nivel freático.

Adicionalmente, es importante reconocer la influencia de la existencia de múltiples grados de libertad; Miranda (2001) demostró que estructuras de múltiples grados de libertad diseñadas con resistencia lateral igual a la correspondiente a una estructura de un grado de libertad con similar período, llega a experimentar demandas de ductilidad superiores. Se ha planteado la siguiente relación entre los factores de reducción para sistemas de múltiples grados de libertad.

$$R_M = \frac{R_{MDOF}}{R_{SDOF}} \quad (8.13)$$

Los valores  $R_M$  representa la relación entre el factor de reducción de un sistema de múltiples grados de libertad  $R_{MDOF}$  y el factor de reducción de un sistema de un grado de libertad  $R_{SDOF}$  con un período del primer modo de vibración similar al del primero. Como ejemplo se tiene el trabajo de Nassar y Krawlinker (1991) que determinaron valores de  $R_M$  calculados para edificios con diferente número de pisos, planteándose una expresión preliminar en función de la ductilidad y del período de la estructura, dependiente del período  $T$  y de la ductilidad  $\mu$ :

$$R_M = [1 + 0,15 \times T^2 \times \ln(\mu)]^{-1} \quad (8.14)$$

➤ **Factor de redundancia  $R_R$**

De todos los factores, sobre este es el que menos investigación se ha llevado a cabo, la mayoría de las referencias se fundamentan en la investigación de Moses (1974) que realizó un estudio estadístico de la respuesta de edificios porticados frente a las acciones de viento, variando el número de líneas resistentes verticales. Posteriormente, Bertero (1999) retoma el tema adicionando al planteamiento estadístico la influencia del tipo de sismo, pulsativo o armónico, en la posible respuesta de edificios de múltiples grados de libertad. Como ejemplo ilustrativo, se propenso el análisis de la respuesta de una estructura de un solo pórtico con otra de dos pórticos, para este último se establece la relación entre la calidad constructiva de cada línea resistente vertical independiente, mediante un coeficiente de correlación:

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{1,411}{\sqrt{1 + \rho_v}} \quad (8.15)$$

En la relación anterior  $\beta_1$  es el índice de seguridad para una línea resistente,  $\beta_2$  es el índice de seguridad para dos líneas resistentes y  $\rho_v$  es el coeficiente de correlación de calidad constructiva, que resume la relación cualitativa entre dos líneas resistentes verticales de la misma estructura.

Queda claro que para estructuras con un número de líneas resistentes mayor, el coeficiente de correlación de la calidad constructiva se reduce, incrementando la relación de índice de seguridad de un edificio con varias líneas resistentes, respecto al edificio con una sol línea resistente. Valores considerados por Bertero (1999), indican que para que una estructura disponga de un factor de reducción por redundancia, deberá disponer de al menos 4 líneas resistentes verticales, ver Tabla 8.5.

Lineas resistentes verticales	Factor de redundancia
2	0,71
3	0,86
4	1,00

**Tabla 8.5** Factores de reducción por redundancia, Bertero (1996).

Las causas de esta última consideración son las siguientes:

- Capacidad de rotación en secciones en las cuales ya ha ocurrido la cedencia
- Se evita el conocido efecto de tamaño por concentración de solicitaciones de grandes magnitudes en un número limitado de secciones o elementos resistentes.

La redundancia de edificios duales (aporticados y con muros de corte) de hormigón armado, analizado siguiendo las directrices del trabajo anterior, concluye que el incremento de líneas resistentes verticales combinando las bondades del sistema dual, permite esperar incrementos del factor de resistencia del orden del 24%.

En recientes trabajos, Bertero (1986), y Witthaker *et al.* (1999) han incluido a la redundancia estructural como un factor independiente en la determinación de los factores de reducción de respuesta, sin embargo es necesario señalar que hasta la fecha se carece de investigaciones que confirmen su grado de participación o rango de valores aplicables a las distintas tipologías estructurales. Esta propuesta se muestra en la expresión (16).

$$R = R_S \cdot R_\mu \cdot R_{VG} \cdot R_R \quad (8.16)$$

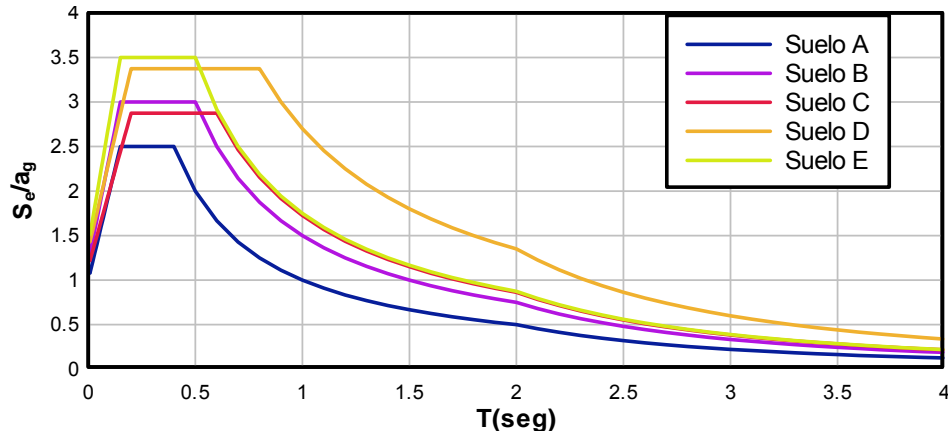
De acuerdo con la expresión anterior, el factor de reducción  $R$  queda definido como el producto de cuatro factores: el factor de reducción por resistencia  $R_S$ , el factor de reducción por ductilidad  $R_\mu$ , el factor de reducción por múltiples grados de libertad  $R_{VG}$  y el factor de reducción por redundancia  $R_{SR}$

### 7.3 COMPARACIÓN DE FACTORES DE REDUCCIÓN APLICADOS EN DIFERENTES NORMATIVAS

#### 7.3.1 Factores de reducción de respuesta en el EUROCODIGO-8

Al igual que en la mayoría de los códigos de diseño sismorresistente, en el EUROCODIGO-8 se admite el análisis elástico de las estructuras, con base en la reducción de las ordenadas del espectro de diseño elástico mediante la aplicación de

factores de reducción, en la Figura 8.8 se muestran los espectros elásticos de diseño correspondientes a la versión 2003 del EUROCÓDIGO-8, para riesgo sísmico tipo 1.



**Figura 8.8** Espectros elásticos de diseño, riesgo sísmico 1.

Los factores de reducción de respuesta son identificados en el EUROCÓDIGO-8 mediante la letra  $q$ , son aplicados a los espectros elásticos de diseño, para obtener las aceleraciones de diseño, se encuentran expresados en función de dos términos:

$$q = q_0 k_w \geq 1,5 \quad (8.17)$$

El factor básico de reducción de respuesta  $q_0$  depende del tipo de estructura predominante y de la regularidad en elevación, así como del nivel de ductilidad que se espera que la estructura sea capaz de desarrollar, para la cual existen dos niveles: DCM: (clase de ductilidad media) y DCH (clase de ductilidad alta) y sus valores se muestran por separado en la Tabla 8.6. El otro término es el factor de predominancia del modo de falla en estructuras con muros de carga  $k_w$ .

Tipo estructural	DCM	DCH
Sistema porticado, dual o acoplado a muros de corte	$3,0\alpha_u / \alpha_1$	$4,5\alpha_u / \alpha_1$
Sistema con muros de corte	3,00	$4,0\alpha_u / \alpha_1$
Sistema torsionalmente flexible	2,00	3,00
Sistema de péndulo invertido	1,50	2,00

**Tabla 8.6** Valores sugeridos para el factor básico de reducción de respuesta  $q_0$ .

A estos valores básicos de la Tabla 8.6 se les puede multiplicar por factores obtenidos directamente del análisis inelástico estático (pushover analysis) que relacionan los valores de ordenadas para el cortante basal de diseño y el cortante basal inelástico, lo que equivale a considerar la participación del factor de reducción por resistencia  $R_s$ . Sin embargo, para los casos en que no se efectúa el análisis inelástico estático, se recomienda aplicar los valores de la Tabla 8.7 en el caso para el cual la estructura sea predominantemente de pórticos o de pórticos acoplados a muros de corte. Cabe señalar, que se incluye en este factor multiplicador el efecto de la redundancia estructural, al considerar valores más altos a medida que el número de vanos y de niveles son mayores que la unidad.

Sistema porticado, dual o acoplado a muros de corte	$\alpha_u / \alpha_1$
Edificación de un solo nivel	1,10
Edificación de múltiples niveles pero de un solo vano	1,20
Edificación de múltiples niveles y múltiples vanos	1,30

**Tabla 8.7** Valores sugeridos para el factor básico de reducción de respuesta  $q_0$ .

Si el sistema estructural es predominantemente de muros de corte, los factores de reducción por resistencia  $R_s$  se obtienen de la Tabla 8.8.

Sistema con muros de corte	$\alpha_u / \alpha_1$
Edificación con sólo dos muros desacoplados por dirección horizontal	1,00
Edificación con otros sistemas desacoplados de muros	1,10
Edificación con sistemas duales o acoplados a muros estructurales	1,20

**Tabla 8.8** Valores sugeridos para el factor básico de reducción de respuesta  $q_0$ .

Los factores multiplicadores en sus posibles variantes, contienen los incrementos de los factores de reducción de respuesta basados en la redundancia estructural, que los autores han ubicado entre 1,1 y 1,25, pero que como ya se ha señalado, presentan una gran dispersión, por lo que se recomienda la aplicación del análisis inelástico estático. Los factores multiplicadores obtenidos mediante el análisis inelástico estático, no superarán el valor de 1,5.



El otro término del factor de reducción de respuesta tiene que ver con la respuesta de estructuras con predominio de muros de corte. En este caso se aplica un factor de multiplicación al factor básico  $q_0$  que es menor que la unidad y que por tanto lo reduce, penalizando en mayor medida el predominio de la falla por cortante que posee una menor capacidad de desarrollar respuesta dúctil en comparación con las edificaciones porticadas. De esta manera, en la medida en que los muros son más esbeltos el valor de  $k_w$  se aproxima a su cota inferior que es  $1/3$ , sin llegar a alcanzarla ya que el EUROCÓDIGO-8 lo limita expresamente a 0,5.

➤ **Efecto de la regularidad estructural**

La irregularidad en planta es penalizada con factores multiplicadores iguales a 1, esto equivale a no aplicar ningún incremento del factor básico de reducción por resistencia y redundancia. Sin embargo, en el articulado del EUROCODIGO-8 no se distingue entre los diferentes tipos de irregularidad en planta, irregularidad que determina de modo diferente las acciones torsionales. Además, Los valores de  $q_0$ , pueden reducirse hasta un 20% si la estructura analizada presenta irregularidades en elevación, el porcentaje de reducción queda a juicio del proyectista, dependiendo del grado de irregularidad. De igual forma se establece un incremento de los valores de  $q_0$  cuando se disponga de un plan especial de calidad, que nunca superará el 20%.

➤ **Factores de reducción  $q$  . Edificaciones porticadas**

A continuación se resumen los valores que alcanzan los factores de reducción de acuerdo con las diversas condiciones prescritas en el EUROCODIGO-8. En la Tabla 8.9 y la Tabla 8.10, se muestran los factores de respuesta para edificios porticados, teniendo en cuenta los factores básicos de cálculo asignados de acuerdo con el nivel de ductilidad esperado (alto o medio), la regularidad de la estructura, la existencia de irregularidades en planta, en elevación y como una combinación de ambas. Se aplican los valores extremos sugeridos en el EUROCODIGO-8, entendiéndose que entre los máximos y los mínimos se encuentra un rango de valores que, tal como se ha indicado, quedan a juicio del proyectista. Finalmente, se aplican incrementos a los factores de reducción en virtud de la existencia de planes especiales de control de calidad en la elaboración del proyecto, en las tablas las siglas CPC y SPC significan que el proyecto cuenta o no con plan de control de calidad.

	$q_0$	$\alpha_u/\alpha_1$	$k_u$	Factor de Reducción $q$							
				Regulares		Irregulares					
				SPC	CPC	en planta		en elevación		planta elevación	
				SPC	CPC	SPC	CPC	SPC	CPC		
Un solo nivel	4,50	1,10	1,00	4,95	5,94	4,50	5,40	4,13	4,95	3,75	4,50
Múltiples niveles, un solo vano	4,50	1,20	1,00	5,40	6,48	4,50	5,40	4,50	5,40	3,75	4,50
Múltiples niveles, múltiples vanos	4,50	1,30	1,00	5,85	7,02	4,50	5,40	4,88	5,85	3,75	4,50

**Tabla 8.9** Factores de reducción para estructuras porticadas, con nivel de ductilidad alto.

	$q_0$	$\alpha_u/\alpha_1$	$k_u$	Factor de Reducción $q$							
				Regulares		Irregulares					
				SPC	CPC	en planta		en elevación		planta elevación	
				SPC	CPC	SPC	CPC	SPC	CPC		
Un solo nivel	3,00	1,10	1,00	3,30	3,96	3,00	3,60	2,75	3,30	2,50	3,00
Múltiples niveles, un solo vano	3,00	1,20	1,00	3,60	4,32	3,00	3,60	3,00	3,60	2,50	3,00
Múltiples niveles, múltiples vanos	3,00	1,30	1,00	3,90	4,68	3,00	3,60	3,25	3,90	2,50	3,00

**Tabla 8.10** Factores de reducción para estructuras porticadas, con nivel de ductilidad bajo.

### ➤ Factores de reducción $q$ . Edificaciones con muros de cortante

Para este tipo estructural, que comprende una amplia gama de configuraciones conjuntamente con estructuras porticadas, se presenta una variante que consiste, además de la aplicación de los factores aplicados a pórticos, en la aplicación de un factor corrector que varía en función del modo de falla predominante. Por razones prácticas se presentan sólo los valores extremos para el caso de ductilidad alta, (ver de la Tabla 8.11 a la Tabla 8.13), adoptándose el valor de  $k_w = 1$  para casos con predominio de falla por flexión y de  $k_w = 0,5$  que es la cota mínima normativa para edificios con fallas por cortante.

	$q_0$	$\alpha_u/\alpha_1$	$k_u$	Factor de Reducción $q$							
				Regulares		Irregulares					
				SPC	CPC	en planta		en elevación		planta elevación	
				SPC	CPC	SPC	CPC	SPC	CPC		
Sólo dos muros desacoplados	4,00	1,00	1,00	4,00	4,80	4,00	4,80	3,33	4,00	3,33	4,00
Otros sistemas desacoplados de muros	4,00	1,10	1,00	4,40	5,28	4,00	4,80	3,67	4,40	3,33	4,00
Sistemas duales o acoplados a muros	4,00	1,20	1,00	4,80	5,76	4,00	4,80	4,00	4,80	3,33	4,00

**Tabla 8.11** Factores de reducción para estructuras con muros de cortante, con nivel de ductilidad bajo.

	$q_0$	$\alpha_u/\alpha_1$	$k_u$	Factor de Reducción $q$							
				Regulares		Irregulares					
				SPC	CPC	en planta		en elevación		planta elevación	
				SPC	CPC	SPC	CPC	SPC	CPC		
Sólo dos muros desacoplados	4,00	1,00	0,50	2,00	2,40	2,00	2,40	1,67	2,00	1,67	2,00
Otros sistemas desacoplados de muros	4,00	1,10	0,50	2,20	2,64	2,00	2,40	1,83	2,20	1,67	2,00
Sistemas duales o acoplados a muros	4,00	1,20	0,50	2,40	2,88	2,00	2,40	2,00	2,40	1,67	2,00

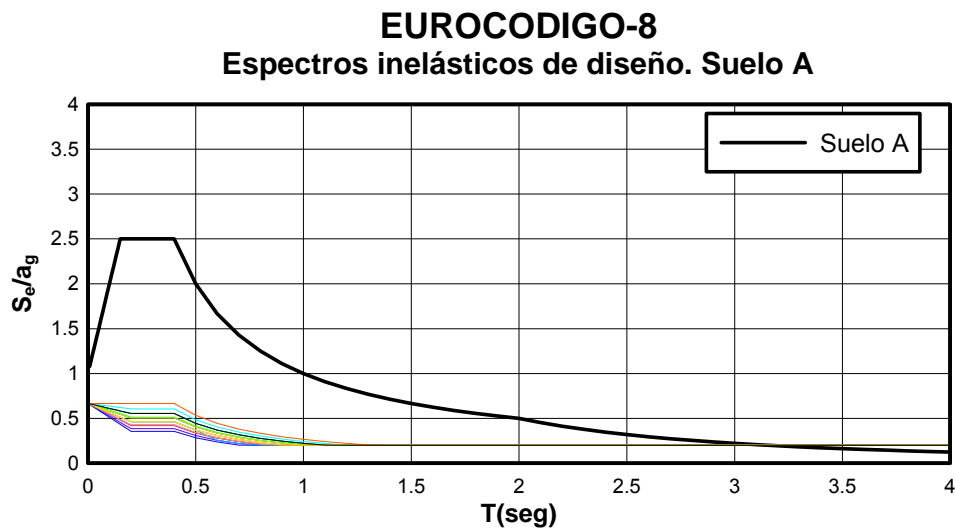
**Tabla 8.12** Factores de reducción para estructuras con muros de cortante, con nivel de ductilidad alto, modo de falla predominante por cortante.

	$q_0$	$\alpha_u/\alpha_1$	$k_u$	Factor de Reducción $q$							
				Regulares		Irregulares					
				SPC	CPC	en planta		en elevación		planta elevación	
				SPC	CPC	SPC	CPC	SPC	CPC		
Sólo dos muros desacoplados	3,00	1,00	1,00	3,00	3,60	3,00	3,60	2,50	3,00	2,50	3,00
Otros sistemas desacoplados de muros	3,00	1,10	1,00	3,30	3,96	3,00	3,60	2,75	3,30	2,50	3,00
Sistemas duales o acoplados a muros	3,00	1,20	1,00	3,60	4,32	3,00	3,60	3,00	3,60	2,50	3,00

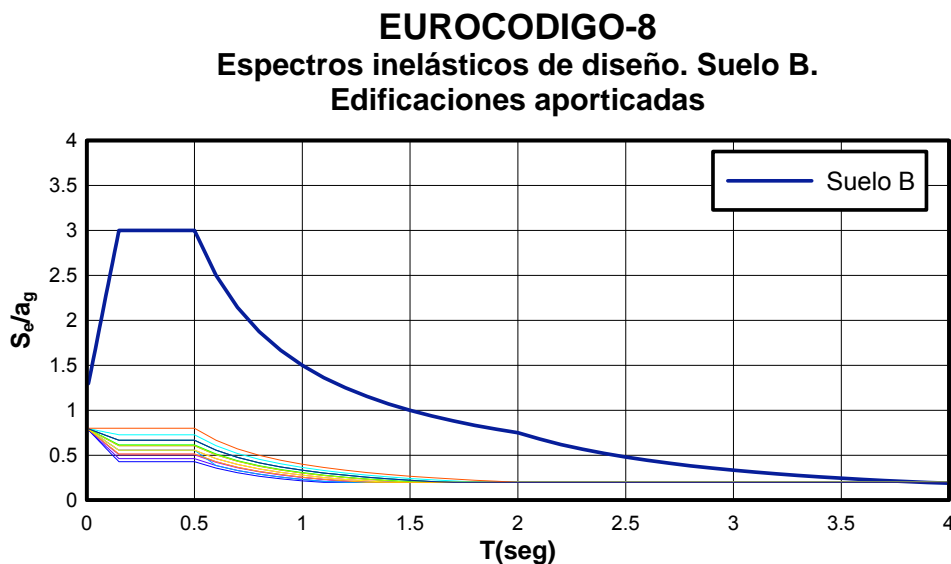
**Tabla 8.13** Factores de reducción para estructuras con muros de cortante, con nivel de ductilidad alto, modo de falla predominante por flexión.

La aplicación de los factores de reducción del EUROCODIGO-8 no conduce a la obtención de valores únicos para una ductilidad esperada, más bien se produce un rango de valores que dependen, por un lado, de la capacidad para disipar energía que se atribuye a las estructuras, a su sobrerresistencia y por el otro de los controles de diseño

por parte del proyectista que a la larga aseguran el cumplimiento de las prescripciones sismorresistentes, lo cual redundará en el incremento de la capacidad disipativa de la estructura. Como ejemplo de lo anteriormente expuesto, se presenta en la Figura 8.9 y la Figura 8.10 los espectros elásticos e inelásticos de diseño para ductilidad alta y para suelos clasificados como tipo A y B, respectivamente.



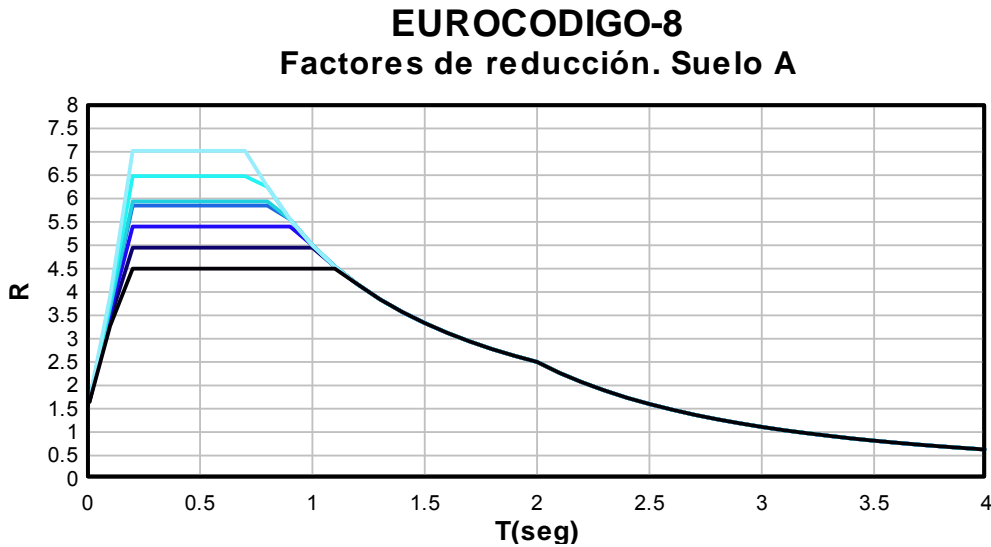
**Figura 8.9** Espectros de diseño, elástico e inelásticos, para sistemas porticados con ductilidad alta, suelo tipo A.



**Figura 8.10** Espectros de diseño, elástico e inelásticos, para sistemas aporticados con ductilidad alta, suelo tipo B.

Los factores típicos de reducción contemplados en el EUROCODIGO-8 se muestran en la Figura 8.11, para un suelo tipo A, estructuras porticadas y para diferentes

valores de redundancia. Se observa que los espectros de factores de reducción presentan dos ramas: la rama creciente y constante, pero esta última se reduce una vez que se alcanza el período máximo de aceleración constante del espectro elástico de diseño. Además, el EUROCODIGO-8 define un valor mínimo de aceleración de diseño para los períodos altos, razón por la que se observa la modificación de la rama descendente del espectro de factores de reducción.



**Figura 8.11** Espectros de factores de reducción.

### 7.3.2 Factores de reducción de respuesta en la Normativa NCSE-02

La normativa sismorresistente española vigente permite el análisis elástico de estructuras mediante la reducción de los valores espectrales al aplicar coeficientes de respuesta  $\beta$ . El coeficiente de respuesta es función de la ductilidad esperada y del porcentaje de amortiguamiento crítico que la misma normativa prescribe para los diferentes materiales que constituyen el sistema estructural,

$$\beta = \frac{\nu}{\mu} \quad (8.18)$$

Donde  $\nu$  es el factor de modificación en función del amortiguamiento y  $\mu$  es el Coeficiente de comportamiento por ductilidad.

El factor de modificación por amortiguamiento considera la reducción directa del espectro elástico en función de la capacidad disipativa que posee la estructura, según la relación entre el amortiguamiento 5% que usualmente se encuentra prescrito en otros códigos de diseño, y el amortiguamiento real de la estructura  $\Omega$ :

$$v = \left( \frac{5}{\Omega} \right)^{0,4} \quad (8.19)$$

La normativa establece los valores del amortiguamiento típicos para estructuras usuales, los cuales no sólo son aplicados a la reducción de espectros elásticos, sino también al incremento de sus ordenadas. También se presentan los valores del coeficiente de comportamiento por ductilidad, Tabla 8.14.

Tipo de estructura	Compartimentación	Amortiguamiento (% del crítico)	Ductilidad		
			Alta	Intermedia	Baja
Estructura de hormigón armado o acero laminado	Diáfana	4,00	4,00	3,00	2,00
	Compartimentada	5,00	4,00	3,00	2,00
Estructura con muros de corte	Compartimentada	6,00	No	No	2,00

**Tabla 8.14** Parámetros del factor de reducción previstos en la normativa NCSE-02.

Si bien la normativa NCSE-02 no define directamente el uso de factores de reducción, se ha expresado a estos como el inverso de los coeficientes de respuesta  $\beta$ , para uniformizar términos y permitir la comparación con otras normativas. De esta forma se obtienen los valores de  $R$  para cada uno de los niveles de ductilidad, que dependen fundamentalmente de la capacidad de las estructuras de disipar energía frente a la acción de cargas cíclicas, con elementos estructurales expresamente diseñados para tal fin y acoplados en las dos direcciones principales de la estructura. Los valores de factores de reducción de respuesta se muestran en la Tabla 8.15, a la Tabla 8.17.

Tipo de estructura	Compartimentación	Ductilidad $\mu$	Amortiguamiento $v$	Multiplicador $\beta$	Factor reductor $R$
Estructura de hormigón armado o acero laminado	Diáfana	4,00	1,09	0,27	3,66
	Compartimentada	4,00	1,00	0,25	4,00

**Tabla 8.15** Factores de reducción normativa NCSE-02, ductilidad alta.

Tipo de estructura	Compartimentación	Ductilidad $\mu$	Amortiguamiento $\nu$	Multiplicador $\beta$	Factor reductor <b>R</b>
Estructura de hormigón armado o acero laminado	Diáfana	3,00	1,09	0,36	2,74
	Compartimentada	3,00	1,00	0,33	3,00

**Tabla 8.16** Factor de reducción normativa NCSE-02, ductilidad intermedia.

Tipo de estructura	Compartimentación	Ductilidad $\mu$	Amortiguamiento $\nu$	Multiplicador $\beta$	Factor reductor <b>R</b>
Estructura de hormigón armado o acero laminado	Diáfana	2,00	1,09	0,55	1,83
	Compartimentada	2,00	1,00	0,50	2,00
Estructura con muros de corte	compartimentada	2,00	0,93	0,46	2,15

**Tabla 8.17** Factor de reducción normativa NCSE-02, ductilidad baja.

### ➤ Espectros inelásticos de diseño

En la Normativa NCSE-02, se presentan espectros elásticos de diseño que dependen del tipo de suelo, caracterizados por las velocidades de ondas de cizalla, sin embargo no se hace referencia directa a espectros inelásticos de diseño. La construcción de estos es posible si se toma en cuenta los coeficientes sísmicos que permiten calcular las fuerzas de planta prescritas para el diseño simplificado (sección 3.7.3) o bien los desplazamientos modales básicos (sección 3.6.2.2). El coeficiente sísmico, indicado para cada planta  $i$ , identificado como  $\alpha_i$ , es función del valor de la ordenada del espectro elástico de diseño correspondiente al período de la estructura, afectado por el coeficiente de respuesta  $\beta$  del cual ya se ha comentado. Es necesario señalar que los procedimientos normativos difieren, debido a que en el cálculo de los desplazamientos modales, los coeficientes de respuesta se aplican de forma lineal para los valores de ordenadas de aceleración constante, mientras que para los períodos bajos, el coeficiente se aplica de forma variable, dependiente del rango del período de la estructura, así para  $T_i < T_A$ , se tiene:

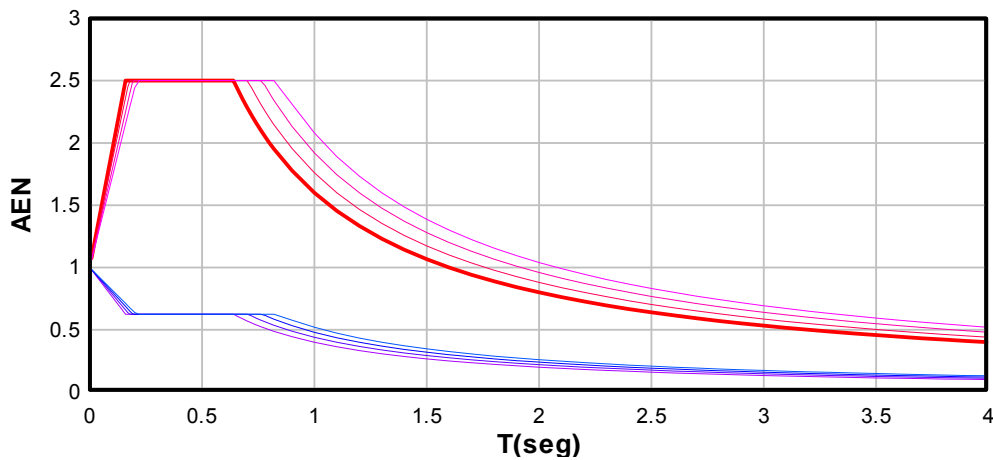
$$\alpha_i = 1 + (2,5\beta - 1) \cdot \frac{T_i}{T_A} \quad (8.20)$$

Donde  $\alpha_i$  es el coeficiente sísmico,  $\beta$  el coeficiente de respuesta,  $T_i$  el período de la estructura,  $T_A$  período de inicio de aceleración constante del espectro elástico de

diseño y  $\alpha$  la ordenada del espectro elástico de diseño. Para el resto de los períodos del espectro,  $T_i > T_A$  los coeficientes sísmicos están dados por:

$$\alpha_i = \alpha \cdot \beta \quad (8.21)$$

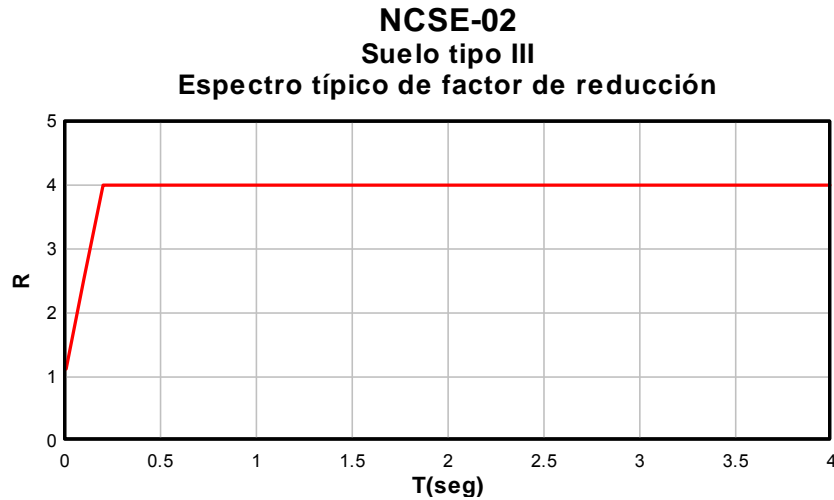
En la Figura 8.12 se muestran los espectros correspondientes a suelo clasificado como tipo III reducidos por el factor de estructura porticada compartimentada, para nivel de ductilidad alto.



**Figura 8.12** Espectros de diseño, elástico e inelásticos, para sistemas porticados con alta ductilidad, sobre suelo tipo III.

Finalmente, en la Figura 8.13 se ha representado el factor de reducción de respuesta típico aplicado en la normativa NCSE-02, en la que se distinguen las dos ramas, la primera variable según el período  $T$  y la segunda, con valores constantes e iguales al valor de la ductilidad  $\mu$ .





**Figura 8.13** Espectro típico de factor de reducción normativa NCSE-02.

### 7.3.3 Factores de reducción de respuesta en la Normativa Covenin 1756-98

Los factores de reducción son prescritos de forma directa en la normativa venezolana Covenin 1756-98 y sus valores dependen de dos características, la primera vincula los niveles de reducción de ordenadas espectrales con el nivel de diseño aplicado, obligando esto al cumplimiento de ciertas condiciones que garanticen la ductilidad de las estructuras. La segunda característica tiene que ver con la tipología estructural utilizada, correspondiendo los niveles más altos de reducción de la respuesta a las estructuras porticadas (Tipo I), hasta las estructuras incapaces de tener un comportamiento asimilable al de las que responden como diafragma rígido.

Los valores máximos de los factores de reducción son los que en anteriores versiones de la normativa correspondían a la ductilidad, sin que intervengan en su determinación factores adicionales, tales como la sobrerresistencia o el amortiguamiento, considerado en la determinación de los espectros elásticos de diseño.

La presentación de los valores máximos se realiza para tres familias de estructuras que dependen del material: estructuras de hormigón armado, de acero y estructuras mixtas de hormigón armado y acero. En cuanto a la influencia de las posibles irregularidades tanto en planta como en elevación, la normativa aconseja la aplicación global de factores de reducción iguales al 75% de los señalados para estructuras regulares, sin hacer ninguna valoración sobre el tipo de irregularidad y sus posibles consecuencias sobre la respuesta dúctil de la estructura. En las Tabla 8.18 a la Tabla 8.20 se incluyen los valores para estas tres familias de estructuras.

Nivel de diseño	Estructuras de Hormigón armado				
	Tipo de estructura				
	I	II	III	IIIa	IV
ND3	6,00	5,00	4,50	5,00	2,00
ND2	4,00	3,50	3,00	3,50	1,50
ND1	2,00	1,75	1,50	2,00	1,25

**Tabla 8.18** Factor de reducción normativa Covenin 1756-98, estructuras de hormigón armado.

Nivel de diseño	Estructuras de acero				
	Tipo de estructura				
	I	II	III	IIIa	IV
ND3	6,00	5,00	4,00	6,00	2,00
ND2	4,50	4,00	-	-	1,50
ND1	2,50	2,25	2,00	-	1,25

**Tabla 8.19** Factor de reducción normativa Covenin 1756-98, estructuras de acero.

Nivel de diseño	Estructuras mixtas de Hormigón armado y acero				
	Tipo de estructura				
	I	II	III	IIIa	IV
ND3	6,00	5,00	4,00	6,00	2,00
ND2	4,00	4,00	-	-	1,50
ND1	2,25	2,50	2,25	-	1,00

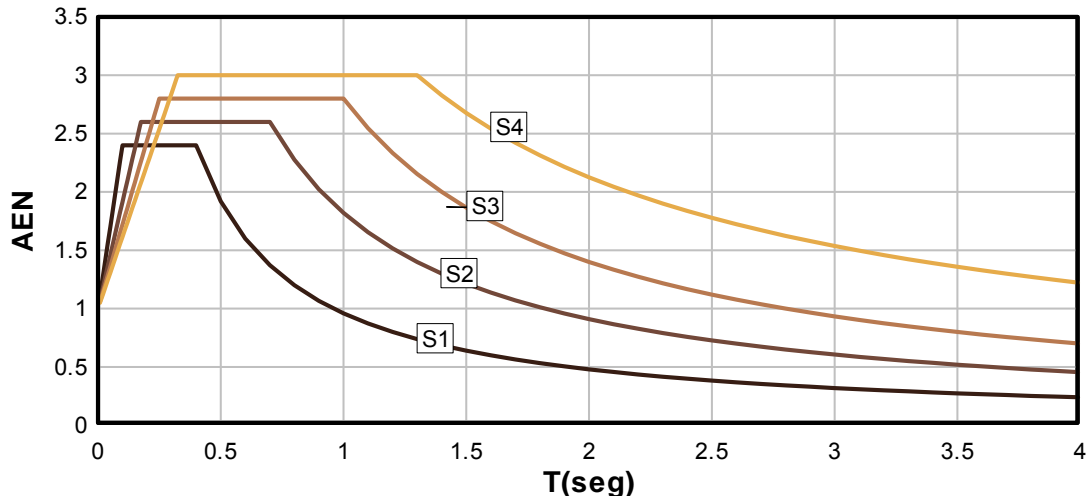
**Tabla 8.20** Factor de reducción normativa Covenin 1756-98, estructuras mixtas hormigón armado- acero.

En estas tablas aparecen los valores de los factores de reducción  $R$  por tipo de estructura, variando de las más dúctiles (tipo I) para las que la estructura predominante porticada, a las menos dúctiles (tipo IV) dentro de las que se encuentran las estructuras sustentadas por una sola columna, sin diafragma rígido o con forjados con vigas planas. También dependen del nivel de diseño, asignando valores de  $R$  superiores para el nivel de diseño ND3 que impone un detallado más exigente de secciones y uniones, y valores inferiores para el nivel de diseño sin consideraciones sismorresistentes (ND1).

### ➤ Espectros de diseño

Los espectros de diseño dependen del tipo de suelo sobre el cual se proyecta la estructura, tipificado de acuerdo a la velocidad de ondas de corte y a la profundidad del estrato, de esta manera existen 4 tipos de espectros de diseño para cada tipo de suelo, los cuales se muestran en la Figura 8.14.

### Espectros elásticos de diseño Norma Covenin 1756-98



**Figura 8.14** Espectros de diseño, elástico Normativa Covenin 1756-98.

Las tres ramas del espectro corresponden a rangos de valores de los períodos, así para los períodos cortos  $T < T^+$ , la rama es creciente:

$$A_d = A_0 \left[ 1 + \frac{T}{T^+} \cdot (\beta - 1) \right] \quad (8.22)$$

Con la aceleración de diseño  $A_d$  variando desde  $A_0$  que es el valor de la aceleración correspondiente a la zona sísmica  $A_0$ , hasta alcanzar el valor de la rama de aceleración constante, definido por el factor de amplificación de la respuesta dinámica del suelo  $\beta$  y que se inicia para el período  $T^+$  que depende del tipo de suelo y de la ductilidad de diseño.

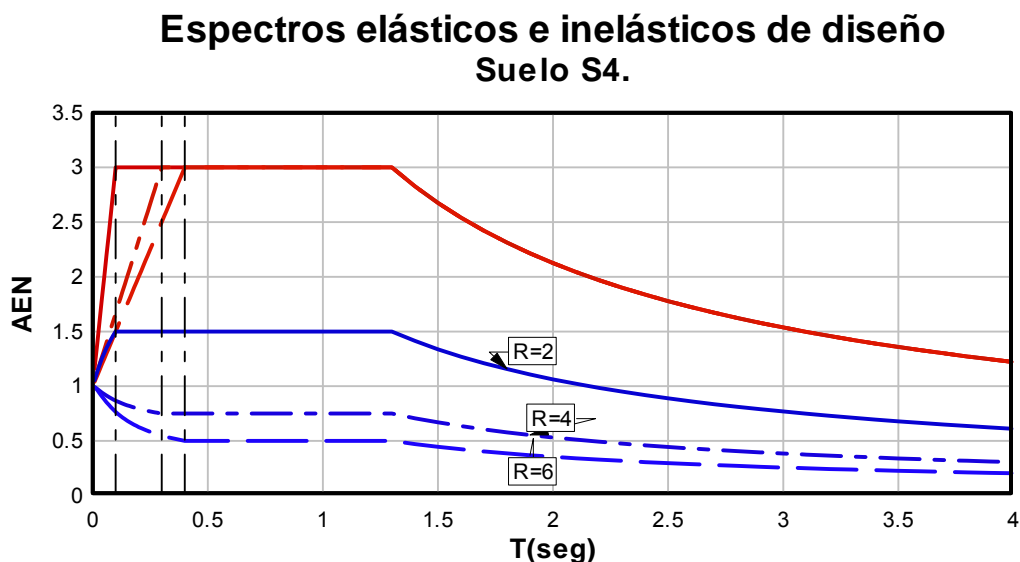
La rama de los períodos intermedios  $T^+ \leq T \leq T^*$ , es la rama de aceleración constante:

$$A_d = A_0 \cdot \beta \quad (8.23)$$

La rama de los períodos altos  $T > T^*$ , es una curva hiperbólica, que se desarrolla desde el período máximo para aceleración constante  $T^*$  que depende del tipo de suelo. El exponente  $p$  depende del ajuste de esta rama, para suelos blandos (tipo III y IV).

$$A_d = A_0 \cdot \beta \cdot \left(\frac{T^*}{T}\right)^p \quad (8.24)$$

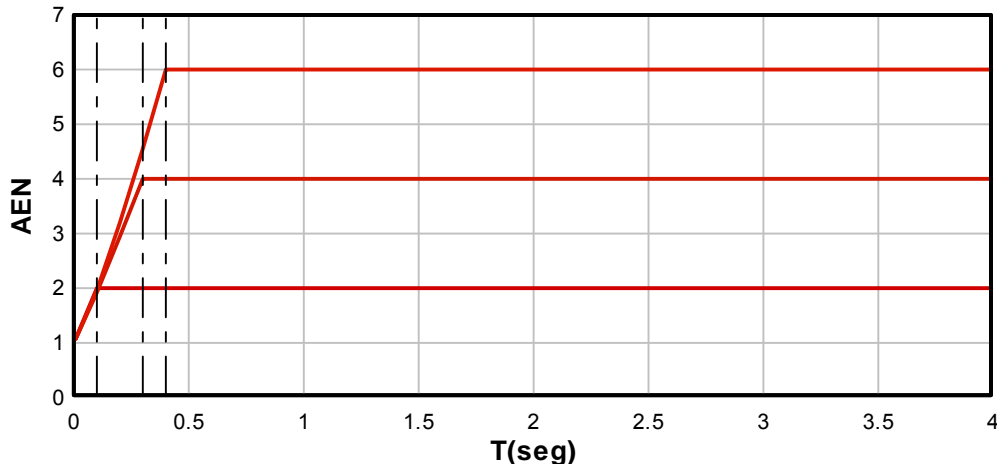
Sin embargo, para determinar los espectros de diseño inelástico, no se aplica una reducción directa de las ordenadas de los espectros elásticos mostrados no se utilizan directamente para el, ya que para cada nivel de ductilidad se tiene un valor de período inicial para la rama de iguales aceleraciones conservando el valor del espectro de diseño elástico para el período máximo en el cual se conserva aceleración constante. A modo de ejemplo se tiene que para los niveles considerados en el diseño de estructuras porticadas de hormigón armado, los espectros de diseño elásticos e inelásticos se muestran en la Figura 8.15.



**Figura 8.15** Espectros de diseño elástico Normativa Covenin 1756-98.

Un espectro típico de valores de factores de reducción se muestra en la Figura 8.16. Es notable su semejanza con los factores aplicados en otros códigos de diseño, con una rama creciente para valores de períodos bajos, seguida de una rama horizontal para la cual se alcanza el valor máximo del factor de reducción, igualando los valores de ductilidad de desplazamiento esperada para el tipo estructural y el nivel de diseño aplicado.

### Espectros de factores de reducción R. Suelo S4.



**Figura 8.16** Espectros de factores de reducción, Normativa Covenin 1756-98.

#### 7.3.4 Comparación entre los valores de los factores de reducción

El primer aspecto a resaltar es que sólo en el EUROCÓDIGO-8 existe una referencia explícita a un factor básico de ductilidad, que depende de la ductilidad global que puedan desarrollar las estructuras adecuadamente diseñadas. En las normativas NCSE-02 y Covenin 1756-98 los factores de reducción tienen un componente de reducción que depende exclusivamente de la ductilidad  $R_{\mu}$ , para la cual se fijan niveles de diseño que no son más que un marco de especificaciones mínimas que se deben cumplir en la etapa de diseño. Los dos factores que completan los factores de reducción  $R$ , que son dependientes de la sobrerresistencia y del amortiguamiento, se incorporan en el EUROCÓDIGO-8 al considerar multiplicadores que varían de acuerdo con la redundancia estructural  $R_{SR}$  y de los materiales que integran la estructura  $R_{\zeta}$ , esto último al diferenciar entre los multiplicadores asignados a estructuras de acero, hormigón armado y muros de corte, aunque es necesario aclarar que no se realiza una referencia directa al factor  $R_{\zeta}$  en la normativa.

La NCSE-02 es la única de las normativas revisadas que sí presenta una referencia directa a la influencia del amortiguamiento en el cálculo de los factores de reducción. Sin embargo recomienda el valor promedio para el desempeño de las diferentes estructuras, clasificadas de acuerdo con sus materiales, sin hacer referencia a la consideración de valores que dependan de la influencia de elementos no estructurales tales como la densidad y distribución de la mampostería que se ha demostrado altera los valores esperados del amortiguamiento de las estructuras. En la Normativa Covenin 1756-98 no se señala la participación del amortiguamiento estructural en la

determinación de los factores de reducción  $R$ ; sólo es posible seleccionar valores de  $R$  que son ligeramente superiores para el caso de las estructuras porticadas de acero.

La consideración de la amplificación que experimenta el movimiento sísmico cuando atraviesa distintos tipos de suelos se encuentra de forma explícita en el EUROCÓDIGO-8 y en la Normativa Covenin 1756-98, al adoptar ambos valores de factores de amplificación dinámica  $\beta$  que dependen de las características geotécnicas, generalmente representadas por la velocidad de ondas de cizallamiento y por los espesores de los estratos, (contrastar la Figura 1.8 y la 1.14). La NCSE-2002 presenta valores máximos como consecuencia de la amplificación, similares para los suelos contemplados en dicha normativa, ajustando por esta causa el rango de valores de los períodos para los que se tiene aceleración constante, que se ensancha a medida que el suelo es menos rígido, ver Figura 1.12.

En cuanto a los valores de los factores  $R$ , es interesante notar que sólo el EUROCODIGO-8 presenta limitaciones a las aceleraciones para las estructuras con períodos largos (superiores a los 2 s) limitando explícitamente la aceleración de diseño inelástico a un valor mínimo de 0,2 veces la aceleración espectral normalizada. Esto último origina que el espectro de factores de reducción presente cuatro ramas bien diferenciadas, la de los períodos cortos, conforme a la regla de igual energía, la de los períodos intermedios con aceleraciones constantes, una tercera rama decreciente, proporcional a la rama decreciente del espectro elástico y una última rama que no decrece de la misma forma que la tercera, consecuencia de la cota inferior de las aceleraciones de diseño.

El período característico para el cual se produce la transición entre la rama creciente dependiente del período a la rama horizontal dependiente de la ductilidad, presenta cierta uniformidad en los tres códigos analizados. Estos valores se encuentran entre 0,2 y 0,4 s, que corresponden a períodos típicos obtenidos de los espectros de respuesta obtenidos con registros sobre suelos rocosos o muy duros. Sin embargo, recientes trabajos han demostrado la dependencia del período característico respecto al período del suelo (Vielma 2003).

Finalmente, se reconoce la importancia que se la presta en los tres códigos analizados a la relación que existe entre el valor de la ductilidad de desplazamiento y el nivel de diseño que se aplica a la estructura. Así para el caso de la NCSE-2002, por permitir ciertas irregularidades de la estructura y un detallado menos riguroso de secciones y nudos, establece niveles máximos de ductilidad que se encuentran por debajo de los especificados en el EUROCODIGO-8.

### **7.3.5 Cálculo simplificado de las fuerzas sísmicas equivalentes**

Tanto el eurocódigo E8 como la normativa española NCSE-02 y la normativa venezolana Covenin 1756-98, aceptan el uso de métodos simplificados (métodos estático equivalente) para la determinación de las fuerzas sísmicas, que eviten la realización de un análisis dinámico completo para el caso de edificios que cumplan ciertos requisitos de regularidad en planta y en altura. Básicamente, dichos requisitos definen un tipo de edificio que se ajuste a un modelo de cortante y, en el caso de que no se cumplan, ambas normas exigen la realización de un análisis dinámico completo de la

estructura (tres grados de libertad por nivel). Antes de exponer los fundamentos de los métodos simplificados mencionados, es importante observar que el desarrollo de este tipo de algoritmos simplificados para la determinación de fuerzas sísmicas equivalentes tuvo lugar entre los años cuarenta y setenta, cuando la carencia de ordenadores eficientes hacía impracticable el análisis dinámico detallado de una estructura. La situación actualmente es enteramente distinta, ya que dicho análisis puede efectuarse en pocos minutos para el caso de estructuras de gran tamaño.

La normativa NCSE-02 propone para el análisis un método modal simplificado, en el cual tanto el período como la forma de cada modo están dados por fórmulas empíricas. El período del modo  $i$  se calcula como

$$T_i = \frac{T_1}{2i-1} \quad (8.25)$$

donde  $T_1$  es el período fundamental, para cuya estimación la normativa NCSE-02 proporciona diferentes ecuaciones, en dependencia del sistema estructural. Para el caso de edificios porticados de hormigón se propone

$$T_1 = 0.09n \quad (8.26)$$

siendo  $n$  el número de pisos. En lo que se refiere a las formas modales, se propone estimar la ordenada correspondiente al modo  $i$  en la planta  $r$  como

$$\phi_{ir} = \sin \left[ \frac{(2i-1)\pi h_r}{2H} \right] \quad (8.27)$$

donde  $h_r$  es la altura de la planta  $r$  medida desde la base del edificio y  $H$  la altura total.

El método propuesto por el E8 es mucho más simple, ya que se basa en la asignación de toda las fuerzas sísmicas al primer modo de vibración, lo que equivale a suponer que la masa efectiva del modo fundamental es igual a la masa total del edificio. Las ordenadas del modo fundamental, por su parte, pueden ser calculadas mediante un análisis dinámico limitado solamente a este primer modo, o bien estimarse por la siguiente forma lineal

$$\phi_r = \frac{h_r}{H} \quad (8.28)$$

En lo referente al período, la ecuación recomendada en el E8 para el caso de edificios porticados de hormigón es

$$T_1 = 0.075H^{3/4} \quad (8.29)$$

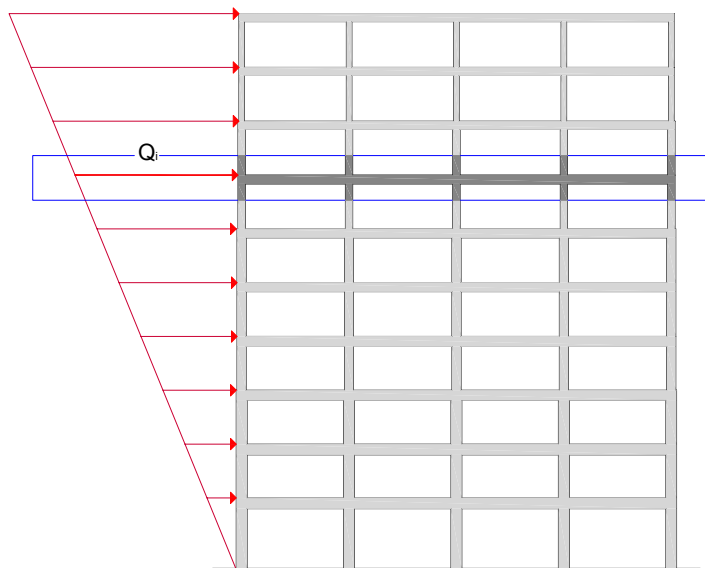
Que es similar al período fundamental  $T_a$  prescrito para las estructuras de hormigón en la normativa Covenin 1756-98:

$$T_a = 0.07h_n^{0.75} \quad (8.30)$$

donde  $h_n$  es la altura total de la edificación medida desde el último nivel hasta el primer nivel. Según esta normativa, el método simplificado corresponde con el perfil de distribución de fuerzas correspondiente al primer modo (triángulo invertido), calculándose las fuerzas mediante:

$$Q_i = W \frac{W_i h_i}{\sum_{j=1}^N W_j h_j} \quad (8.31)$$

siendo  $Q_i$  la fuerza lateral aplicada en el centro de masas del nivel  $i$ .  $W_i$  y  $h_i$  son respectivamente el peso sísmico y la altura del piso considerado y  $W_j$  y  $h_j$  son los pesos y alturas de los niveles por encima del nivel analizado.



**Figura 8.17** Distribución vertical de fuerzas por el método simplificado.



En la Figura 8.17 se observa la distribución de fuerzas correspondiente a la aplicación del método estático o método simplificado.

### 7.3.6 Otras formas de definición de la acción y de cálculo de la respuesta sísmica

Además del análisis dinámico lineal y simplificado, el E8 permite la realización del análisis en el campo de la frecuencia, del análisis no lineal de la respuesta en el tiempo y del análisis estocástico. El primer tipo de cálculo equivale a una formulación alternativa al análisis dinámico, con la diferencia de que las respuestas no se evalúan por superposición modal en el tiempo sino por superposición en frecuencias. Por otra parte, para la realización del análisis no lineal de la historia en el tiempo, el E8 requiere la utilización de acelerogramas artificiales, generados de tal manera que sean compatibles con el espectro de diseño correspondiente al sitio en cuestión, así como con otros requisitos de orden sismológico. Por último, el análisis estocástico se apoya en la teoría de las vibraciones aleatorias y tiene por objeto la determinación de valores estadísticos que describan la respuesta (media y desviación estándar) así como de las respuestas máximas de la estructura, a partir de ciertas hipótesis. Para ello utiliza como dato básico el llamado espectro de potencia, el cual es una función probabilista de la energía asociada a cada frecuencia de la excitación sísmica. El E8 exige que este espectro de potencia sea compatible con el de respuesta, lo cual implica que la respuesta máxima probable estimada por ambos métodos, para un sistema de un grado de libertad de un período cualquiera, sean aproximadamente iguales.

Finalmente, Es importante aclarar que, aun cuando en una zona se dispone de una definición de la acción sísmica mediante una normativa sísmica, existen situaciones en las cuales las mismas normas estipulan un estudio más preciso de las características de la acción. Por ejemplo, para estructuras importantes, singulares, tales como centrales nucleares, presas, depósitos para gas natural licuado, etc., las normas sísmicas específicas de cálculo dinámico de éstas requieren estudios sismológicos en la zona a fin de establecer, de la manera más correcta, las características del movimiento sísmico esperado en la zona. Se imponen, al mismo tiempo, estudios de ingeniería sismológica, cuyo objetivo es el de realizar una definición concreta de la acción sísmica a utilizar en el análisis estructural. Estos estudios tienen que complementarse con otros, geológicos y geotécnicos, a fin de adecuar la acción definida a las condiciones locales de terreno.

### 7.3.7 Desviación de piso

Una de las variables de diseño de mayor importancia es la relativa al desplazamiento horizontal relativo entre pisos sucesivos, conocido con el nombre de desviación. La desviación da una medida relativa de los desplazamientos entre niveles adyacentes:

$$\text{Deriva} = \frac{\delta_i}{(h_i - h_{i-1})} \quad (8.32)$$

Donde  $\delta_i$  es la diferencia entre los desplazamientos máximos probables entre dos niveles adyacentes y  $h_i$  y  $h_{i-1}$  son las alturas de los niveles. La razón de su importancia reside en que a ella se encuentran asociados los siguientes aspectos:

- a) la protección de elementos no estructurales frágiles, tales como tabiques, ventanas, puertas etc., que se deforman conjuntamente con la estructura.
- b) el choque con estructuras colindantes.
- c) los efectos de segundo orden sobre la estabilidad global del edificio, de lo que se hablará más adelante.

En varios códigos del mundo se incluyen normas sobre el cálculo de las desviaciones de piso así como los límites máximos que no pueden ser superados sin poner en riesgo los elementos no estructurales y por ende la vida de las personas. En términos generales, puede decirse que estos desplazamientos se calculan multiplicando los obtenidos en el análisis de la estructura sometida a las fuerzas sísmicas de diseño, por un factor que tiene en cuenta la deformación inelástica que sufre la estructura, el cual en algunos códigos coincide con el factor de ductilidad  $\mu$ .

En la NCSE-02 se propone el uso de la ecuación:

$$u_r = (u_r)_e \mu \quad (8.33)$$

donde  $u_r$  es el desplazamiento total de diseño de un piso,  $(u_r)_e$  es el desplazamiento del mismo calculado según un análisis elástico y  $\mu$  el factor de ductilidad. La normativa mencionada exige este cálculo para la comprobación de la posibilidad de choque con estructuras colindantes. Sin embargo, no proporciona unos valores máximos admisibles para el control del desplazamiento relativo, lo que permitiría lograr el primero de los objetivos mencionados, cual es el de la protección de los elementos no estructuras. Por su parte, el E8 sí exige el cumplimiento de un requisito al respecto, pero solamente para el caso de estado de servicio, el cual corresponde un sismo con menor período de retorno que el de diseño. En este punto el Eurocódigo 8 se aparta de una tendencia general de los códigos del mundo que exigen dicho control de desplazamientos también para el sismo máximo probable, que establece el control de los daños al estar estos íntimamente vinculados con el nivel de daños que sufren las estructuras. En cambio la normativa Covenin 1756-98 si considera valores máximos de desviaciones de piso o derivas, correspondiendo los valores más bajos (0.012) a las edificaciones que requieren un control más exigente por desplazamiento (edificaciones esenciales) y los más altos a las edificaciones no esenciales (0.024). El cumplimiento de los requisitos de desplazamientos permite entre otras cosas la verificación del predimensionado sísmico y de no satisfacerse, se procede a incrementar las secciones de los elementos estructurales.

### 7.3.8 Estabilidad

En lo referente al problema de la estabilidad o efectos de segundo orden, la normativa NCSE-02 requiere que dichos efectos sean despreciados cuando el desplome de la cabeza del edificio no supere el dos por mil de la altura total, o cuando se cumpla la siguiente desigualdad:

$$P_r u_r < 0.10 F_r h_r \quad (8.34)$$

donde  $P_r$  es el peso total por encima de la planta  $r$ ,  $u_r$  la desviación del piso calculada según un análisis lineal,  $F_r$  el corte acumulado hasta la planta en cuestión y  $h_r$  la altura entre el piso analizado y el inmediatamente inferior. Esta formulación equivale a decir que los efectos P- $\Delta$  se desprecian cuando el momento adicional por deformación de la estructura sea menor que el 10 % que el momento de vuelco en el piso. El mismo requisito se encuentra en el E8, con la diferencia esencial de que en este último, así como en varios códigos importantes del mundo, se requiere usar en esta fórmula la desviación no lineal estimada, la cual es varias veces mayor que la desviación lineal. La utilización de la desviación lineal en este cálculo puede considerarse un error, ya que ella no refleja el estado real de desplazamientos de la estructura y no permite, en consecuencia, juzgar la importancia de los efectos de segundo orden. Además, la normativa NCSE-02 no indica ningún procedimiento para incluir dichos efectos en el diseño en caso de que la desigualdad anterior no se cumpla. En el E8, en consonancia con la tendencia universal al respecto, se exige amplificar todos los efectos sísmicos en el piso  $r$  en

$$\frac{1}{1 - \zeta_r} \quad (8.35)$$

Donde

$$\zeta_r = \frac{P_r u_r}{F_r h_r} \quad (8.36)$$

para el caso en que el valor de  $\zeta_r$  se encuentre comprendido entre 0.1 y 0.2. No se contempla el caso en que  $\zeta_r$  sea mayor que este último valor ya que eso supone una inestabilidad muy alta. El E8 se limita a exigir que el valor de  $\zeta_r$  no sea superior en ningún caso a 0.3. Otros códigos exigen un análisis de inestabilidad no lineal completo para valores de  $\zeta_r$  superiores a 0.2.

### **7.3.9 Torsión e irregularidades**

Tanto el E8 como la NCSE-02 y la Covenin 1756-98, requieren que la excentricidad del centro de rigidez con respecto al de masa sea incrementada para cubrir los efectos de una torsión accidental, que puede ser causada por las componentes rotacionales del sismo y, además, por posibles efectos de daño excesivo en algún soporte, errores en el cálculo, la componente rotacional del movimiento sísmico y la dificultad de la ubicación de los centros de masa y rigidez, etc. El valor del incremento es del 5% de la dimensión en planta perpendicular a la dirección bajo análisis en los dos primeros códigos, mientras que la normativa Covenin1756-98 exige la aplicación de un momento torsor calculado con una excentricidad accidental del 6%. El momento torsor de cada nivel se sustituye por una fuerza equivalente que finalmente se adiciona a la fuerza sísmica de diseño del piso considerado.

# Programa para ordenador MODAL

En este anexo se explica la forma como está organizado el programa de análisis modal de edificios, modelado como edificio de cortante. Las unidades que se utilizan corresponden a las del Sistema internacional (SI).

El programa consiste en un módulo de generación de matrices con los datos geométricos del edificio (lectura.m), este módulo genera un archivo de datos a ser leído por el módulo principal (modal.m), el cual a su vez dispone de funciones que realizan los diversos cálculos y presentan los resultados, tanto por pantalla, como por archivos de datos o de Excel.

El cálculo de los pesos sísmicos requiere que se procese previamente la información proveniente del peso propio de los elementos estructurales, así como el sistema de forjado y las sobrecargas de uso asignadas a cada nivel. Con estos datos calculados por cada piso se calculan las masas sísmicas a introducir en el módulo lectura.m.

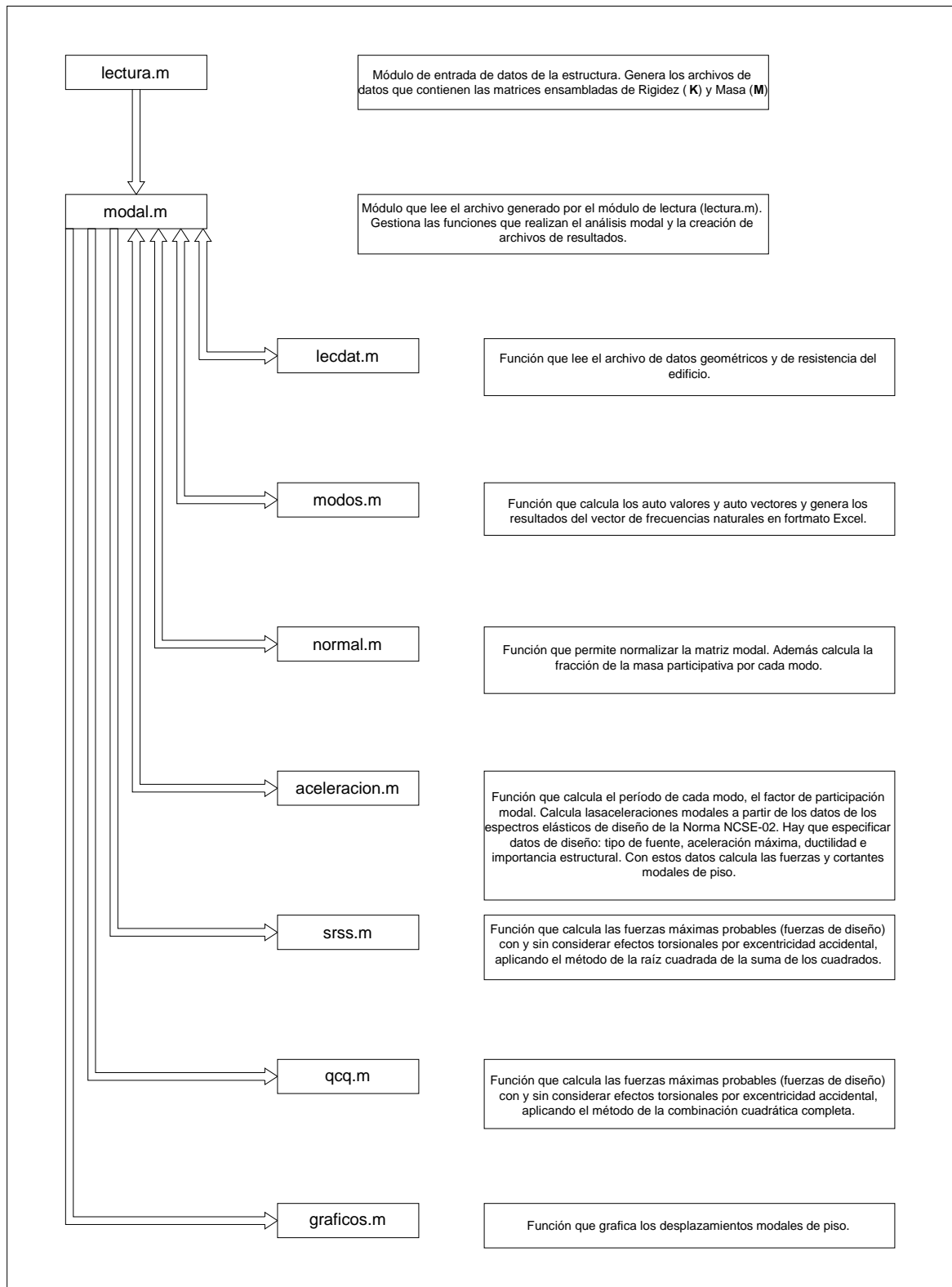
La determinación de auto vectores y auto valores se efectúa dentro de la función modal.m. Los datos obtenidos se normalizan en la función normal.m y luego se transforman en períodos en la función aceleración.m que contiene además las rutinas que incorporan los datos sísmicos de cada zona, así como la aceleración máxima probable, expresada como un porcentaje de la aceleración de la gravedad, el factor de importancia de la estructura y la ductilidad.

Se calculan las fuerzas de diseño como la respuesta máxima obtenida por dos métodos, el de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados y el método de la combinación cuadrática completa, los cuales se encuentran en las funciones srss.m y qcq.m, respectivamente.

A modo de ilustración se grafican los resultados de los desplazamientos modales de piso, para apreciar las formas que adoptan cada uno de los modos.

La relación de ejecución de los módulos del programa así como de las funciones externas se muestra en la Figura 1. Acompañan al programa archivos de datos que corresponden al edificio del ejemplo del capítulo 5.

Finalmente se aclara que el uso para el cual ha sido concebido el programa de análisis modal de edificio de cortante, es el de aplicar la teoría contenida en el texto del presente libro, por tanto se restringe este al ámbito académico.



**Figura 1.** Esquema del programa de análisis dinámico

## Referencias

- ACI (1991). Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI-318-91), American Concrete Institute, Committee 318, Detroit.
- ATC (1978). "Tentative provisions for the development of seismic regulations for buildings". Report ATC-3-06. Redwood City.
- ATC (1985). Earthquake Damage Evaluation Data for California, Applied Technology Council, ATC-13, (FEMA), Redwood City, CA.
- ATC (1995). Structural response modification factors. Report ATC-19. Redwood City.
- Aktan, A. y Bertero, V (1984). "Conceptual seismic design of frame-wall structures", Journal of Structural Engineering, ASCE, 110(11), 2778-2798.
- Astaneh, A. (1989). Preliminary Report on the Seismological Aspects of the October 17, 1989 Santa Cruz (Loma Prieta) Earthquake, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, UCB/ EERI-89/14.
- Barbat, A. H. (1982a). Cálculo sísmico de las estructuras, Editores Técnicos Asociados, S.A., Barcelona.
- Barbat, A. H. (1982b). "Criterios para la normalización de las fuerzas sísmicas en el diseño de estructuras", en Contribución a una posible revisión de la norma sismorresistente española, Asociación Española de Ingeniería Sísmica, Sevilla, 61-68.
- Barbat, A. H. (1984). "Cálculo sísmico de edificaciones. Análisis modal y en frecuencias", en Ingeniería sísmica aplicada a las obras públicas, Centro de Experimentación de Obras Públicas (CEDEX), Madrid, 7, 1-25.
- Barbat, A. H. (1998). El riesgo sísmico en el diseño de edificios, Calidad Siderúrgica, Madrid.
- Barbat, A. H., Canas, J. A. y Canet, J. (1988). "Engineering definition of seismic action using seismograms", en Seismic Risk Assessment and Design of Building Structures, editor A. Koridze, Omega Scientific, Oxon, England.
- Barbat, A. H. y Miquel Canet, J. (1989). Structural Response Computations in Earthquake Engineering, Pineridge Press, Swansea, U.K.
- Barbat, A. H., Hanganu, A., Oller, S. and Oñate, E. (1993). "Rigorous damping matrix for finite element models with Viscous behaviour applied to seismic problems", "ComputING", 5,1-4.
- Barbat, A. H., Rodellar, J., Ryan, E. P. y Molinares, N. (1993). "Comportamiento sísmico de edificios con un sistema no lineal de control híbrido", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 9(2), 201-220.
- Barbat, A. H., Rodellar, J., Molinares, N. y Ryan, E. P. (1994). "Seismic performance of buildings with a class of adaptive nonlinear hybrid systems", Journal of Structural Control, 1(1-2), 117-141.

- Barbat, A. H., Rodellar, J., Ryan, E. P. y Molinares, N. (1995). "Active control of nonlinear base-isolated buildings", *Journal of Engineering mechanics*, 121(6), 676-684.
- Barbat, A. H. y Miquel Canet, J. (1994). Estructuras sometidas a acciones sísmicas, segunda edición, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona.
- Barbat, A. H. y Paz, M. (1994). "Seismic code of Spain", capítulo 31 del *International Handbook of Earthquake Engineering*, editor Mario Paz, Chapman & Hall, New York, 431-446.
- Barbat, A. H., Orosco, L., Hurtado, J. E. y Galindo, M. (1994), Definición de la acción sísmica, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía IS-10.
- Barbat, A. H., Yépez, F. y Canas, J. A. (1995a). "Peligrosidad, vulnerabilidad y riesgo sísmico en zonas urbanas", IX Jornadas Nacionales de Ingeniería, Escuela Politécnica del Ejército, Quito.
- Barbat, A. H., Yépez, F. y Canas, J. A. (1995b). "Peligrosidad y vulnerabilidad sísmica", en *Estudios de ingeniería sismológica y sísmica*, editor J. A. Canas, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía IS-13, 71-96.
- Barbat, A. H. y Hurtado J. (1996). Aspectos de cálculo estructural en las normativas sismorresistentes, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, publicación 80.
- Barbat, A. H., Yépez, F. y Canas, J. A. (1996). "Damage scenarios simulation for seismic risk assessment in urban zones", *Earthquake Spectra*, 12(3), 371-394.
- Barbat, A. H., Hurtado, J. E., Orosco, L. y Canas, J. A. (1996), "Tendencias actuales en la definición de la acción sísmica", en *Física de la Tierra*, editores M. C. Hernández Lucendo y M. Herraiz Sarachaga, Alhambra, Madrid (en prensa).
- Bathe, K.-J. (1982). *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Benedetti, D. y Petrini, V. (1984). "Sulla vulnerabilità sismica di edifici in muratura: Proposte di un metodo di valutazione", *L'industria delle Costruzioni*, 149, 66-78.
- Benuska, L. (editor) (1990). "Loma Prieta Earthquake, Reconnaissance Report", *Earthquake Spectra*, supplement to 6.
- Bertero, V. (1992). "Lessons Learned From Recent Catastrophic Earthquakes and Associated Research", Primera Conferencia Internacional Torroja, Instituto Torroja, Madrid, 1989.
- Bertero, V. (1986). Evaluation of response reduction factors recommended by ATC and SEAOC. *Proceedings 3<sup>rd</sup> U.S. National Conference on Earthquake Engineering*. Earthquake Engineering Research Institute. Oakland.:1663-1673.
- Bertero, R. y Bertero, V. (1999). Redundancy in earthquake-resistant design. *Journal of Structural Engineering*.; Vol. 125, N° 11: 81-88.



- Billington, D. (1990). *Thin Shell Concrete Structures*, Mc Graw-Hill, New York.
- Bollo, M., Mahin, S. A., Moehle, J., Stephen, R. y Qi, X. (1994). *Observations and Implications of Tests on the Cypress Street Viaduct Test structure*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, UCB/EERC 90/21.
- Bonacina, G., Indirli, M. y Negro, P. (1994). *The January 17, 1994 Northridge Earthquake*, Safety Technology Institute, European Laboratory for Structural Assessment, Ispra, Italia, publicación I.94.14.
- Bozzo, L. M. y Barbat, A. H. (1995a). *Diseño sísmico de edificios de hormigón armado*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía IS-15.
- Bozzo, L. M. y Barbat, A. H. (1995b). *Técnicas avanzadas de diseño sismorresistente*, Cámara Peruana de la Construcción, CAPECO, Lima, Perú, monografía 43.
- Brokken, S. y Bertero, V. V. (1981). *Studies on Effects of Infills in Seismic Resistant R/C Construction*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, UCB/EERC 81/12.
- Canas, J. A., Pujades, L. y Banda, E. (1994). *Sismicidad y peligrosidad sísmica*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía IS-11.
- Canas, J. A. y Barbat, A. H. (1995). "Aceleración máxima del terreno en zonas con pocos datos", en *Estudios de ingeniería sísmológica y sísmica*, editor J. A. Canas, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía IS-13, 39-69.
- Cardona, O. D. (1999). "Environmental Management and Disaster Prevention: Holistic risk assessment and management", *Natural Disaster Management*, Ingleton J. (editor) IDNDR, Tudor Rose.
- Cardona O. D. y Barbat, A. H. (2000). *El riesgo sísmico y su prevención*, Calidad Siderúrgica, Madrid.
- Cesari, F. (1982). *Metodi di calcolo nella dinamica delle strutture*, Pitagora Editrice, Bologna.
- Cid, J. (1998). *Zonificación sísmica de la ciudad de Barcelona basada en métodos de simulación numérica de efectos locales*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.
- Clough, R. W. y Penzien, J. (1993). *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York.
- Comartin, C. D., Green, M. y Tubbesing, S. K. (editores) (1995). *The Hyogo-Ken Nanbu Earthquake, January 17, 1995*, Preliminary Reconnaissance Report, Earthquake Engineering Research Institute, EERC, Oakland.
- Chakraborti, A. y Gupta V. (2004). *Scaling of strength reduction factors for degrading elasto-plastic oscillators*. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 2004; 34: 189-206.
- De la Llera, J. y Chopra, A. (1994). *Accidental and Natural Torsion in Earthquake Response and Design of Buildings*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, UCB/EERC 94/07.

- Der Kiureghian, A. (1980). A Response Spectrum Method for Random Vibration, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, UCB/EERC-80/15.
- Dolšek, M. y Fajfar, P. (2004). Inelastic spectra for infilled reinforced concrete frames. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics.*; 33: 1395-1416.
- Earthquake resistant regulations: a world list (1992). International Association for earthquake Engineering. Tokyo, Japan.
- Egozcue, J. J., Barbat, A. H., Canas, J. A., Miquel Canet, J. y Banda, E. (1991). "A method to estimate intensity occurrence probabilities in low seismic activity regions", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 20(1), 43-60.
- Emmi, P. y Horton, C. (1993). "A GIS-based assessment of earthquake property damage and casualty risk: Salt Lake County, Utah", *Earthquake Spectra*, 9(1), 11-33.
- E8 (second draft) (1993). Eurocode 8: Earthquake Resistant Design of Structures, Comité Européen de Normalisation (CEN), Brussels, TC250/SC8.
- EUROCODE-8. 2003. Design of structures for earthquake resistance. Brussels.
- FEMA (1996). "NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings". Report FEMA 273 (Guidelines) and report FEMA 274 (Commentary). Federal management agency, Washington D.C.
- Gavarini, C. (1979). *Dinamica delle strutture*, ESA Editrice, Roma.
- Grünthal, G. (editor) (1993). "European Macroseismic Scale 1992", *Cahiers du Centre Européen de Géodynamique et de Séismologie*, European Seismological Commission, Luxembourg, 7.
- Hanganu, A., Barbat, A. H., Oller, S. y Oñate, E. (1994). Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía IS-4.
- Housner, G. W. (1947). "Characteristics of strong motion earthquakes", *Bulletin of the Seismological Society of America*, 37, 827-848.
- Hwang, H. y Shinozuka, M. (1994). Effect of large earthquake on the design of buildings in eastern United States. *Proceedings 5th U.S. National Conference on Earthquake Engineering*. Earthquake Engineering Research Institute. Oakland.:223-231.
- IGN (1992). Mapa de peligrosidad sísmica en España, Instituto Geográfico Nacional, Madrid.
- Irizarry J., Goula X. y Susagna, T. (2003). Analytical formulation for the elastic acceleration-displacement response spectra adapted to Barcelona soil conditions. Technical Report, Instituto Cartográfico de Cataluña, Barcelona.
- Jonmans, D. y Campillo, M. (1990). "The 1983 Liege Earthquake: Damage distribution and site effects", *Earthquake Spectra*, 6(4), 713-737.
- Kelly J. M. (1993). *Earthquake-resistant design with rubber*, Springer-Verlag, London.
- Lin, J. y Mahin, S. A. (1985). Effect of Inelastic Behavior on the Analysis and Design of Earthquake Resistant Structures, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, UCB/ EERC-85/08.
- Luccioni, B., Oller, S. y Barbat, A. H. (1995). "Simulación del amortiguamiento estructural de Rayleigh por medio de modelos viscoelásticos", XXVII

- Jornadas Sud Americanas de Ingeniería Estructural, Tucumán, Argentina, IV, 1-12.
- McGuire, R. K. (1977). "Effects of uncertainty in seismicity on estimates of seismic hazard for the east coast of United States", *Bulletin of the Seismological Society of America*, 67, 827-848.
- Miquel Canet, J. y Barbat, A. H. (1994). *Estructuras sometidas a acciones sísmicas*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona.
- Miranda, E. (1993). Site dependent strength reduction factors. *Journal of Structural Engineering.*; Vol.119, N° 12: 3503-3519.
- Miranda, E. (2001) Estimation of inelastic deformation demands of SDOF systems. *Journal of Structural Engineering.*; Vol.127, N° 12: 1005-1012.
- Moehle J. (editor) (1994). Preliminary Report on the Seismological and Engineering Aspects of the January 17, 1994 Northridge Earthquake, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, UCB/EERC 94/01.
- Moses, F. (1974). Reliability of structural systems. *Journal of structural Division.* ASCE, 100 (9).
- NCSE (1994). Norma de Construcción Sismorresistente, Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente, Real Decreto 2543/1994 de 29 de diciembre, BOE 33, 8 de febrero de 1995, 2935-3980.
- NCSE (2002). Norma de Construcción Sismorresistente, Ministerio de Fomento, Real Decreto 997/2002 de 27 de septiembre, BOE 244, 11 de octubre de 2002, 35898-35967.
- Nassar, A. y Krawlinker, H. (1991) Seismic demands for SDOF and MDOF systems. Rep 95, the John Blume Earthquake Engineering Center.. Stanford University.
- Newmark, N.M. y Hall, W.J. (1973). Seismic design criteria for nuclear reactor facilities. *Buildings practices for disaster mitigation*. Rep. N° 45. National Bureau of Standards U. S. Dept. of commerce, 1973. Gaithersburg, 209-236.
- Newmark, N. M. y Hall, W. J. (1982). *Earthquake Spectra and Design*, Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, California.
- Newmark, N. M. y Rosenblueth, E. (1971) *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Normativa Covenin 1756-98 (Rev. 2001). *Edificaciones sismorresistentes*. Caracas.
- Lee, L.H. Han, S.W. Oh, Y.H. (1999) Determination of ductility factor considering different hysteretic models. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics.*; 28: 957-977.
- Oller, S y Caro, R. (1984). "Evaluación de estructuras sometidas a efectos sísmicos", *Memorias de la IV Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural*, Argentina, Buenos Aires.
- Oller, S., Barbat, A. H., Oñate, E. y Hanganu, A. (1992). "A damage model for seismic analysis of building structures", *Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, Balkema, Rotterdam, 2593-2598.

- Ordaz, M y Pérez-Rocha, L (1998). Estimation of strength-reduction factors for elasto-plastic systems: a new approach. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1998; 27: 889-901.
- Osteraas, J.D. y Krawlinker, H (1990). Strength and ductility considerations on seismic design. Rep 90, the John Blume Earthquake Engineering Center.. Stanford University.
- Park R. (1996). Explicit incorporation of element and structure overstrength in the design process. En *Proceedings 11<sup>th</sup> Wcee*. IAEE, Acapulco, Mexico. Paper 2130.
- Paulay, T. y Priestley, M. J. N. (1992). *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Paz, M. (1994). "Structures modeled as Multidegree-of-freedom systems", capítulo 4 del *International Handbook of Earthquake Engineering*, editor Mario Paz, Chapman & Hall, New York.
- Riddell, R. (1995) Inelastic design spectra accounting for soil conditions. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.; 24: 1491-1510.
- Sandi, H. (1983). "Earthquake risk and earthquake preparedness: some qualitative aspects and quantification possibilities", *Proceedings of the Seminar on Earthquake Preparedness*. UNDP/UNESCO/UNDRO Project for Earthquake Risk Reduction in the Balkan Region, Athens, 79-93.
- Sandi, H. (1986). "Vulnerability and risk analysis for individual structures and systems", *Proceedings of the Eighth European Conference on Earthquake Engineering*, Lisbon, 7, 11-69.
- SEAOC (1990). "Tentative general requirements for the design and construction of seismic isolated structures", Appendix IL of *Recommended Lateral Force Requirements and Commentary Blue Book*, Structural Engineering Association of California, California.
- Skinner, R. I., Robinson, W. H. y McVerry, G. H. (1993). *An Introduction to Seismic Isolation*, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England.
- Timoshenko, S. y Young, D. H. (1948). *Advanced Dynamics*, McGraw-Hill, Inc., New York.
- Uang, C.M. y Maarouf, A (1993.). Safety and economy considerations of UBC seismic force reduction factors. *Proceedings of 1993 National Earthquake Conference*. Central United States Earthquake Consortium. Memphis:121-130.
- UBC (1991). *Uniform Building Code*, UBC 318-91, Estados Unidos.
- Udías, A. y Mézcua, J. (1986). *Fundamentos de Geofísica*, Editorial Alhambra, S. A., Madrid.
- Vidic, T., Fajfar, P., Fischinger, M. (1994). Consistent inelastic design spectra: strength and displacement. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.; 23: 507-521.
- Vielma, J.C., Lobo, W. Rivero, P. (2004). Hysteretic determination of the response factors  $R_{\mu}$  according to structural types. *Proceeding of the 14<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*.. Paper 3469. Vancouver.

- Vielma J.C. (2003). Espectros inelásticos considerando comportamiento histerético de suelo y de estructura. Tesis para optar al título de Magíster Scientiae en ingeniería estructural. Mérida.
- Whittaker, A., Uang C.M., y Bertero V.V. (1997). Earthquake simulation test associated studies of a 0.3 scale model of a six-storey eccentrically braced steel structure. *Journal of Structural Engineering.*; Vol. 125, N° 4: 438-444. Rep UCB/EERC-87/02. University of California.
- Whittaker, A. et al. (1999) Seismic response modification factors. *Journal of Structural Engineering.*; Vol. 125, N° 4: 438-444.
- Whitman, R. V., Reed, J. W. y Hong, S. T. (1973). "Earthquake damage probability matrices", *Proceedings of the Fifth World Conference on Earthquake Engineering, Roma.*
- Wilches-Chaux, G. (1989). *Desastres, ecologismo y formación profesional*, SENA, Popayán, Colombia.
- Wilson, E. y Penzien, J. (1972). "Evaluation of orthogonal damping matrices", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 4, 5-10.
- Wilson, E. L., Der Kiureghian, A. y Bayo, E. P. (1981). "A replacement for the SRSS method in seismic analysis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9(2), 187-194.
- Winslow, F. E. y Ross, K. E. (1993). *Proceedings From School Sites: Becoming Prepared for Earthquakes*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buf/falo, NCEER-93-0015.
- Yépez, F. (1996). *Metodología para la evaluación de la vulnerabilidad y riesgo sísmico de estructuras aplicando técnicas de simulación*, tesis doctoral, ETSECCPB, Universidad Politécnica de Cataluña.
- Yépez, F., Barbat, A. H. y Canas, J. A. (1994). *Riesgo, peligrosidad y vulnerabilidad sísmica de edificios de mampostería*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía IS-12.
- Yépez, F., Barbat, A. H. y Canas, J. A. (1995). *Simulación de escenarios de daño para estudios de riesgo sísmico*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía IS-14.
- Yépez, F., Barbat, A. H. y Canas, J. A. (1996a). *Evaluación probabilista de la vulnerabilidad y riesgo sísmico de estructuras de hormigón armado por medio de simulación*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía IS-20.
- Yépez, F., Barbat, A. H. y Canas, J. A. (1996b). "Simulación de escenarios de daño sísmico en zonas urbanas", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en la Ingeniería*, 12(3), 331-358.
- Zienkiewicz, O. C. y Taylor, R. L. (1989). *The Finite Element Method*, 4th Edition, volumen 1, McGraw-Hill, London.